

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

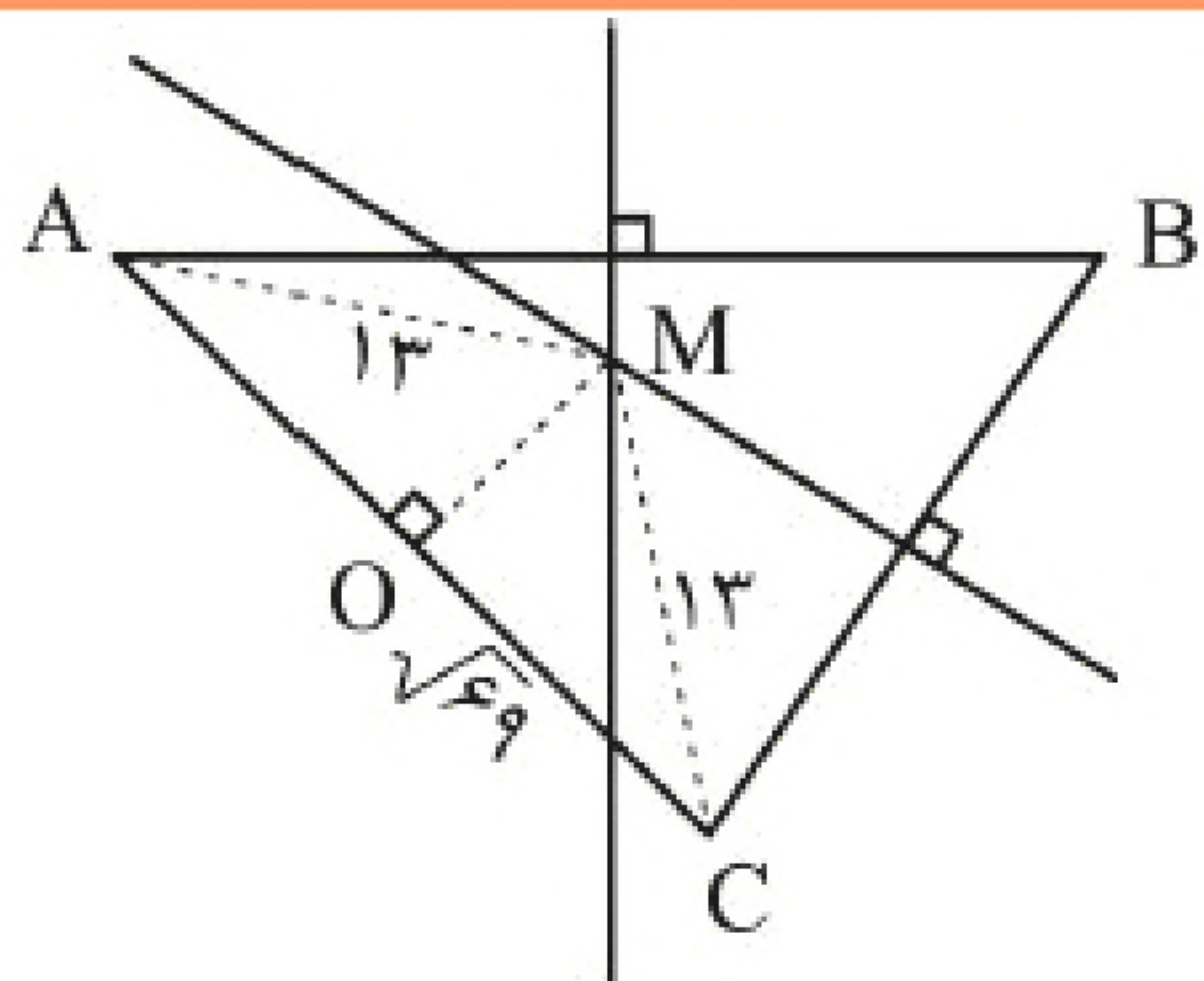
۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>





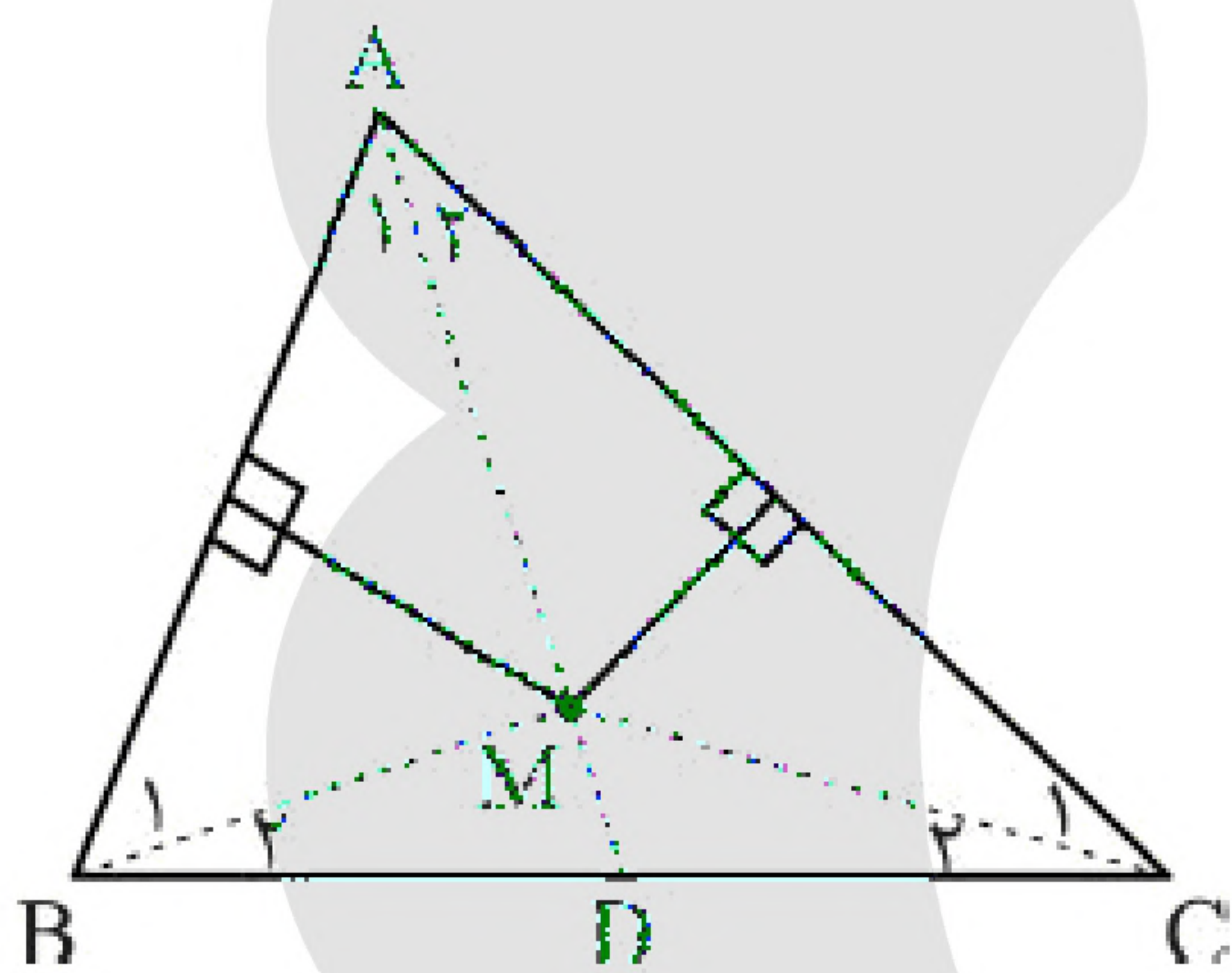
۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها از سه رأس مثلث ABC به یک فاصله است بنابراین $MC = MA = ۱۳$. با توجه به شکل، مثلث MOC قائم‌الزاویه است. بنابه رابطه فیثاغورس در مثلث MOC داریم:

$$MO^2 = MC^2 - OC^2 = ۱۰۰ \Rightarrow MO = ۱۰$$

پس مساحت مثلث MAC برابر است با:

$$\frac{1}{2} \times AC \times MO = ۱۰\sqrt{۶۹}$$

۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$MA = MB \Rightarrow$ نقطه M روی عمودمنصف AB

$$\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1 \quad (۱)$$

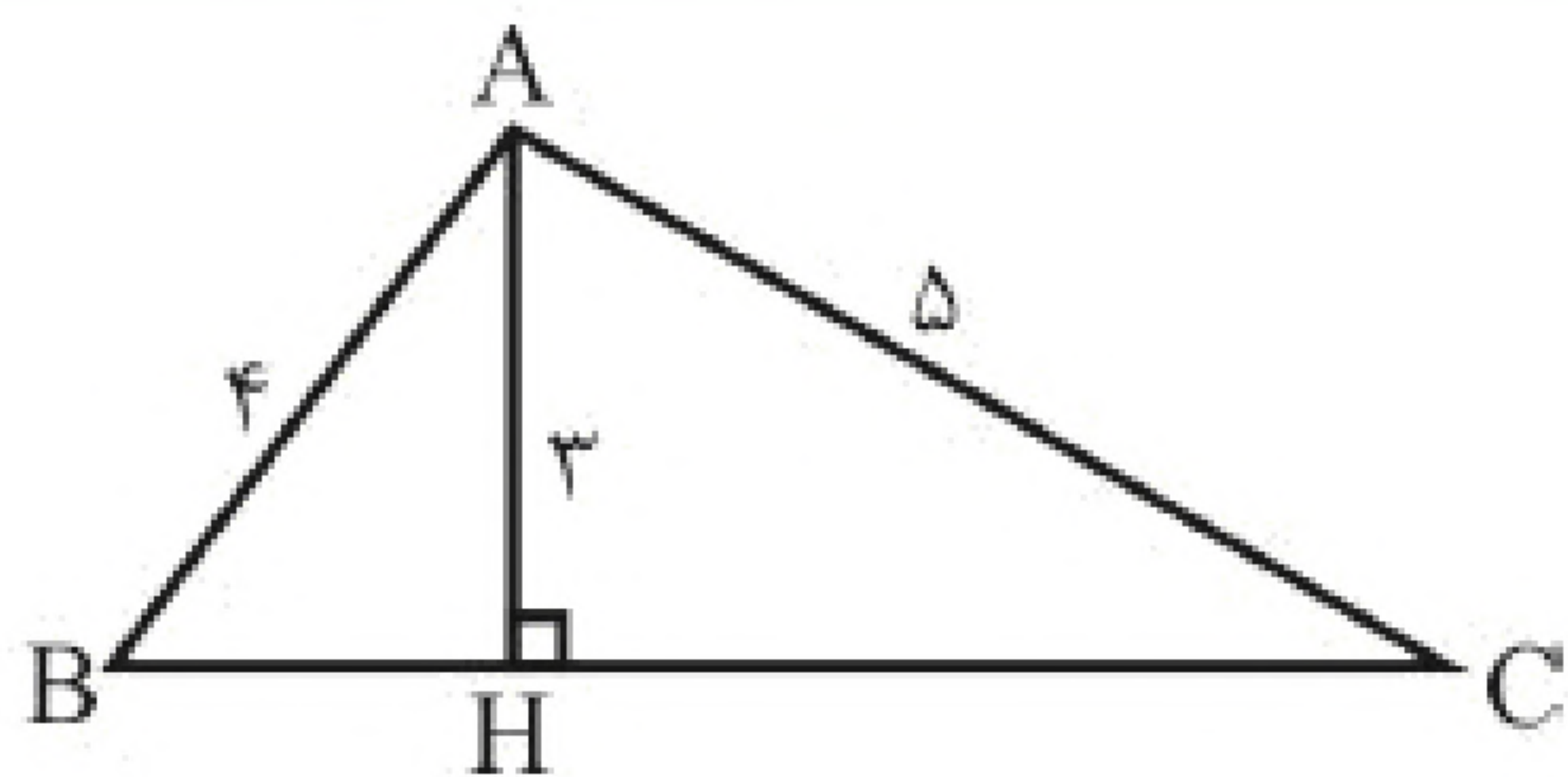
$MA = MC \Rightarrow$ نقطه M روی عمودمنصف AC

$$\Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{C}_1 \quad (۲)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{طبق ۱} \\ \hat{BMD} = \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = ۲\hat{A}_1 \\ \text{زاویه خارجی } \triangle AMB \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{طبق ۲} \\ \hat{DMC} = \hat{A}_2 + \hat{C}_1 = ۲\hat{A}_2 \\ \text{زاویه خارجی } \triangle AMC \end{array} \right.$$

$$\hat{BMC} = \hat{BMD} + \hat{DMC} = ۲\hat{A}_1 + ۲\hat{A}_2 = ۲(\hat{A}_1 + \hat{A}_2) = ۲\hat{A} \Rightarrow \hat{BMC} = ۲\hat{A}$$



۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

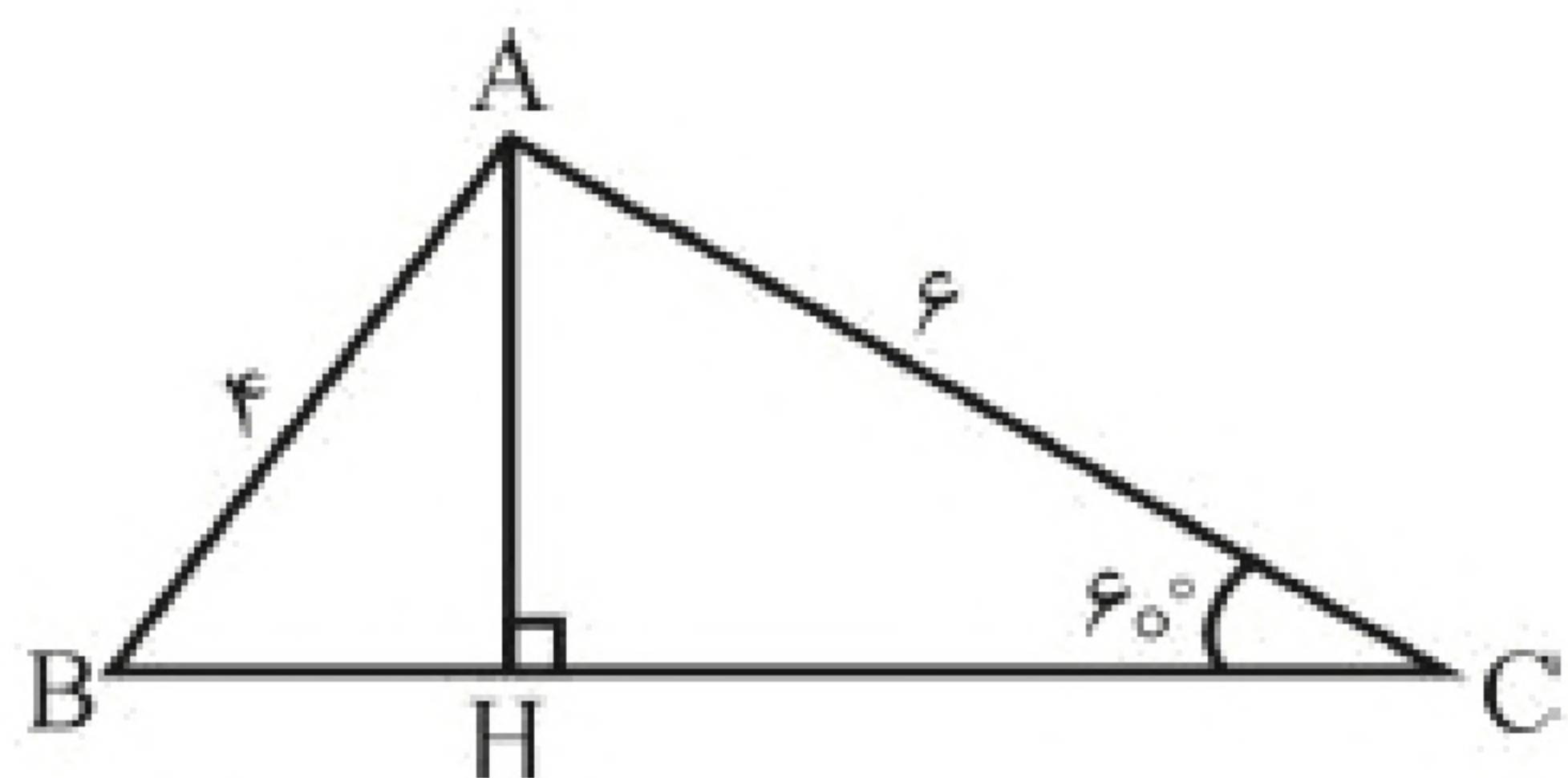
مورد الف دو مثلث رسم می‌شود.

زیرا ارتفاع AH از دو ضلع مجاور AB, AC کوچک‌تر است دو مثلث قابل رسم است.

مورد ب مثلثی رسم نمی‌شود.

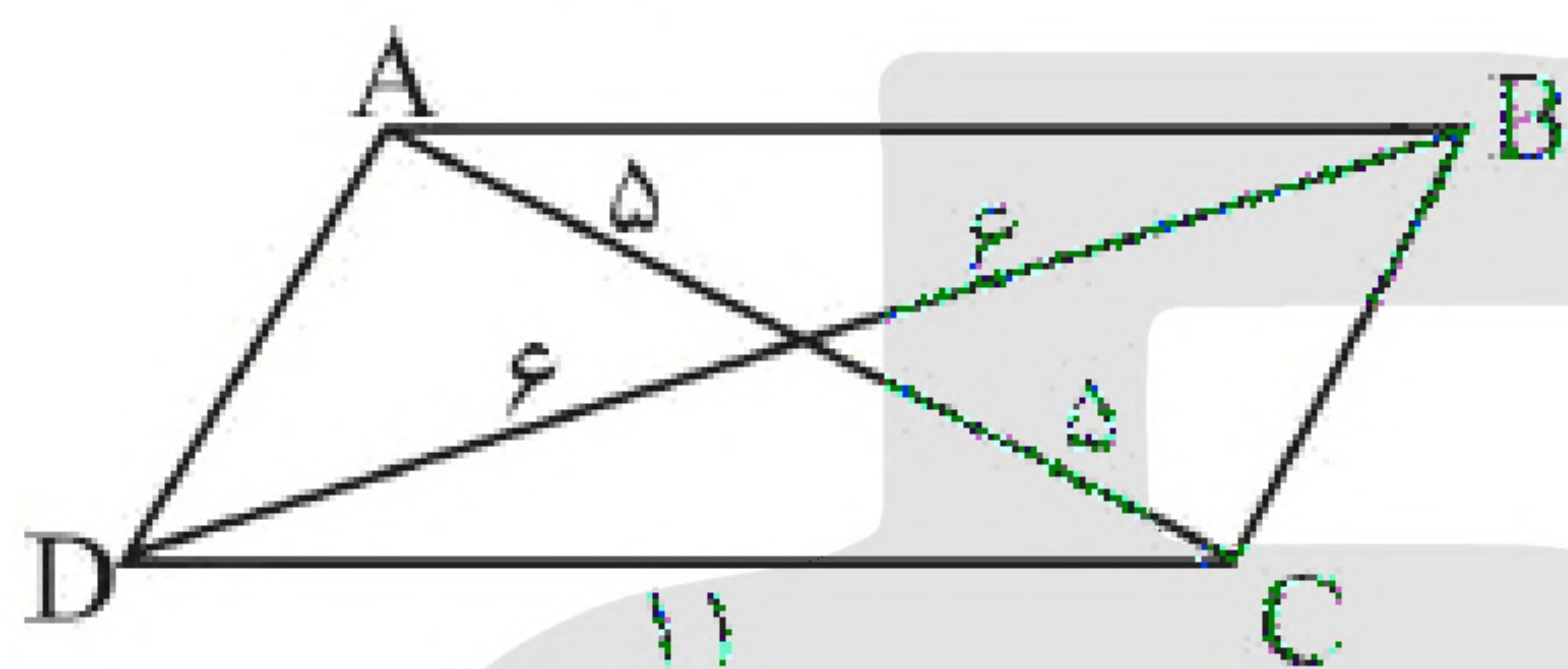
$$\triangle ABC : AH = 4 \times \sin 60^\circ = 3\sqrt{3} \Rightarrow AH > AB$$

ارتفاع مثلث از ضلع مجاورش بزرگ‌تر است و این تناقض است.



مورد پ متوازی‌الاضلاعی رسم نمی‌شود.

زیرا مجموع طول دو ضلع ۵ و ۶ از طول ضلع سوم ۱۱ بزرگ‌تر نیست «۵ و ۶ نصف قطرهای متوازی‌الاضلاع است»



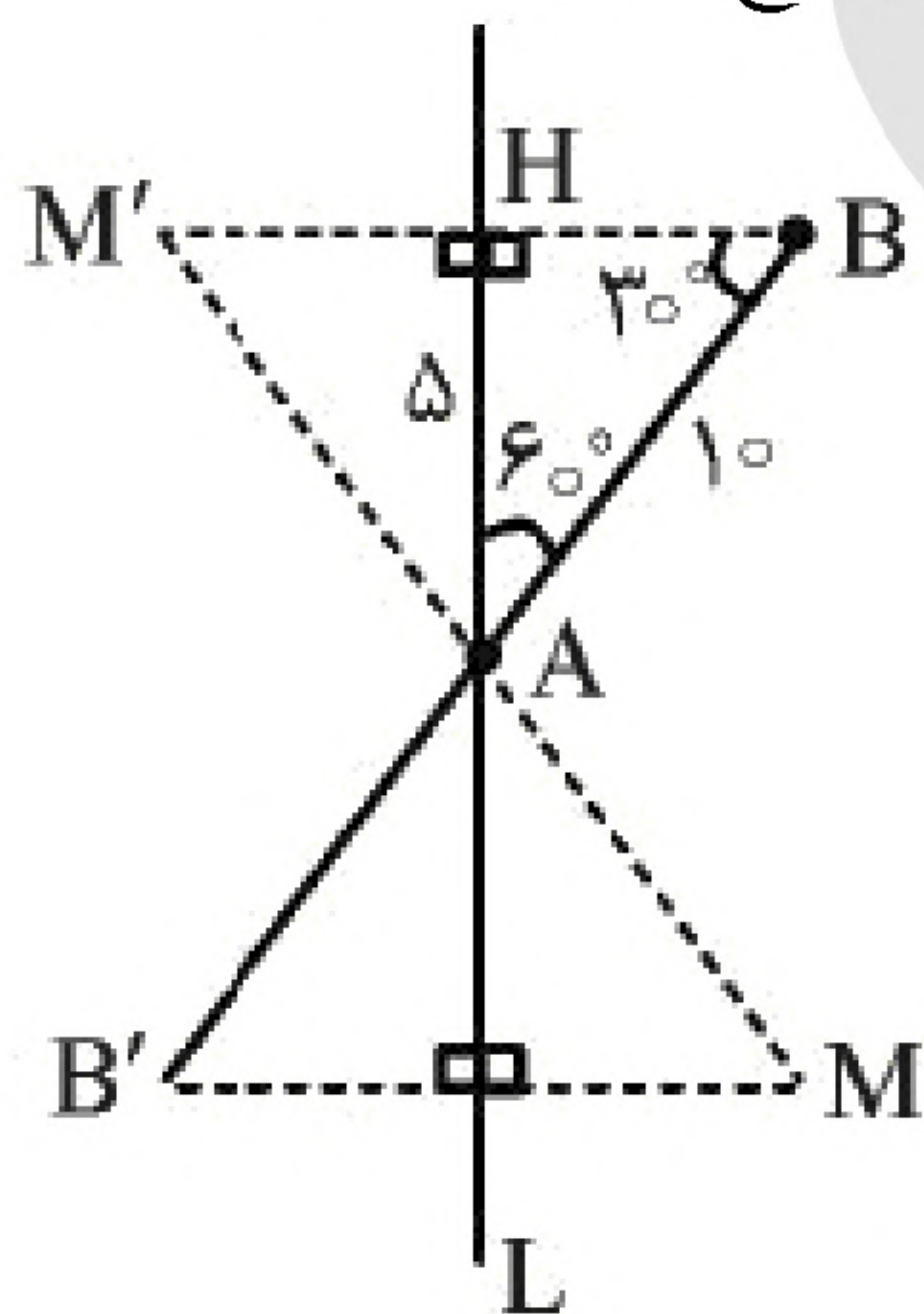
مورد ت یک مستطیل رسم می‌شود.

۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در هر مثلث اندازه یک ضلع از مجموع دو ضلع دیگر کوچک‌تر ولی از تفاضل دو ضلع دیگر بزرگ‌تر است (قضیه نامساوی (حمار) در مثلث):

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABC : 7 - 5 < BC < 7 + 5 \Rightarrow 2 < BC < 12 \\ \triangle BCE : 12 - 8 < BC < 12 + 8 \Rightarrow 4 < BC < 20 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 < BC < 12$$

BC می‌تواند ۷ مقدار صحیح ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱ را اختیار کند.

۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از دوران BB' حول خط L دو مخروط با شعاع قاعده BH و ارتفاع AH است.



$$HB = r = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 = 5\sqrt{3}$$

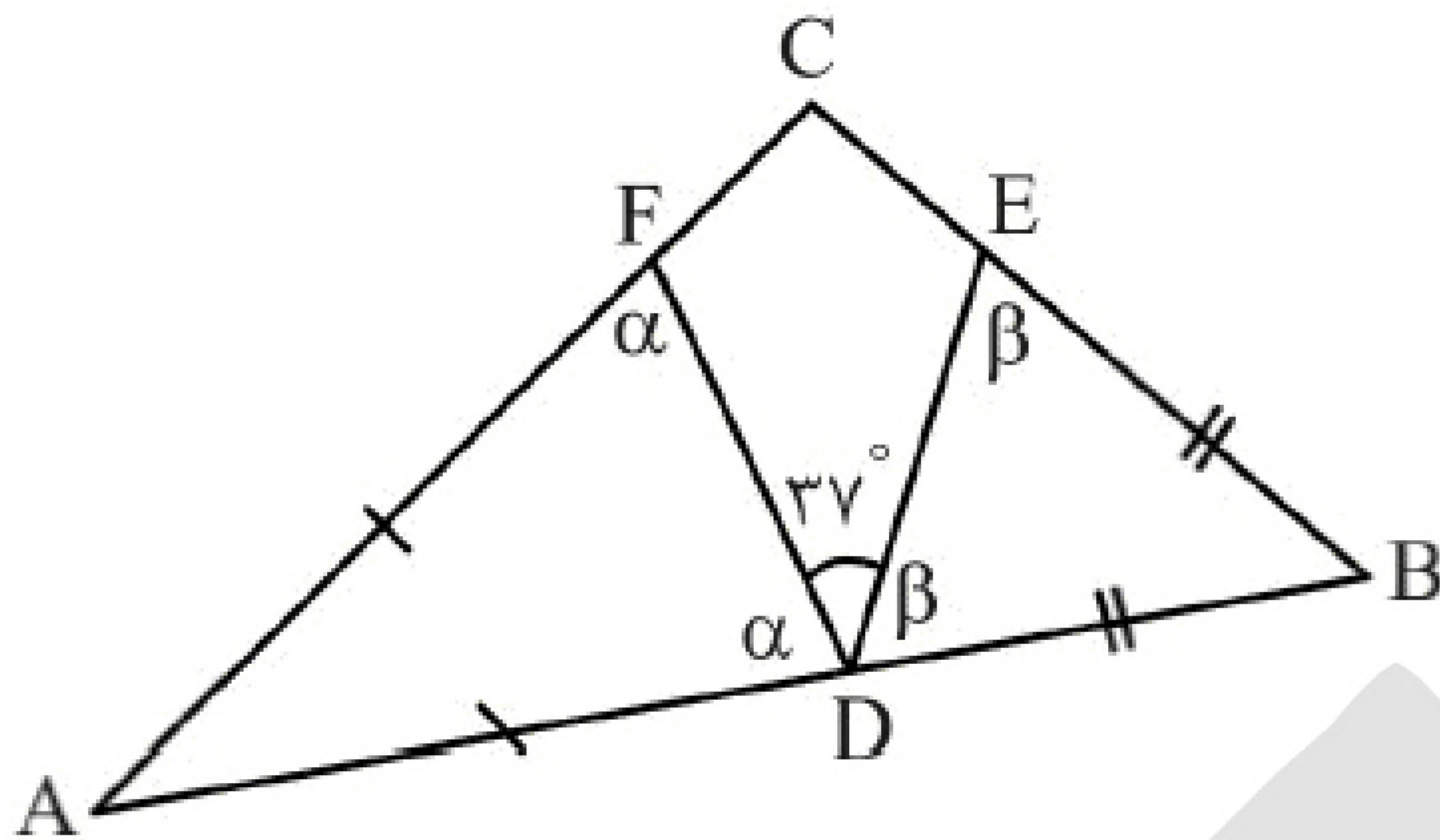
$$V = 2V_{\text{مخروط}} = 2 \left(\frac{1}{3} \pi r^2 \cdot AH \right)$$

$$V = 2 \left(\frac{1}{3} \times 3 \times (5\sqrt{3})^2 \times 5 \right)$$

$$V = 750$$



۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در نقطه D:



$$\alpha + \beta + 37^\circ = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta = 143 \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} A + 2\alpha = 180 \\ B + 2\beta = 180 \end{array} \right\} \Rightarrow A + B + 2(\alpha + \beta) = 360$$

$$180 - C + 2(\alpha + \beta) = 360$$

$$180 - C + 2(143) = 360 \quad \boxed{\hat{C} = 106^\circ}$$

۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در هر مثلث، هر ضلع از مجموع دو ضلع دیگر کوچکتر و از قدرمطلق تفاضل دو ضلع

$$\triangle ACD: |7-4| < AC < 7+4 \Rightarrow 3 < AC < 11 \quad (1)$$

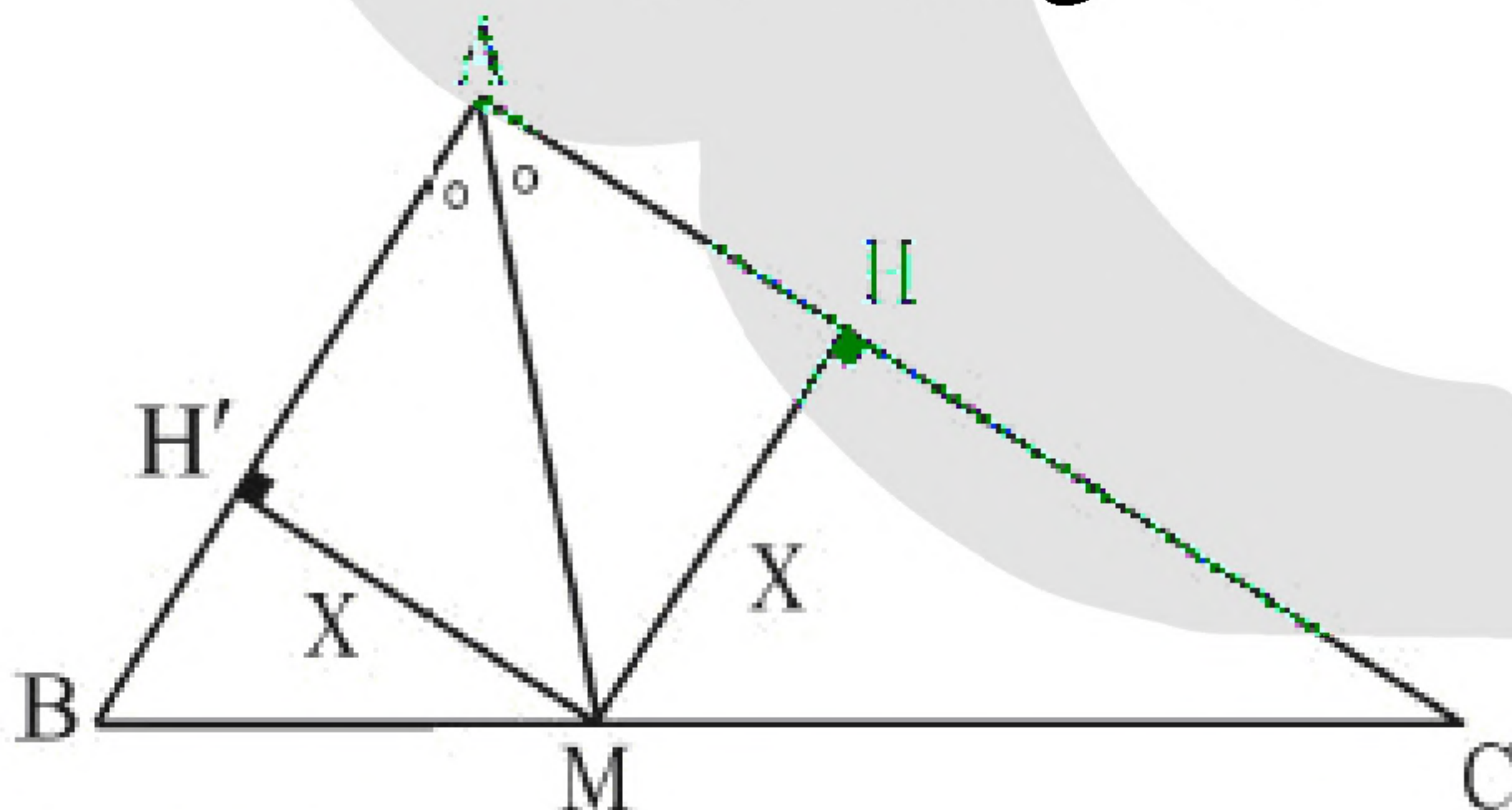
دیگر، بزرگتر است:

$$\triangle ABC: |9-5| < AC < 9+5 \Rightarrow 4 < AC < 14 \quad (2)$$

$$AC = \text{عدد صحیح} \quad 1, 2 \Rightarrow 4 < AC < 11 \xrightarrow{\text{عدد صحیح}} AC = 5, 6, 7, 8, 9, 10$$

برای اندازه AC، شش عدد صحیح موجود است.

۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. هر نقطه روی نیمساز AM مانند نقطه M از دو ضلع زاویه A به یک فاصله است:



$$MH = MH' = X$$

$$S_{\triangle AMB} = \frac{1}{2} \times AB \times x \quad (1)$$

$$S_{\triangle AMC} = \frac{1}{2} \times AC \times x \quad (2)$$

$$1, 2 \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMB}}{S_{\triangle AMC}} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$$

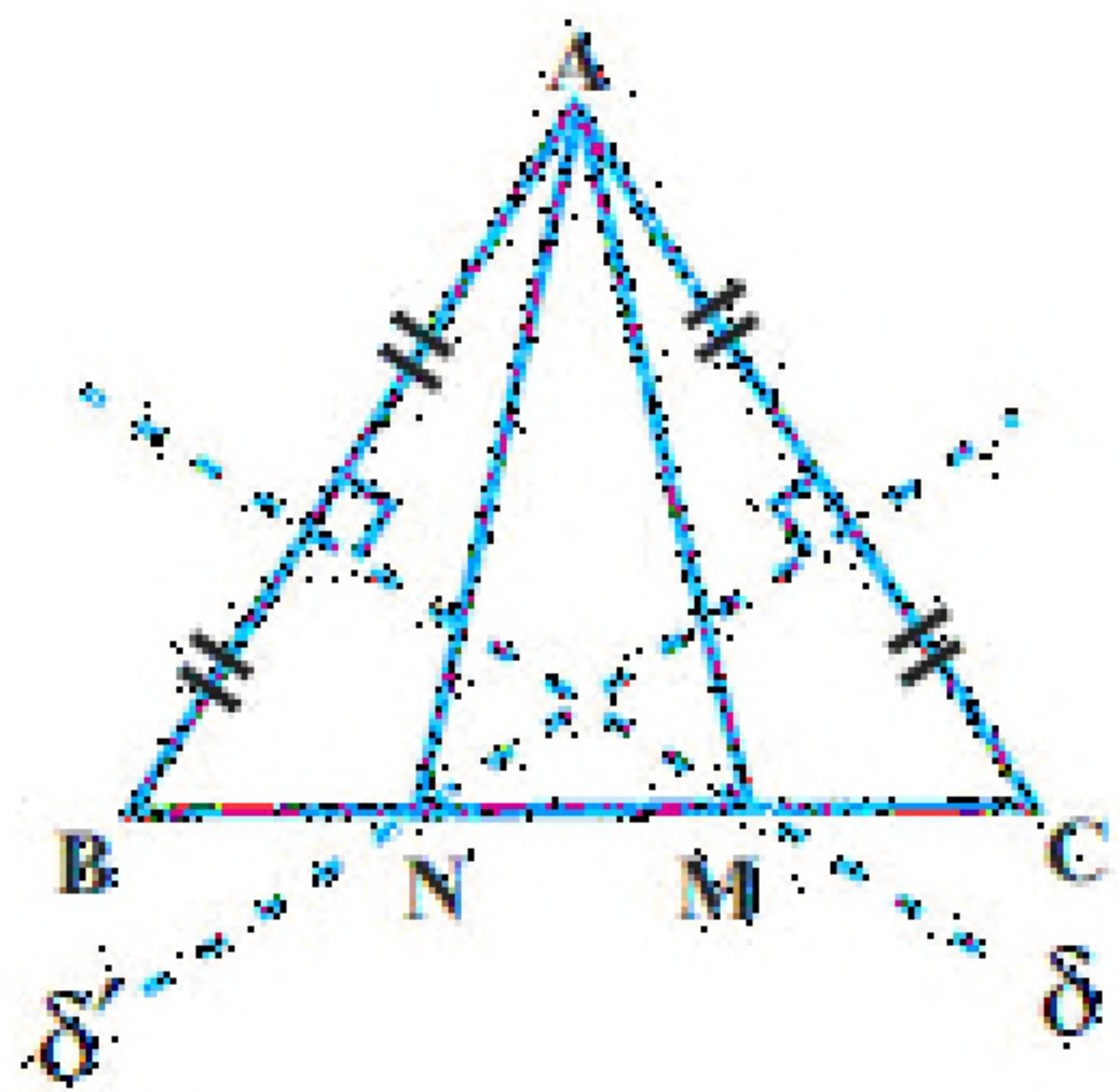
$$S_{\triangle AMB} + S_{\triangle AMC} = S_{\triangle ABC} \Rightarrow \frac{2}{3} S_{\triangle AMC} + S_{\triangle AMC} = 40$$

از طرف دیگر:

$$\frac{5}{3} S_{\triangle AMC} = 40 \Rightarrow S_{\triangle AMC} = 24$$



۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\hat{A} = 60^\circ, AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \frac{180^\circ - \hat{A}}{2} = 60^\circ$$

هر نقطه‌ی واقع بر عمود منصف یک پاره خط، از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است، پس:

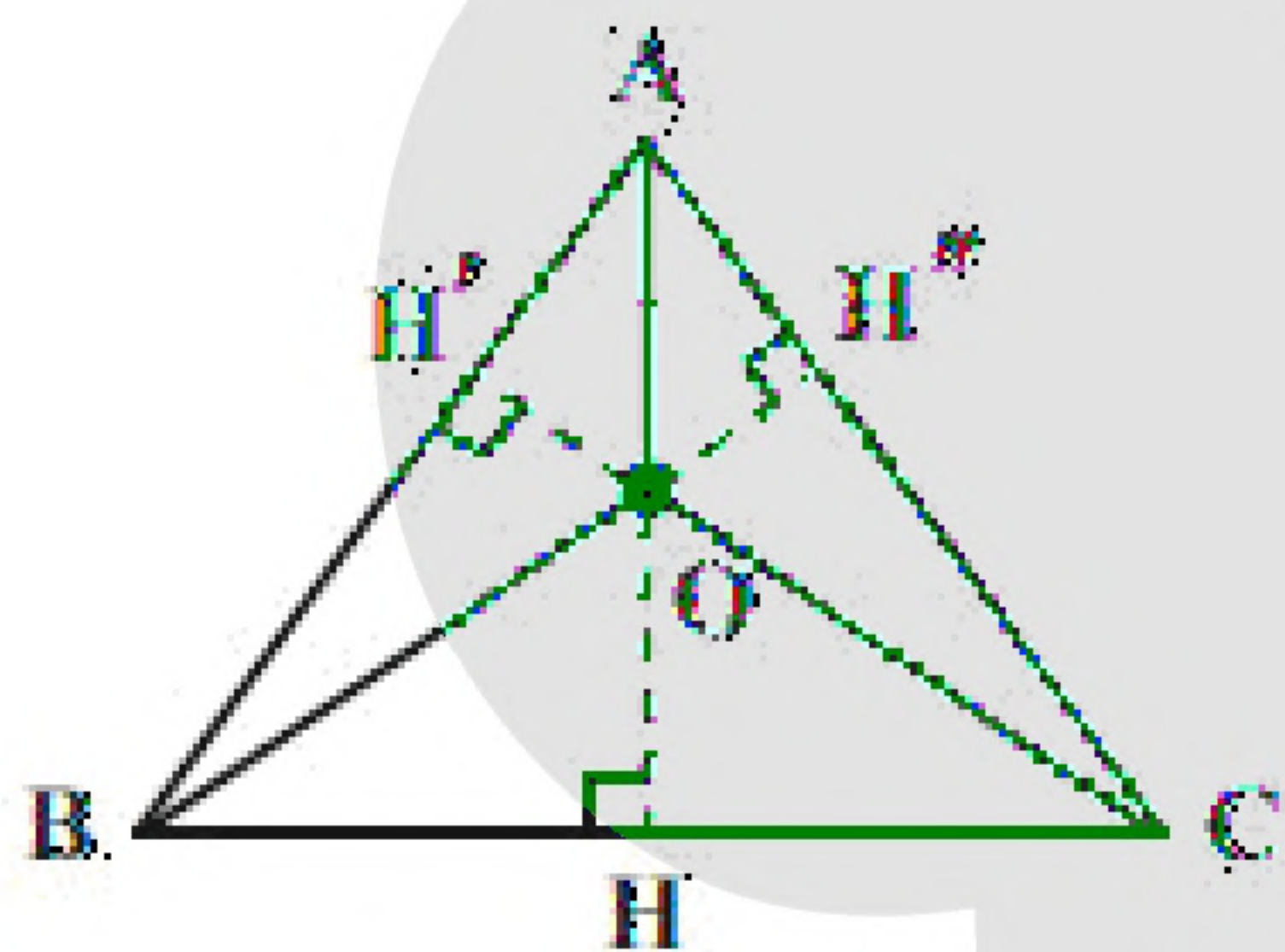
$$\begin{cases} M \in \delta \Rightarrow MA = MB \Rightarrow \hat{BAM} = \hat{B} = 60^\circ \Rightarrow \hat{AMB} = 60^\circ \\ N \in \delta' \Rightarrow NA = NC \Rightarrow \hat{CAN} = \hat{C} = 60^\circ \Rightarrow \hat{ANC} = 60^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{MAN} = 180^\circ - (\hat{AMB} + \hat{ANC}) = 60^\circ$$

بنابراین، کوچک‌ترین زاویه‌ی مثلث AMN زاویه‌ی $\hat{MAN} = 60^\circ$ است.

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نقطه‌ی O روی نیمساز زاویه‌ی B قرار دارد. پس طبق خاصیت نیمساز فاصله‌اش از دو ضلع زاویه‌ی B برابر است. از طرفی O روی نیمساز زاویه‌ی A نیز قرار دارد. پس:



$$\left. \begin{array}{l} OH' = OH \\ OH' = OH'' \end{array} \right\} \Rightarrow OH = OH' = OH''$$

حال از O به C وصل می‌کنیم. در این صورت مثلث ABC به سه مثلث ABO، ACO، و BCO تقسیم می‌شود.

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABO} + S_{\triangle ACO} + S_{\triangle BCO} \Rightarrow 18\sqrt{2} = \frac{OH' \times AB}{2} + \frac{OH'' \times AC}{2} + \frac{OH \times BC}{2}$$

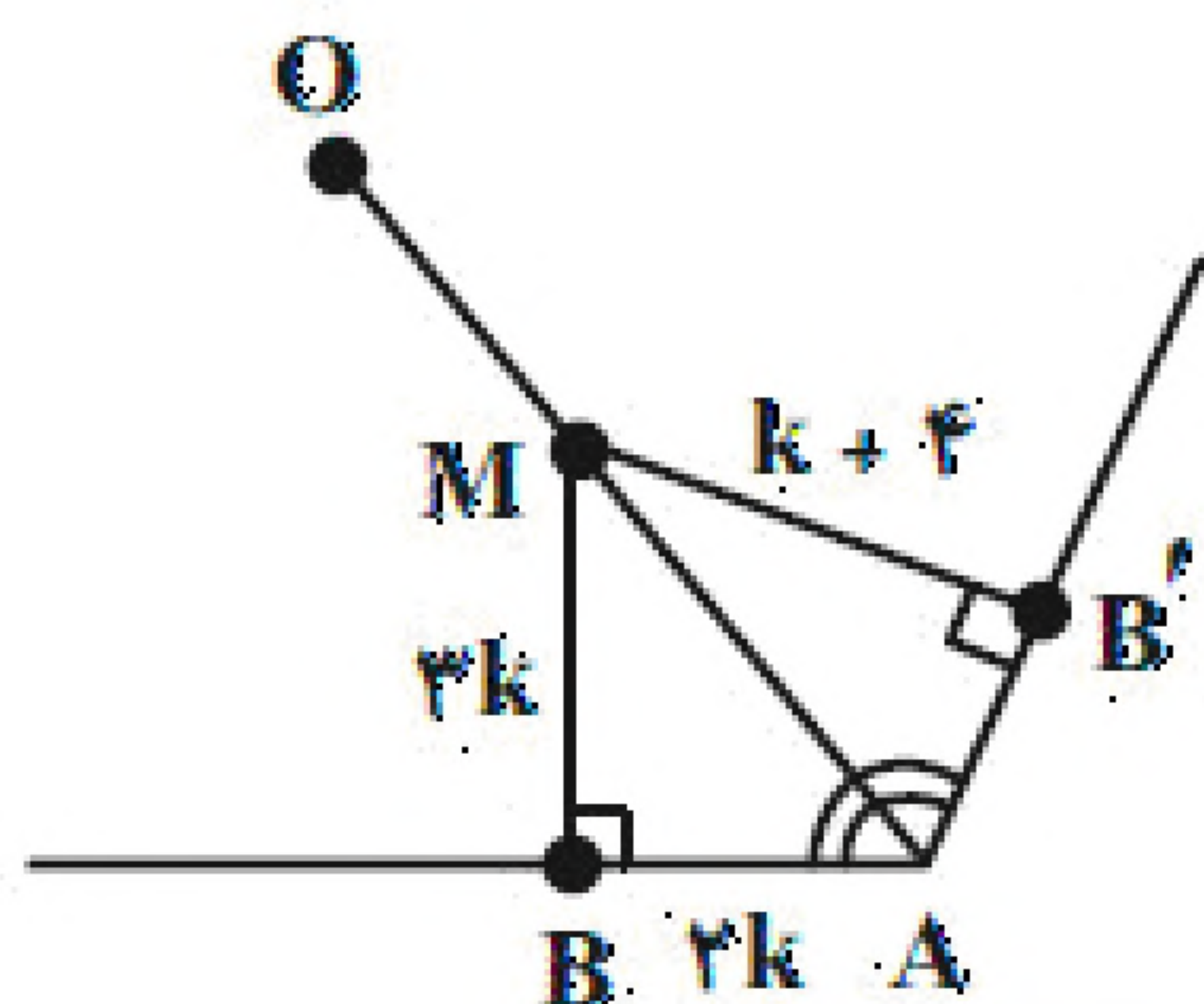
$$\xrightarrow{OH = OH' = OH''} 18\sqrt{2} = \frac{OH \times AB}{2} + \frac{OH \times AC}{2} + \frac{OH \times BC}{2}$$

$$18\sqrt{2} = \frac{OH}{2} (AB + AC + BC) \Rightarrow 18\sqrt{2} = \frac{OH}{2} \times 36 \Rightarrow OH = \sqrt{2}$$

۳۶ = محیط



- ۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون نقطه‌ی M روی نیمساز زاویه‌ی A قرار دارد، پس فاصله‌ی این نقطه تا دو ضلع زاویه‌ی A یکسان است. پس داریم:
- $$3k = k + 4 \Rightarrow k = 2$$
- پس در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABM چون اندازه‌ی دو ضلع برابر $3k = 6$ و $2k = 4$ می‌باشد، طبق قضیه‌ی فیثاغورس داریم:



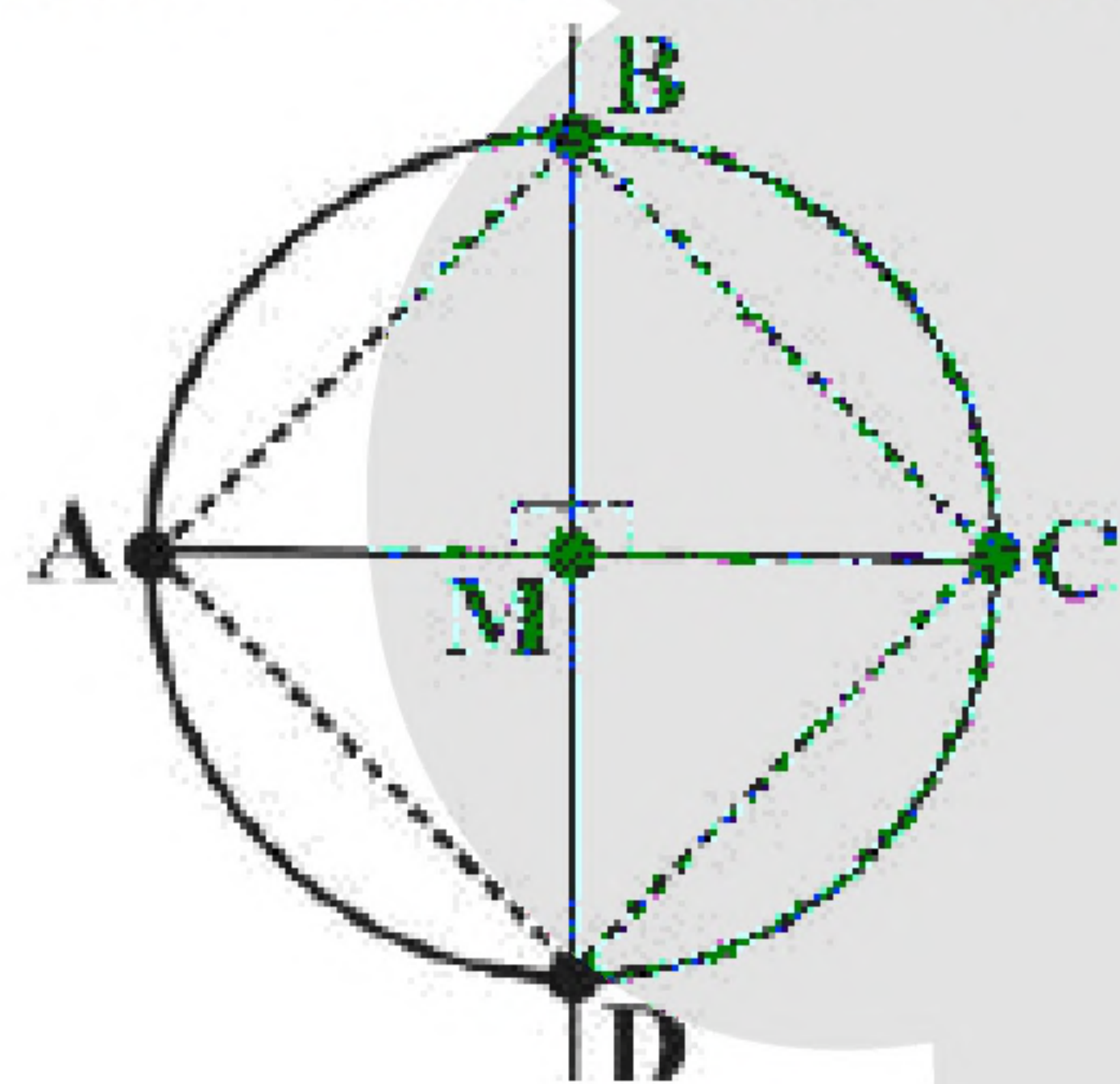
$$(AM)^2 = 6^2 + 4^2 = 52 \Rightarrow AM = 2\sqrt{13}$$

- ۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در رسم نیمساز یک زاویه و خطی عمود بر یک خط از نقطه‌ای روی آن یا غیرواقع بر آن، حداقل سه کمان باید رسم شود، ولی رسم خطی موازی با یک خط از نقطه‌ای غیرواقع بر آن، مستلزم رسم خطی عمود بر آن از نقطه‌ای غیرواقع بر آن و سپس رسم خطی عمود بر خط اخیر از نقطه‌ای روی آن است که بنابراین در مجموع نیاز به رسم حداقل ۶ کمان دارد.

- ۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در صورتی که در یک چهارضلعی، قطرهای با یکدیگر برابر و عمود منصف یکدیگر باشند، آن چهارضلعی مربع است.

حال با توجه به این که A, C, B و D نقاط روی دایره‌ای به مرکز M می‌باشند، داریم:

$$AM = MC = BM = MD \Rightarrow AM + MC = BM + MD \Rightarrow AC = BD \quad (1)$$



$$AM = MC = BM = MD \Rightarrow AM + MC = BM + MD \Rightarrow AC = BD \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} AM = MC \\ BM = MD \end{array} \right\} \Rightarrow \text{BD و AC عمود منصف یکدیگرند} \quad (2)$$

$$AC \perp BD$$

از روابط ۱ و ۲ نتیجه می‌گیریم که چهارضلعی $ABCD$ یک مربع است.

- ۱۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که در هر مثلث مجموع هر دو ضلع از ضلع سوم بزرگ‌تر است، پس باید سه نامعادله‌ی زیر هم‌زمان برقرار باشند:

$$1) (x + 7) + (4x - 4) > 6x \Rightarrow 5x + 3 > 6x \Rightarrow x < 3$$

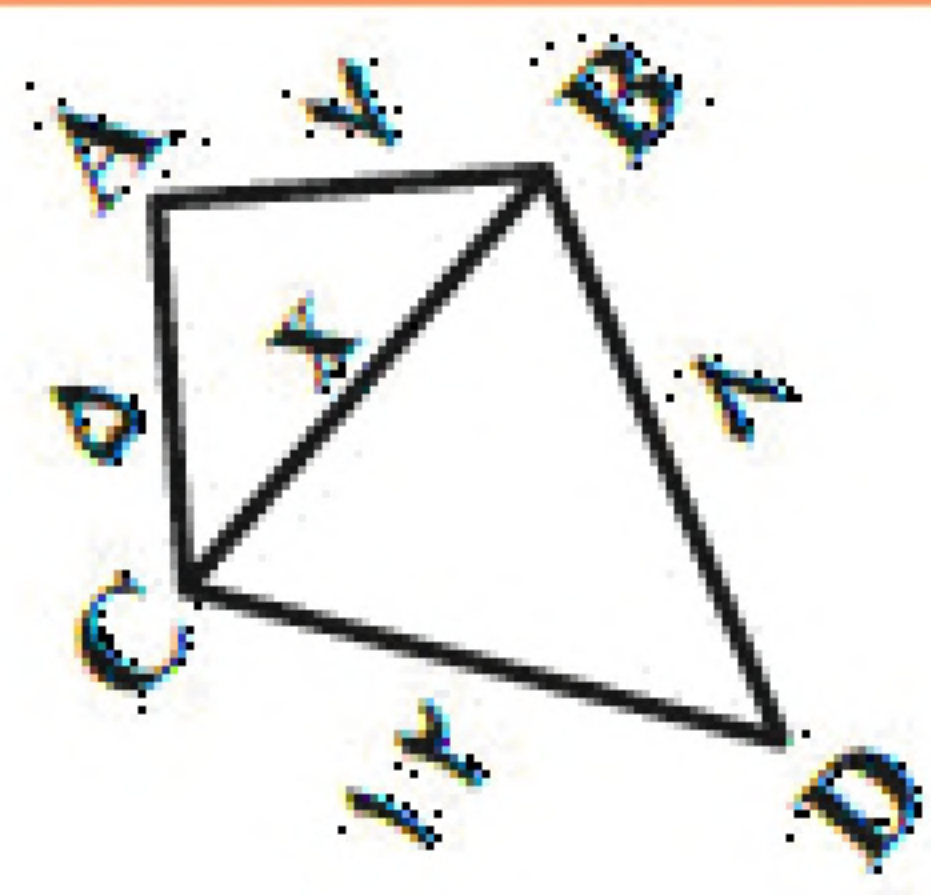
$$2) (x + 7) + 6x > 4x - 4 \Rightarrow 7x + 7 > 4x - 4 \Rightarrow 3x > -11 \Rightarrow x > -\frac{11}{3}$$

$$3) 6x + (4x - 4) > x + 7 \Rightarrow 10x - 4 > x + 7 \Rightarrow 9x > 11 \Rightarrow x > \frac{11}{9}$$

$$\frac{11}{9} < x < 3$$

اشتراک سه بازه‌ی به دست آمده برابر است با:

توجه کنید که به ازای مقادیر به دست آمده برای x ، طول سه پاره خط مثبت است.



۱۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نامساوی مثلثی را در دو مثلث ABC و BCD می‌نویسیم:

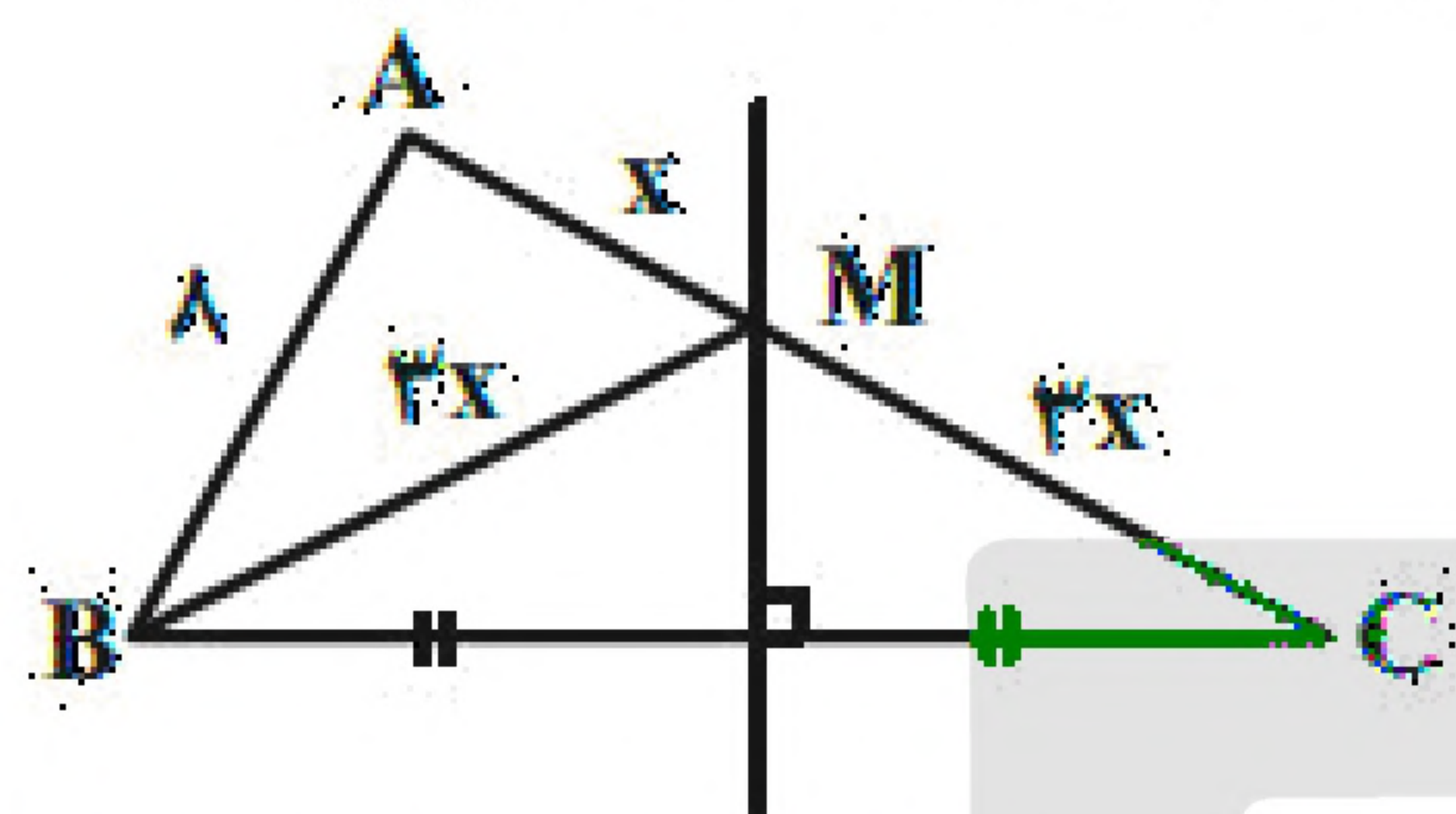
$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABC: 7 - 5 < x < 7 + 5 \Rightarrow 2 < x < 12 \\ \triangle BCD: 12 - 8 < x < 12 + 8 \Rightarrow 4 < x < 20 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 < x < 12$$

$$\Rightarrow 5 \leq x \leq 11$$

$$(11 - 5) + 1 = 7$$

بنابراین تعداد مقادیر طبیعی X برابر است با:

۱۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نقطه‌ی M واقع بر عمود منصف BC، از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است. پس:



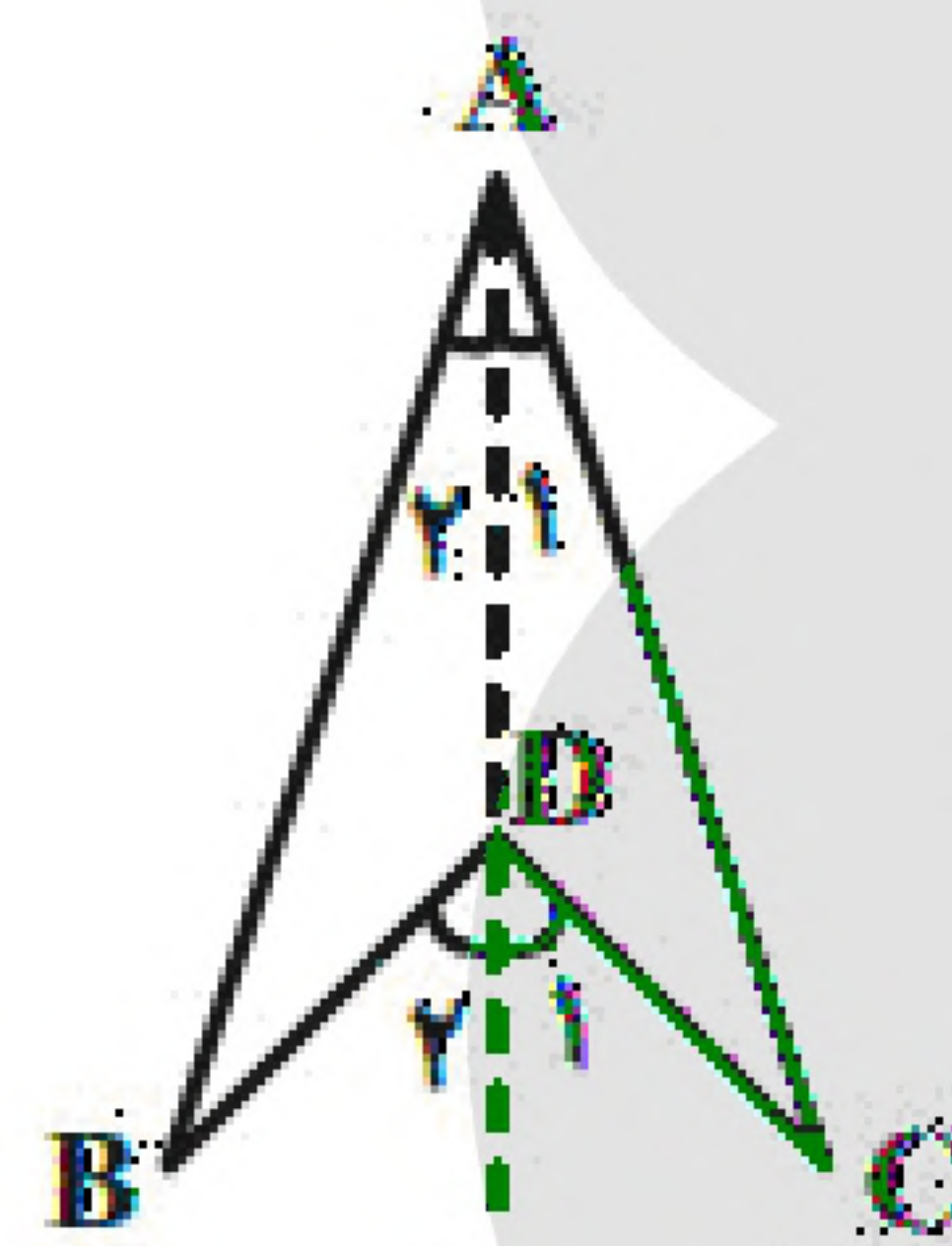
$$MB = MC = 3x$$

$$\left. \begin{array}{l} 3x + x > 8 \Rightarrow x > 2 \\ 3x + 8 > x \Rightarrow x > -4 \\ x + 8 > 3x \Rightarrow x < 4 \end{array} \right\} \Rightarrow 2 < x < 4$$

$$AC = 4x \Rightarrow 8 < AC < 16$$

در مثلث ABM نامساوی مثلثی را می‌نویسیم:

۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در شکل زیرا $\hat{D} = \hat{A} + \hat{B} + \hat{C}$



$$D_1 \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{A}_1 + \hat{C} \quad \text{است}$$

$$D_2 \Rightarrow \hat{D}_2 = \hat{A}_2 + \hat{B} \quad \text{است}$$

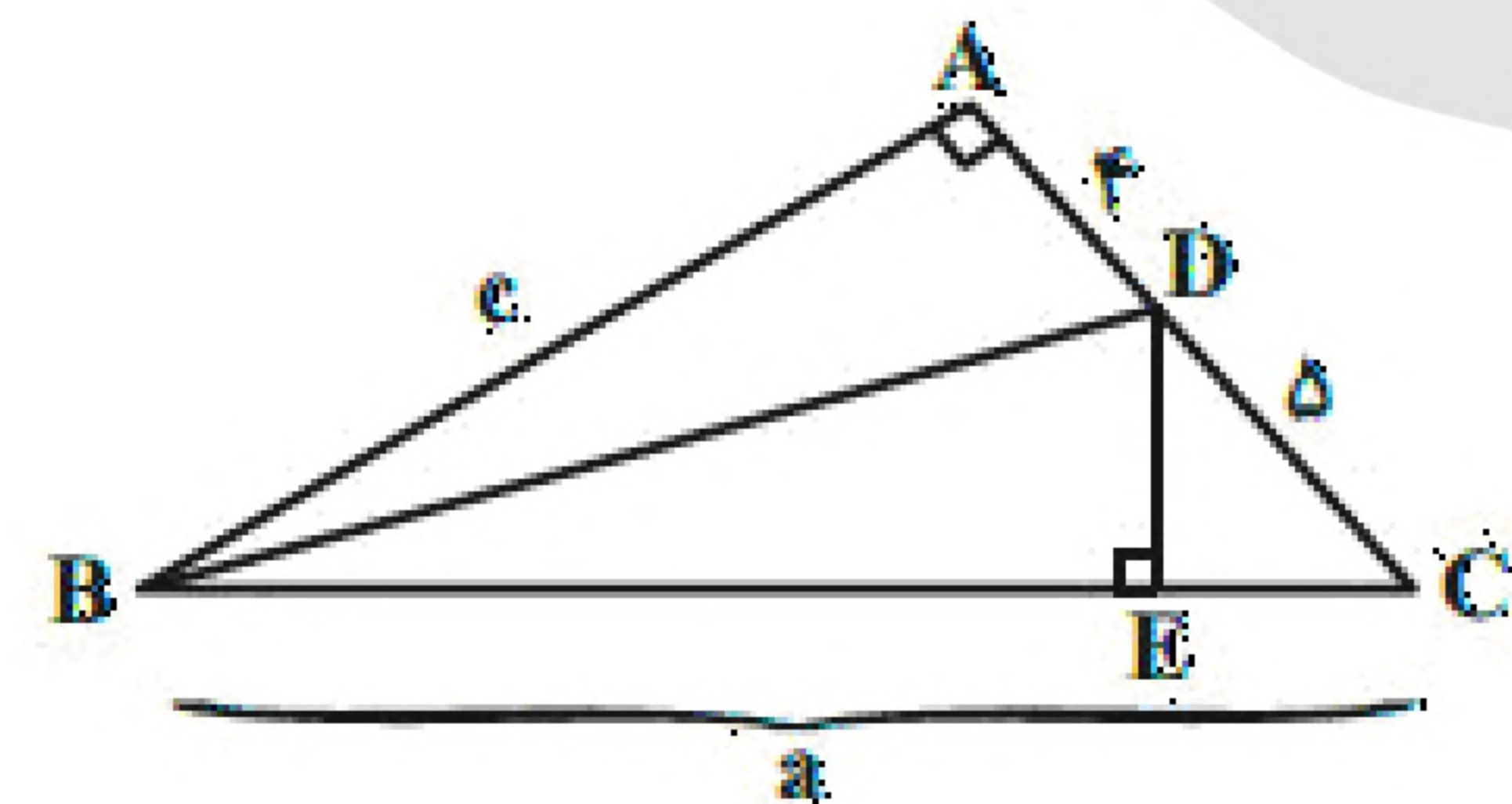
$$\hat{D}_1 + \hat{D}_2 = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{B} + \hat{C} \Rightarrow \hat{D} = \hat{A} + \hat{B} + \hat{C}$$

$$5\alpha = \alpha + 20^\circ + 40^\circ \Rightarrow 4\alpha = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 15^\circ$$

بنابراین:

بنابراین:

۱۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از D عمود DE را بر ضلع BC رسم می‌کنیم. D روی نیمساز زاویه B واقع است. پس از دو ضلع آن به یک فاصله است. بنابراین:



$$\left. \begin{array}{l} DE = DA = 4 \\ DB = DB \\ \hat{A} = \hat{E} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BAD \cong \triangle BED \Rightarrow BE = AB = c$$

$$a - c = BC - BE = EC = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این که دو کمان یک‌دیگر را قطع می‌کنند، پس باید شعاع کمان‌ها بیش‌تر از نصف طول پاره‌خط باشد؛ لذا k باید از $\frac{6}{\pi}$ بیش‌تر باشد. یعنی بزرگ‌تر از ۳ باشد پس $k = 4$ می‌تواند باشد.



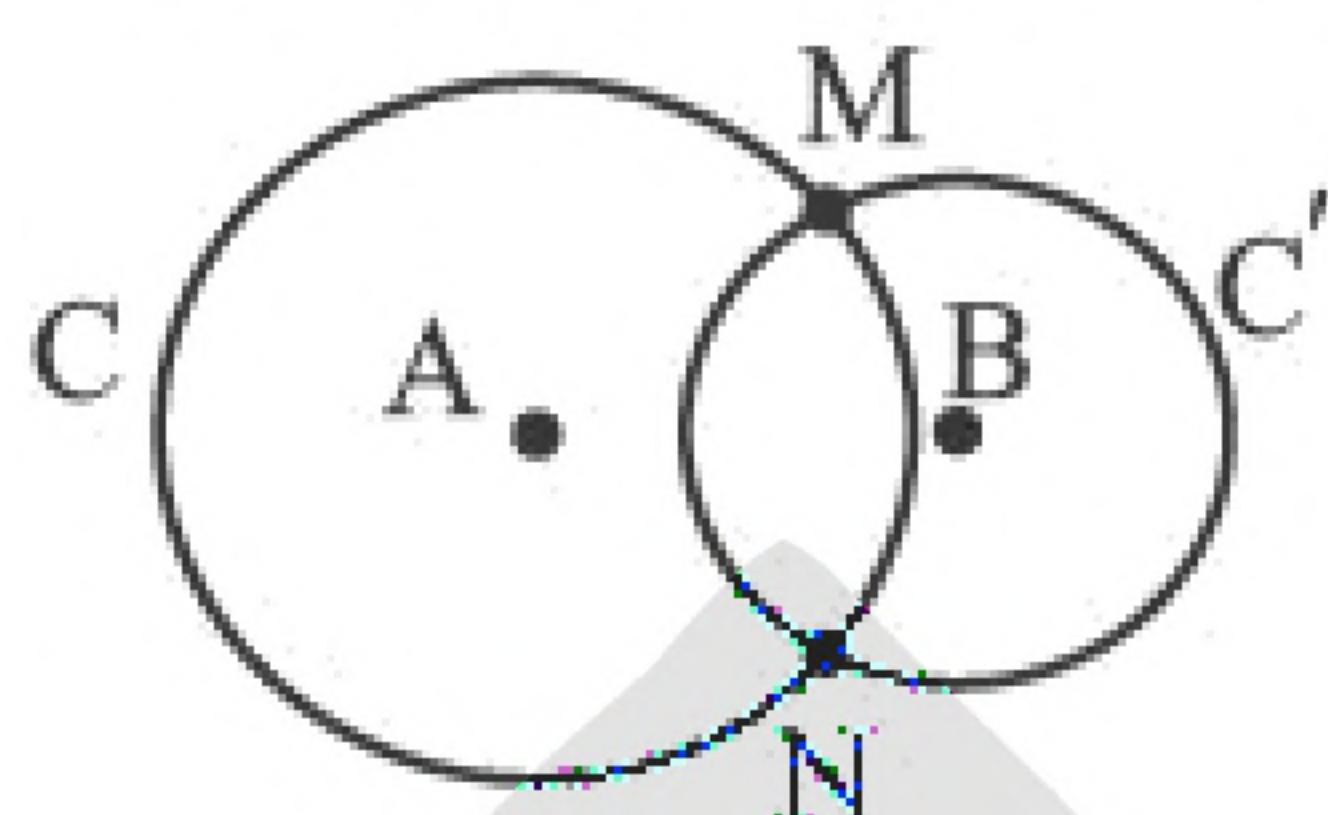
۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نقاط موردنظر، اشتراک سه مجموعه‌ی نقاط زیر هستند:

الف) نقاط واقع بر دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۵ (دایره‌ی C)

ب) نقاط واقع بر دایره‌ای به مرکز B و شعاع ۳ (دایره‌ی C')

پ) دو خط Δ و Δ' به موازات d و به فاصله‌ی یک واحد از خط d .

دو دایره‌ی C و C' در نقاط M و N متقاطع هستند و تعداد جواب‌های مسئله به صورت زیر است:



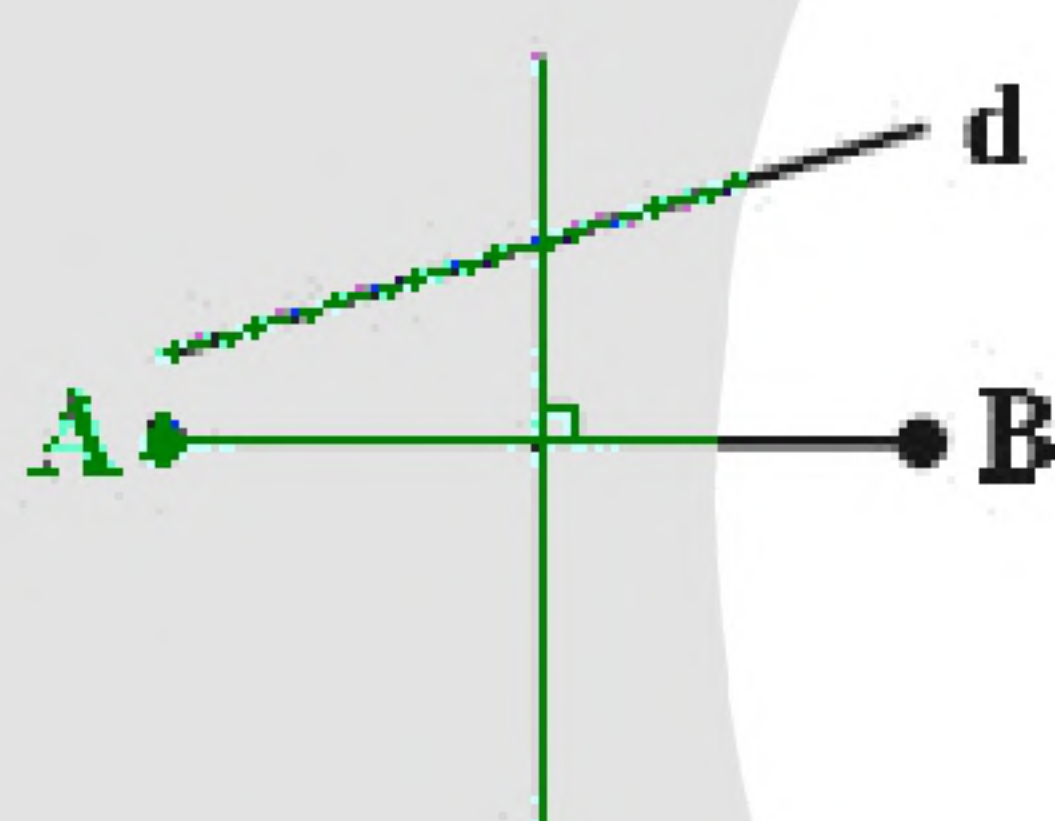
(۱) $x = 0$ ، هیچ کدام از دو خط Δ و Δ' از نقاط M و N عبور نمی‌کنند.

(۲) $x = 1$ ، یکی از دو خط Δ و Δ' از یکی از نقاط M و N عبور می‌کند.

(۳) $x = 2$ ، یکی از دو خط Δ و Δ' از دو نقطه‌ی M و N عبور می‌کند. بنابراین مجموع مقادیر ممکن x ، برابر $0 + 1 + 2 = 3$ است.

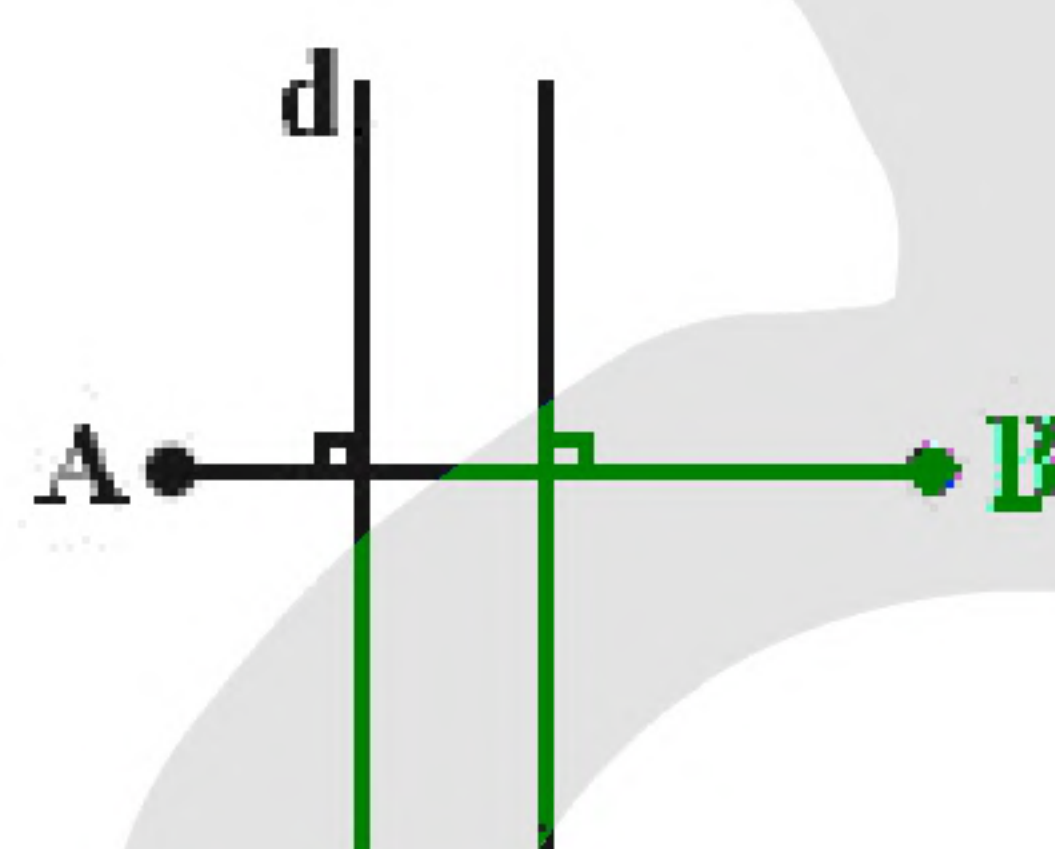
۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نقطه‌هایی که از A و B به یک فاصله هستند، روی عمودمنصف پاره‌خط AB قرار دارند.

بنابراین نقطه‌های موردنظر محل برخورد خط d با عمودمنصف پاره‌خط AB هستند. حالت‌های زیر ممکن است رخ دهد:



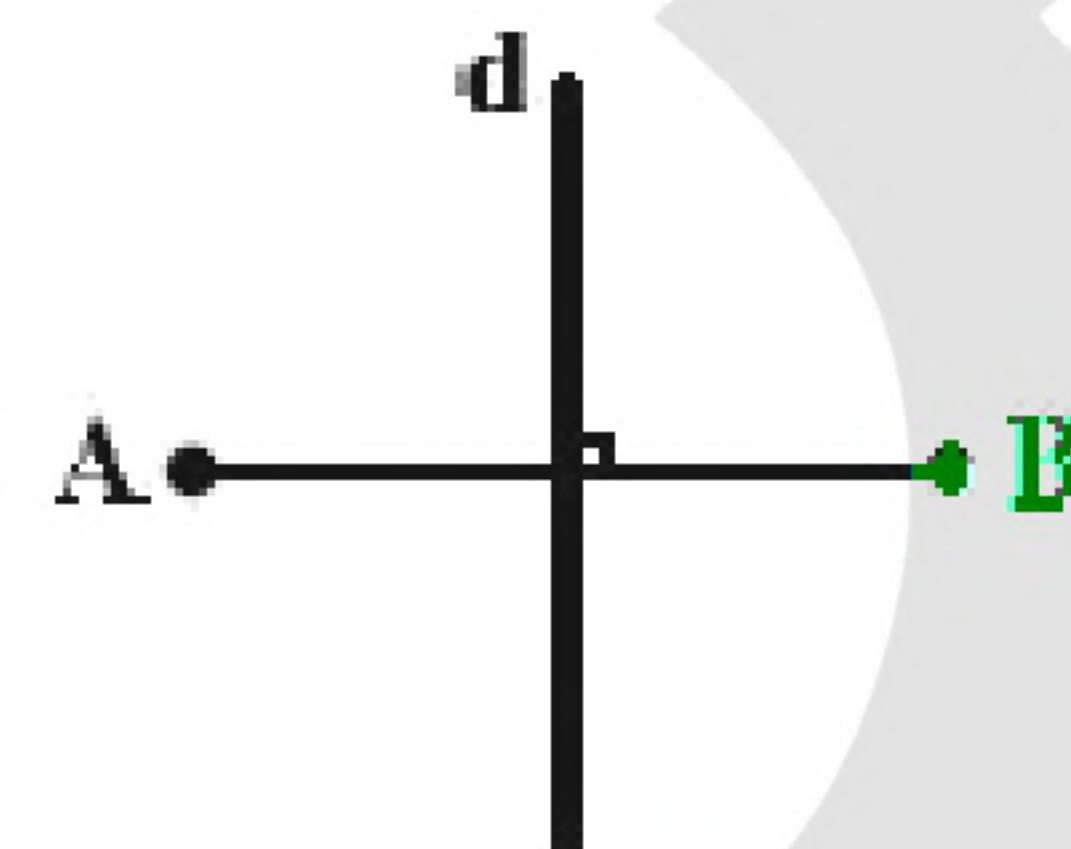
مجموعه یک عضو دارد

خط d موازی یا منطبق بر عمودمنصف نیست



مجموعه تهی خواهد بود

خط d موازی عمودمنصف است



مجموعه نامتناهی عضو دارد

خط d منطبق بر عمودمنصف است

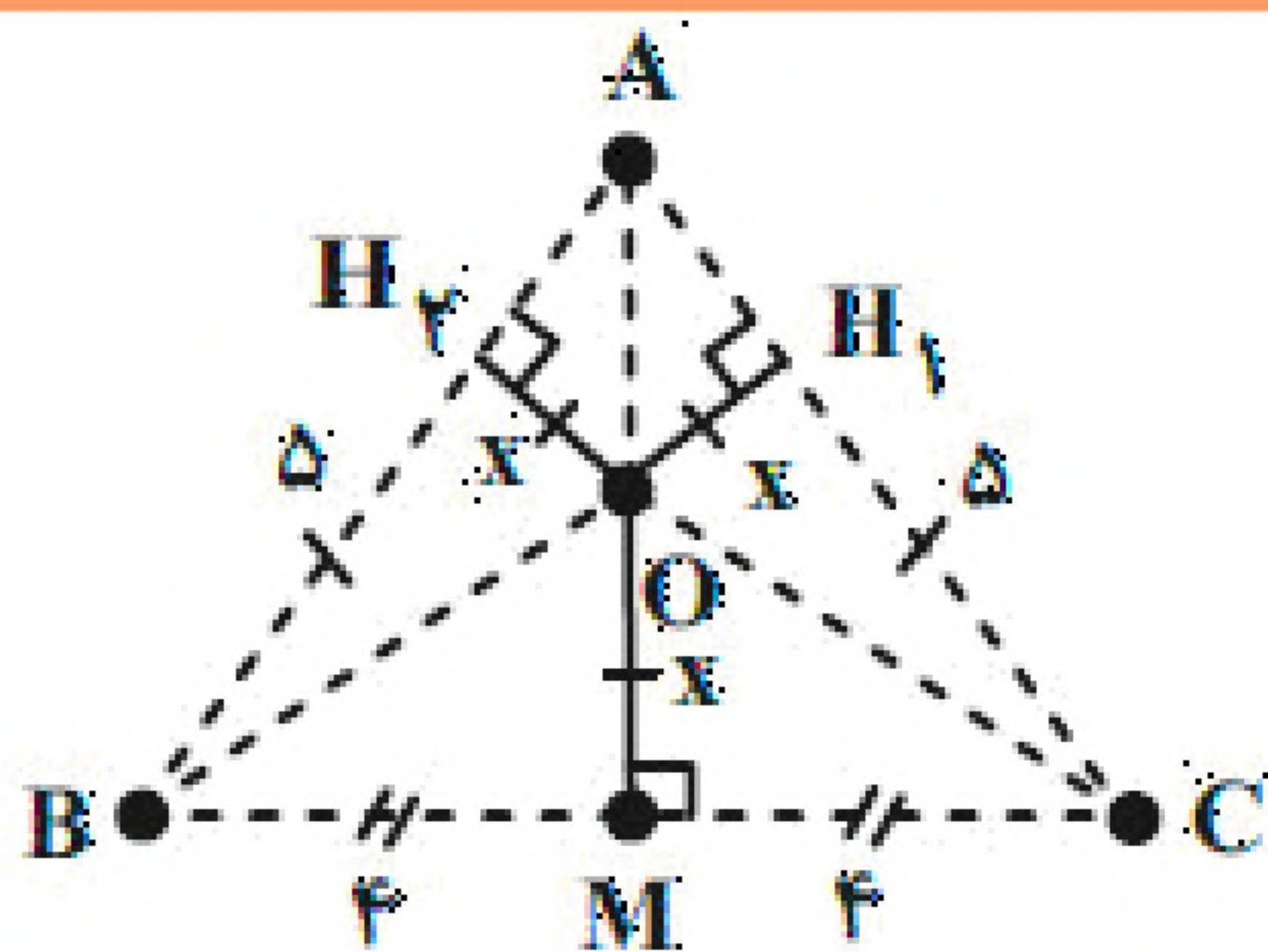
۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تمامی گزاره‌ها قابل اثبات می‌باشند. تنها گزینه‌ای که مثال نقض دارد گزینه‌ی ۳ می‌باشد که

مثال نقض آن مستطیل یا مربع می‌باشد که هیچ زاویه‌ای کوچک‌تر از 90° ندارد.

شکل درست گزاره ۳: هر چهارضلعی حداقل یک زاویه کوچک‌تر یا مساوی 90° دارد.

نکته: هر مثلث حداقل یک زاویه کوچک‌تر یا مساوی 60° دارد.

توجه داشته باشید در گزاره‌های مرکب، گاهی اوقات حذف یک قسمت از آن عبارت نادرستی گزاره می‌گردد.



۲۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. X فاصله‌ی محل برخورد نیمسازهای داخلی با هر ضلع مثلث می‌باشد. (چون O نقطه‌ی مشترک روی نیمسازها است، پس فاصله‌ی آن تا سه ضلع برابر X است.)

چون مثلث متساوی‌الساقین است AM علاوه بر نیمساز، میانه و عمودمنصف هم هست و نقطه‌ی برخورد نیمسازها روی عمودمنصف AM رابطه فیثاغورس

$$\xrightarrow{\text{رابطه فیثاغورس}} AM = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ است.}$$

مساحت را می‌توان از دو طریق پیدا کرد و مقدار X را یافت. پس:

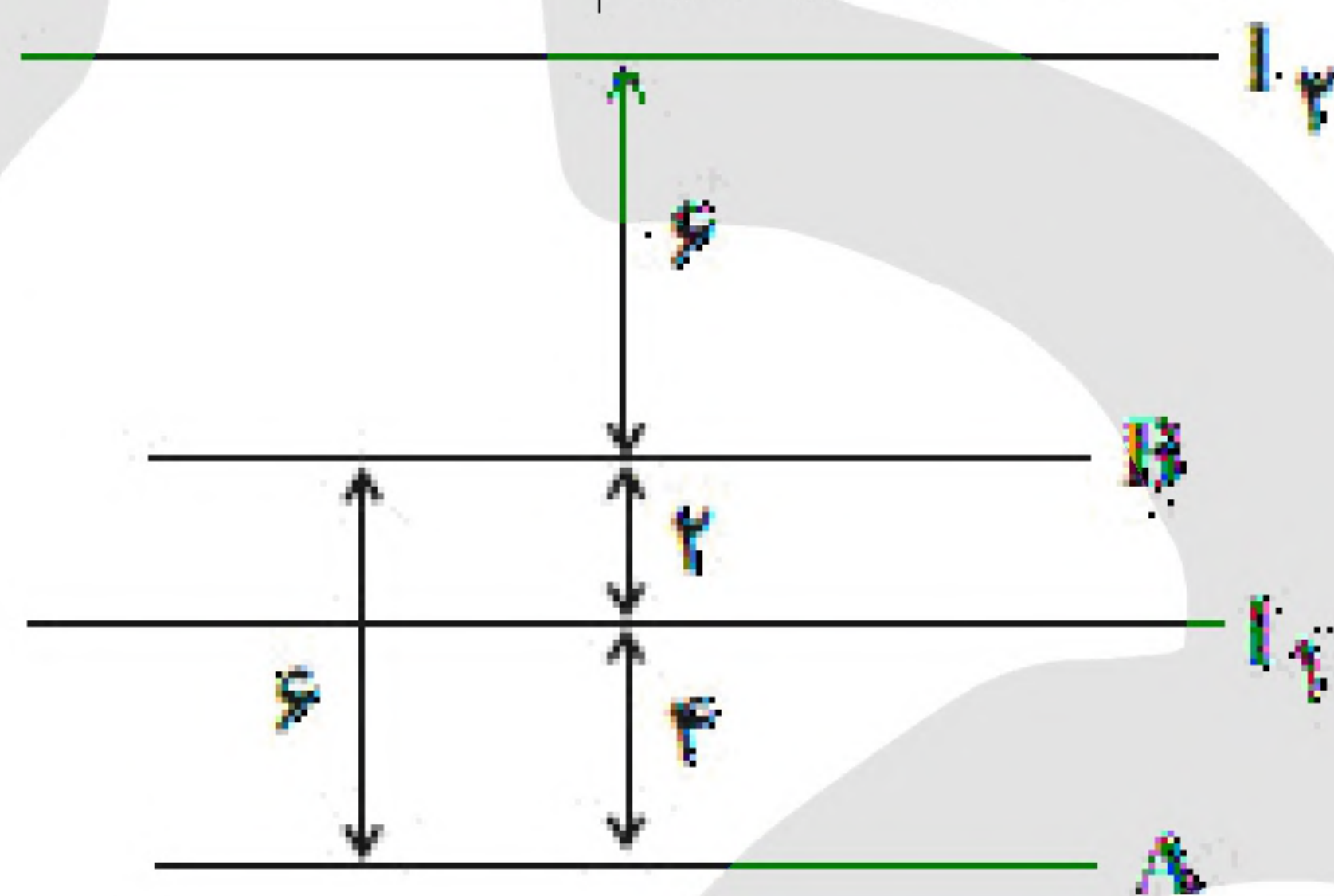
$$S_{\triangle ABC} = \frac{BC \times AM}{2} = \frac{8 \times 3}{2} = 12$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(AB \times x + AC \times x + BC \times x) = 12 \Rightarrow S = \frac{1}{2}(5x + 5x + 8x) = 12$$

$$\Rightarrow 18x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{18} = \frac{4}{3}$$

$$\text{مجموع خواسته شده} = 3x = 3 \times \frac{4}{3} = 4$$

۲۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. خطوط A و B را در نظر می‌گیریم.

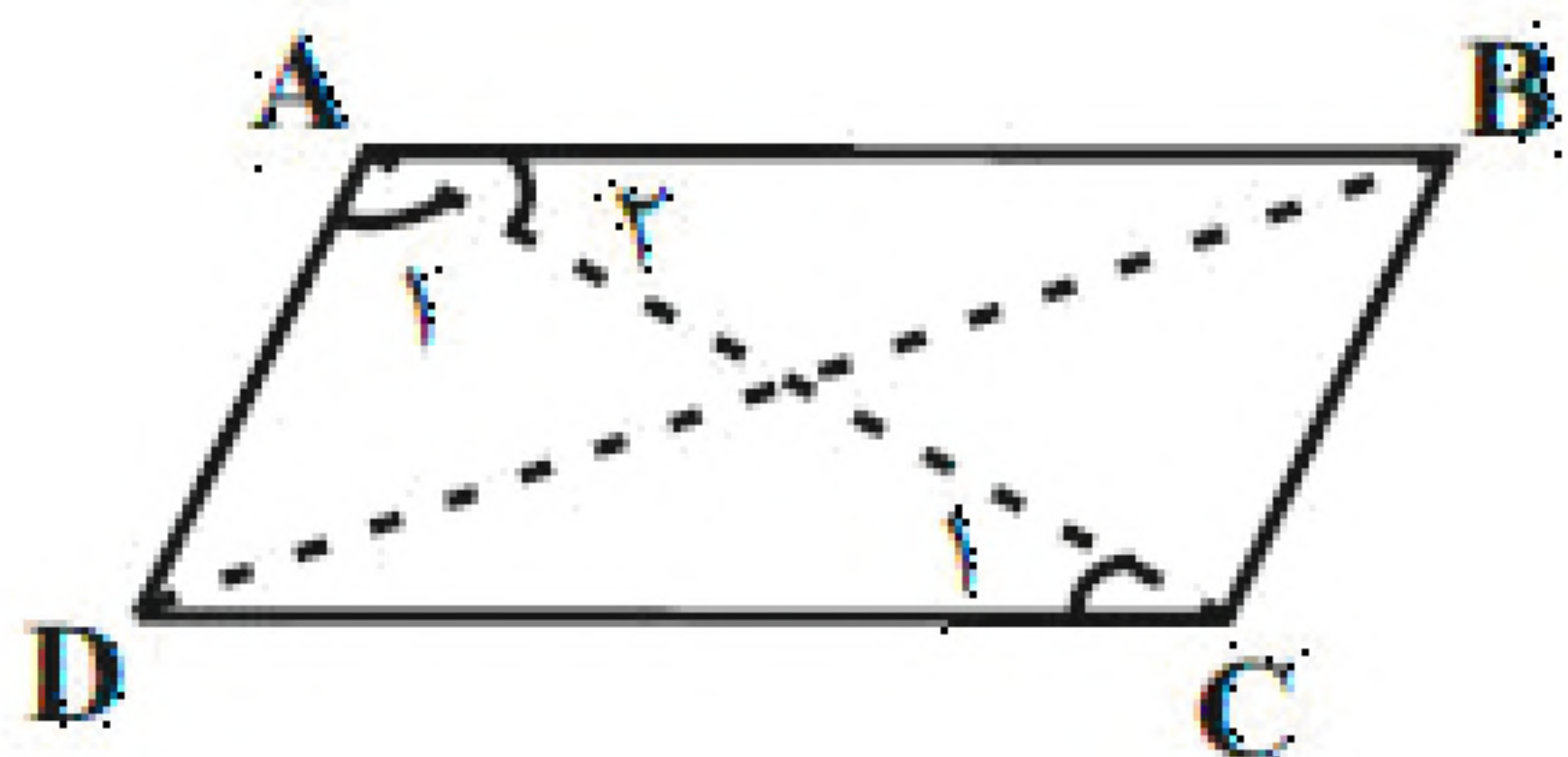


تنها دو خط l_1 و l_2 برای شرایط گفته شده صدق می‌کنند که فاصله‌ی این دو خط برابر ۸ می‌باشد.



۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عکس حکم گزینه‌ی ۱ به صورت: «اگر مجموع زاویه‌های داخلی یک چهارضلعی 360° باشد آن گاه آن چهارضلعی یک چهارضلعی محدب است.» بیان می‌شود که چهارضلعی زیر مثال نقضی برای آن است. پس نمی‌توان حکم گزینه‌ی ۱ را به صورت یک قضیه‌ی دشرطی نوشت.

۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



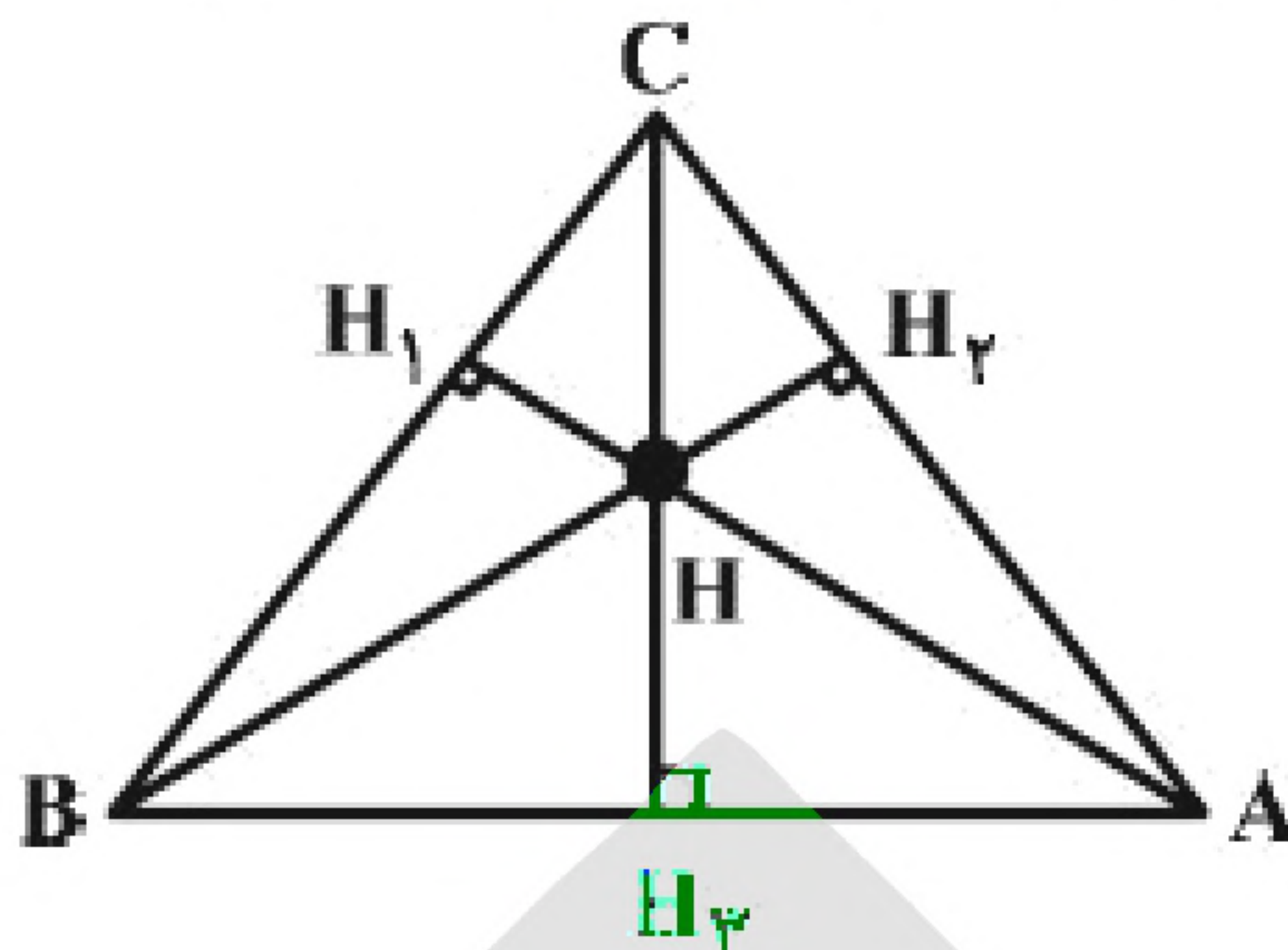
$$AB > AD \Rightarrow DC > AD \Rightarrow \hat{A}_1 > \hat{C}_1$$

$$\hat{A}_2 = \hat{C}_1 \xrightarrow{\quad} \hat{A}_1 > \hat{A}_2$$

پس گزینه‌ی ۱ صحیح است.



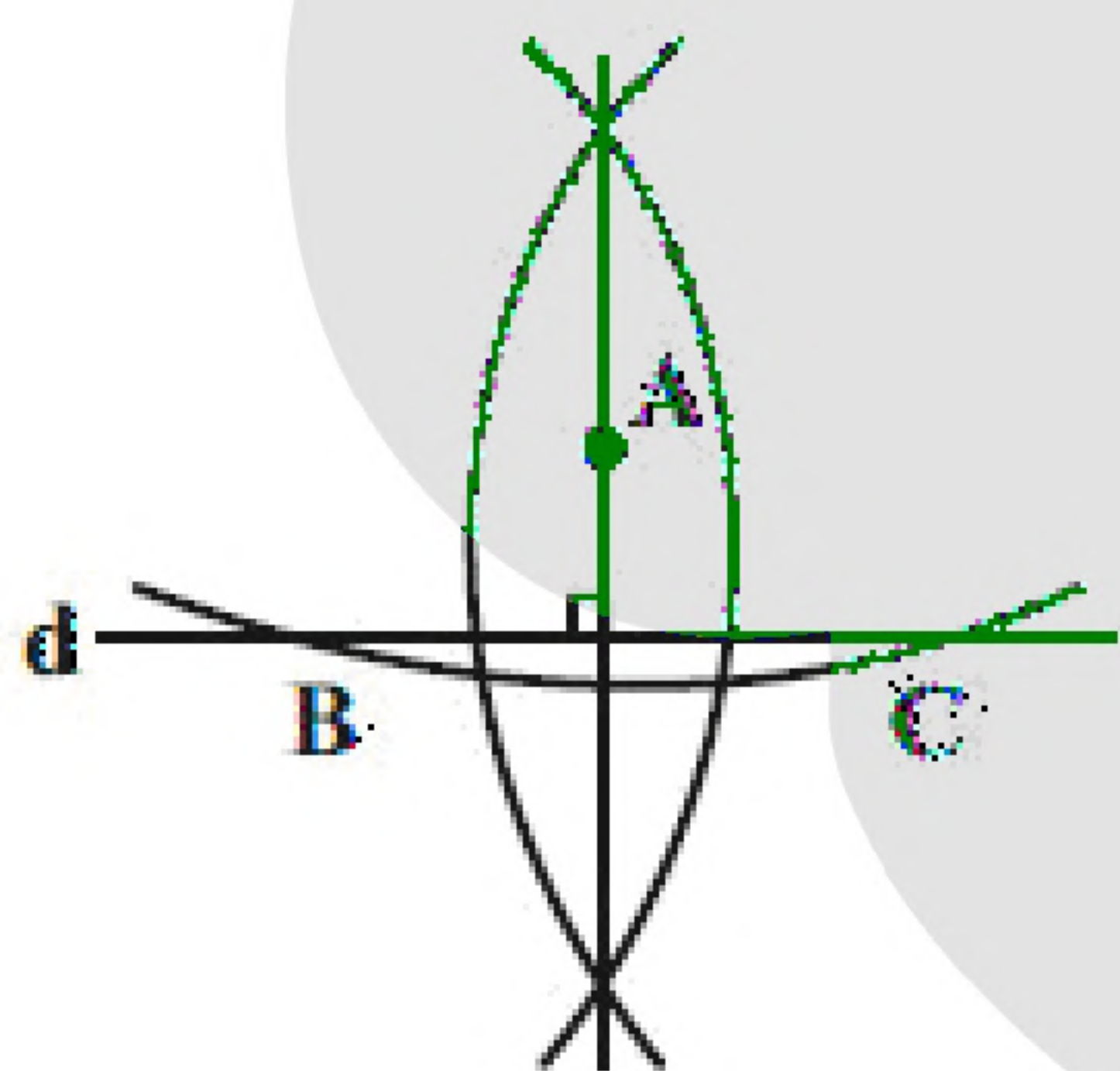
۲۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون $\hat{B} = 180^\circ - (60^\circ + 70^\circ) = 50^\circ$ است، پس نقطه تلاقی سه ارتفاع این مثلث داخل مثلث قرار می‌گیرد. مطابق شکل در چهارضلعی BH_1HH_3 داریم:



$$\hat{H}_1 + \hat{B} + \hat{H}_3 + \hat{H} = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 90^\circ + 50^\circ + 90^\circ + \hat{H} = 360^\circ \Rightarrow \hat{H} = 130^\circ \Rightarrow \hat{CHA} = 130^\circ$$

۲۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شکل درست نقیض گزینه‌های ۲ و ۳ و ۴ به صورت زیر است:
گزینه ۲: عدد صحیحی وجود دارد که مربع آن کوچک‌تر یا مساوی صفر است.
گزینه ۳: y بزرگ‌تر یا مساوی x است.
شکل درست گزینه ۴ هم در گزینه ۱ وجود دارد.



۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

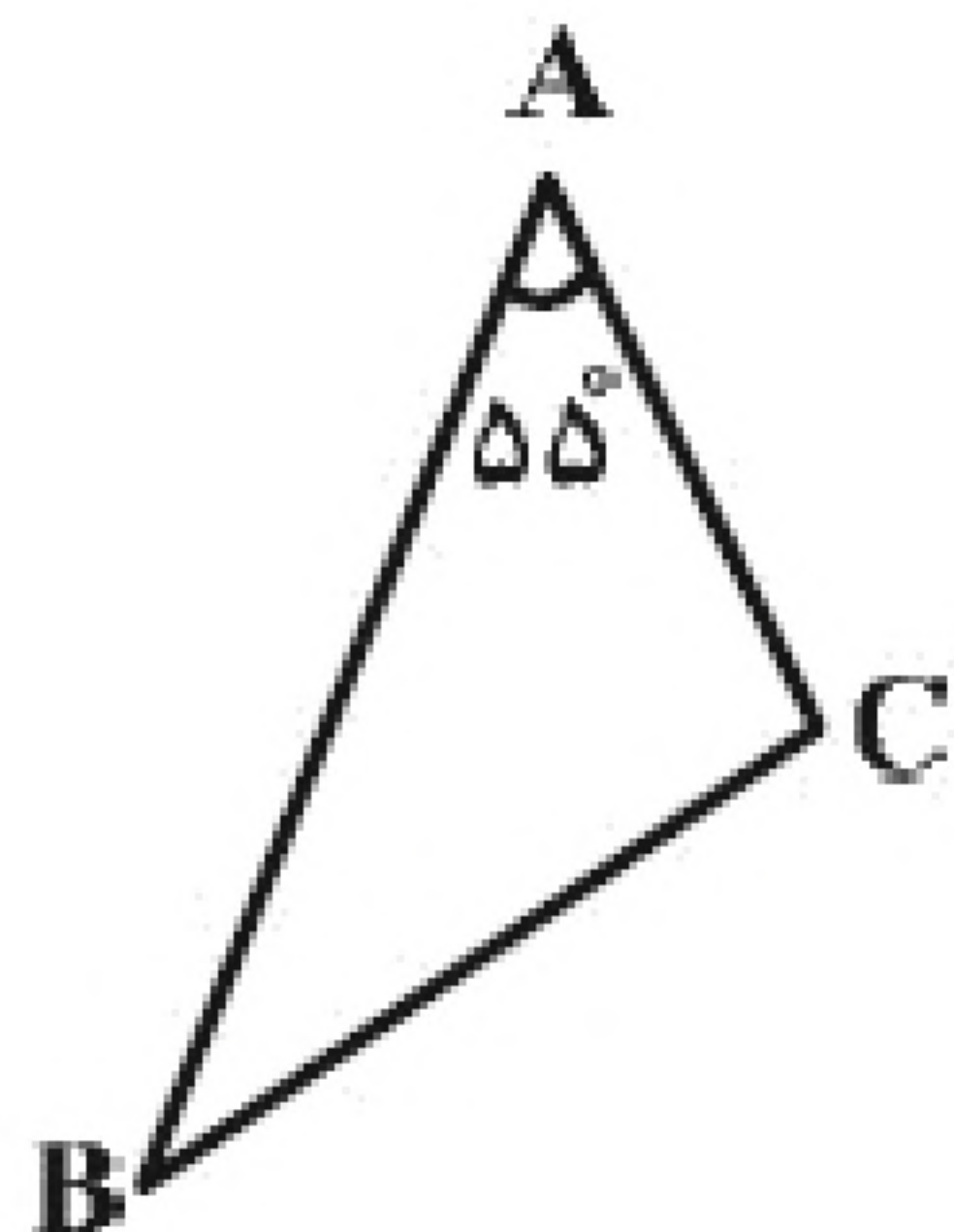
ابتدا به مرکز A کمانی رسم می‌کنیم تا خط داده شده را در دو نقطه C و B قطع کند. سپس عمودمنصف پاره‌خط BC را به کمک دو کمان یکی به مرکز B و دیگری به مرکز C رسم می‌کنیم. این عمودمنصف خطی است که از نقطه A گذشته و بر خط d عمود است.

۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای اثبات یک قضیه به روش برهان خلف، بایستی فرض اثبات را نقیض حکم گزاره اصلی قرار دهیم و سعی کنیم به تناقض برسیم. در این مثال حکم اصلی قضیه که می‌خواهیم آنرا ثابت کنیم گزاره $(\hat{B} \neq \hat{C})$ می‌باشد. بنابراین در روش برهان خلف باید فرض کنیم: $\hat{B} = \hat{C}$



«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۳۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، زاویه‌ی روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از زاویه‌ی روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر. بنابراین در مثلث ABC ، چون $AB > AC$ است می‌توان نوشت: $\hat{C} > \hat{B}$ از طرفی مجموع زوایای داخلی مثلث ABC ، 180° درجه است.

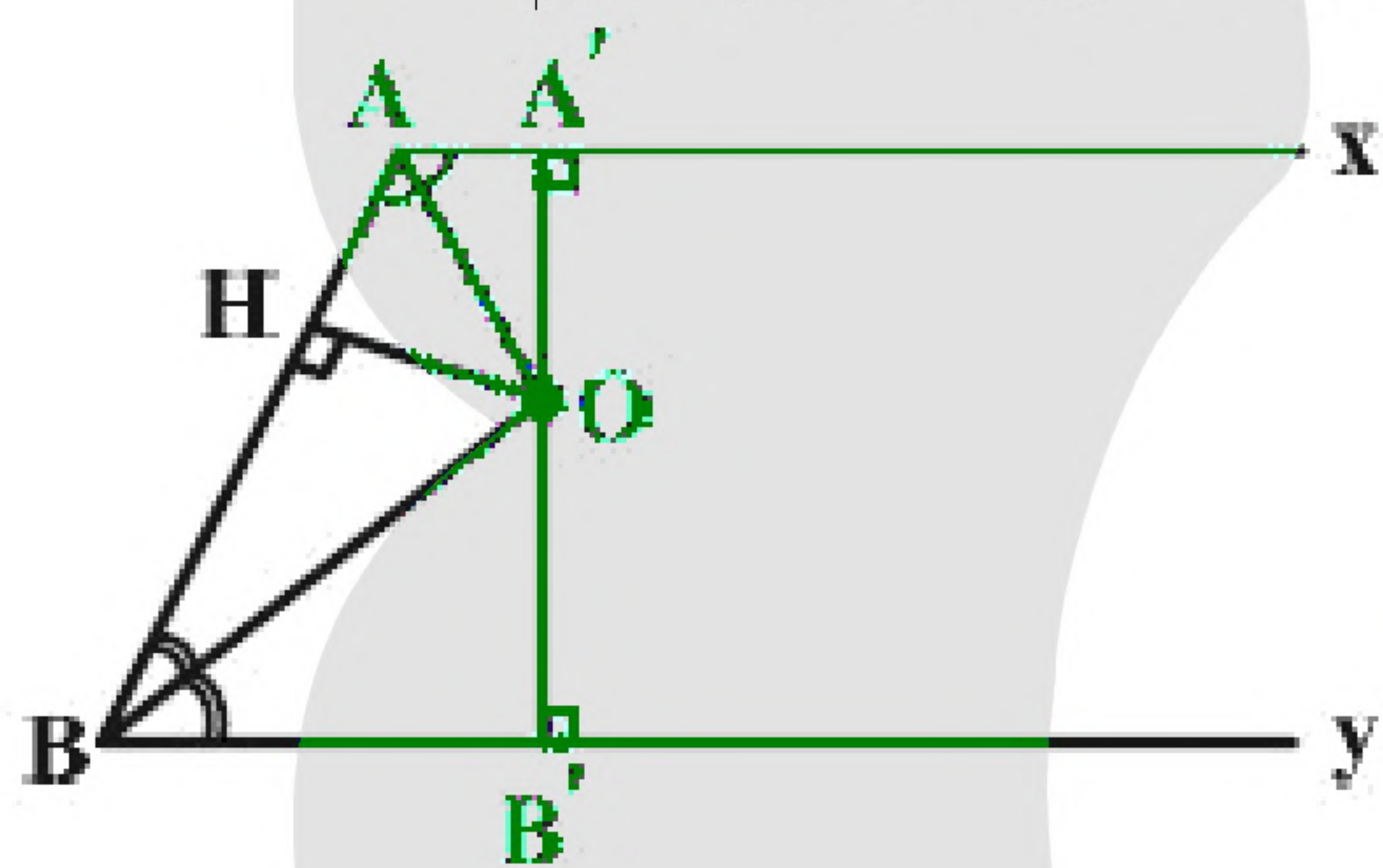


$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 55^\circ + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 125^\circ$$

$$\hat{C} > \hat{B} \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} > \hat{B} + \hat{B} \xrightarrow{\hat{B} + \hat{C} = 125^\circ} 125^\circ > 2\hat{B} \Rightarrow \hat{B} < 62.5^\circ$$

بنابراین بزرگ‌ترین مقدار صحیح ممکن برای \hat{B} برابر 62° است.

۳۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نقطه‌ی O روی نیمساز دو زاویه‌ی BAX و ABY قرار دارد، پس داریم:

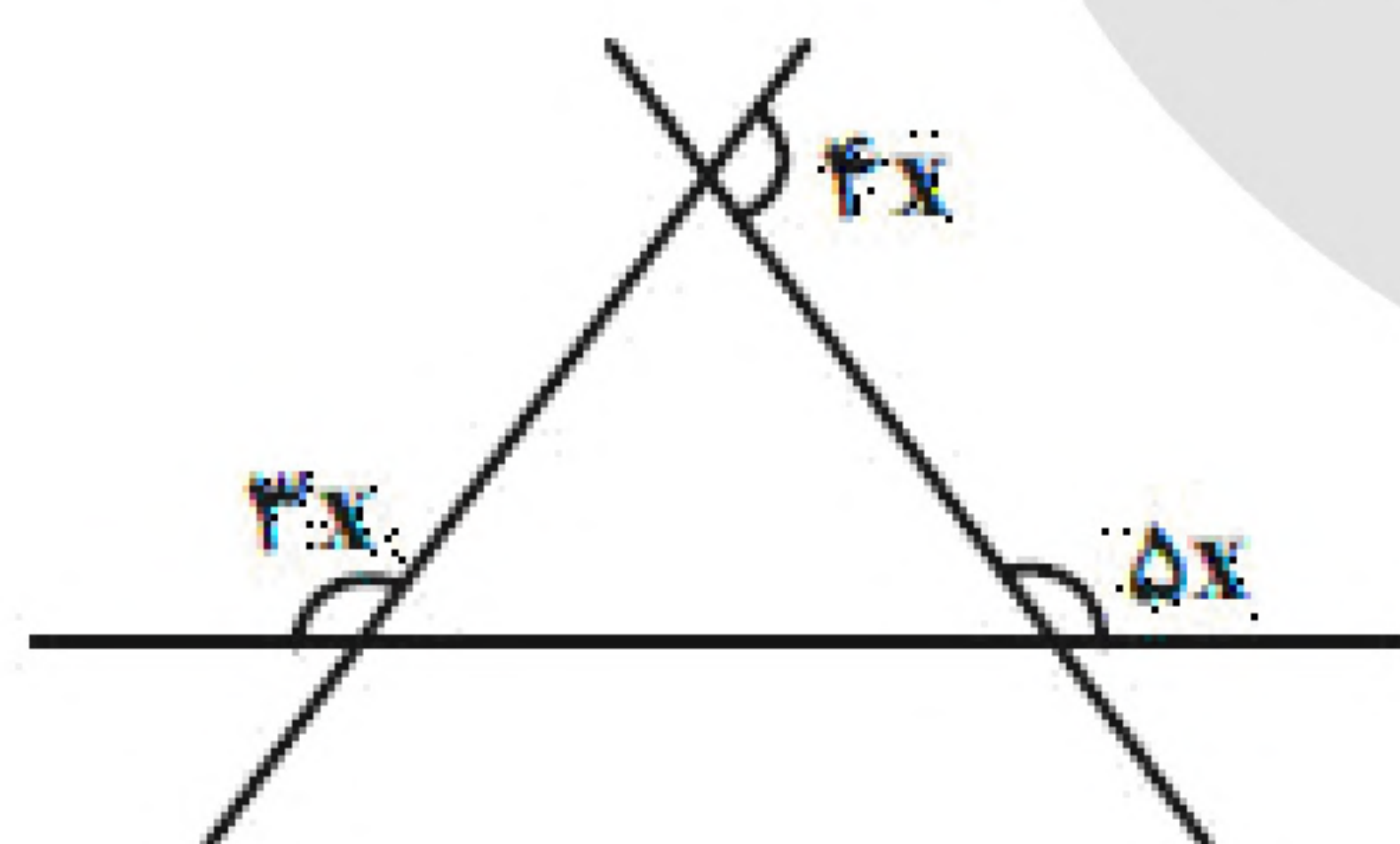


$$\triangle OAH \cong \triangle OAA' \Rightarrow AH = AA' \quad (1)$$

$$\triangle OBH \cong \triangle OBB' \Rightarrow BH = BB' \quad (2)$$

$$1, 2 \Rightarrow AH + BH \Rightarrow AA' + BB' \Rightarrow AB = AA' + BB'$$

۳۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم مجموع زوایای خارجی هر مثلث 360° درجه است.



$$3x + 4x + 5x = 360^\circ$$

$$12x = 360^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$$

می‌دانیم کوچک‌ترین زاویه‌ی داخلی متناظر با بزرگ‌ترین زاویه‌ی خارجی است.

$$\text{بزرگ‌ترین زاویه‌ی خارجی} = 5 \times 30^\circ = 150^\circ$$

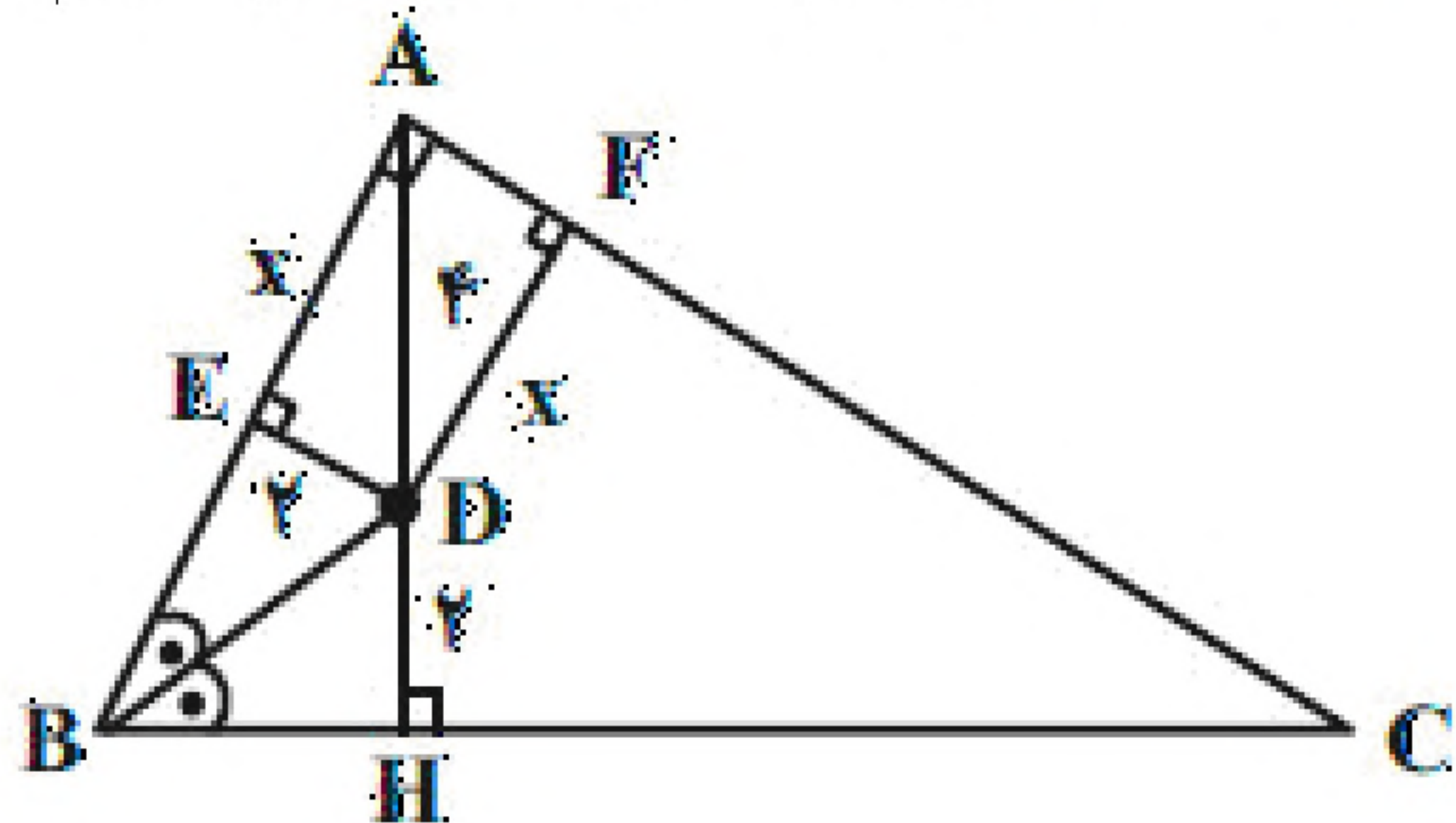
$$180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

کوچک‌ترین زاویه‌ی داخلی:



۳۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است. پس $DH = DE = 2$.
چهارضلعی $AEDF$ مستطیل است، زیرا سه زاویه قائمه است. پس $AE = DF = x$ و بنابر قضیه فیثاغورس داریم:



$$AD^2 = DE^2 + AE^2 \Rightarrow 4^2 = 2^2 + x^2 \\ \Rightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x = 2\sqrt{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = \hat{B} + \hat{C} \\ \hat{B} = \hat{C} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}$$

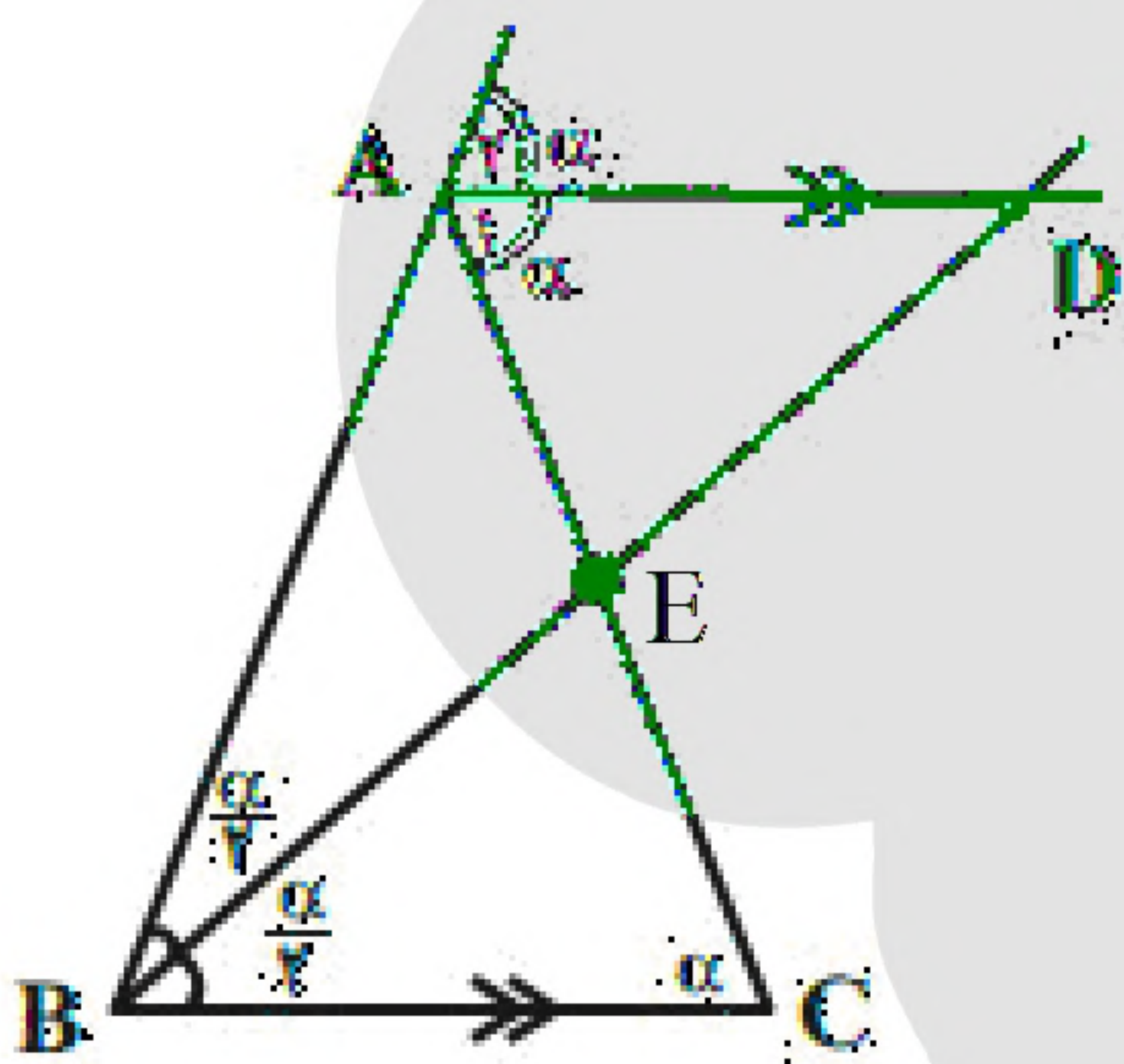
۳۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

طبق عکس قضیه خطوط موازی و مورب، نیمساز خارجی رأس (AD) موازی BC می‌باشد. $(AD \parallel BC)$

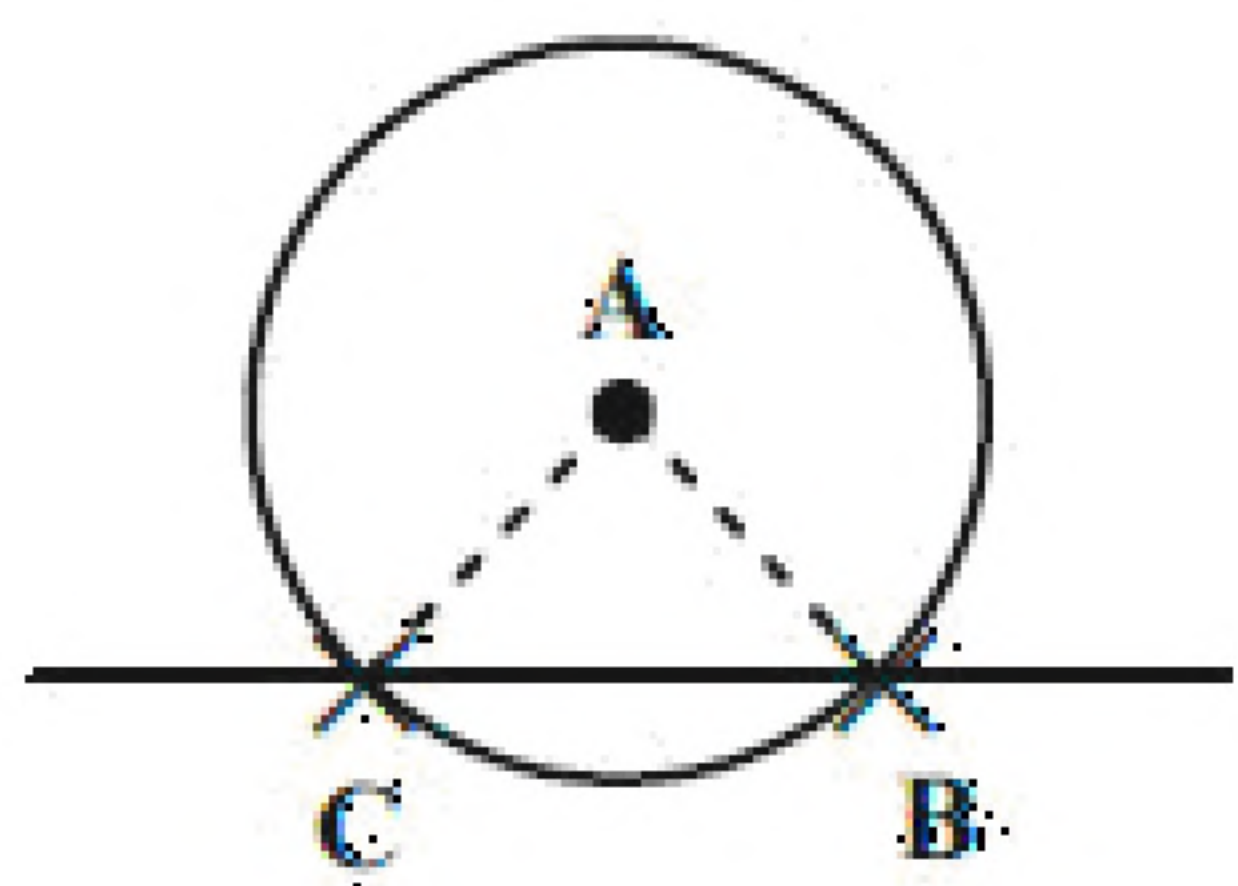
$$AD \parallel BC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C} = \alpha$$

$$AD \parallel BC \Rightarrow \hat{D} = \hat{B}_1 = \frac{\alpha}{2} \xrightarrow{\hat{B}_1 = \hat{B}_2} \hat{D} = \hat{B}_2$$

مثلث ABD متساوی الساقین است.

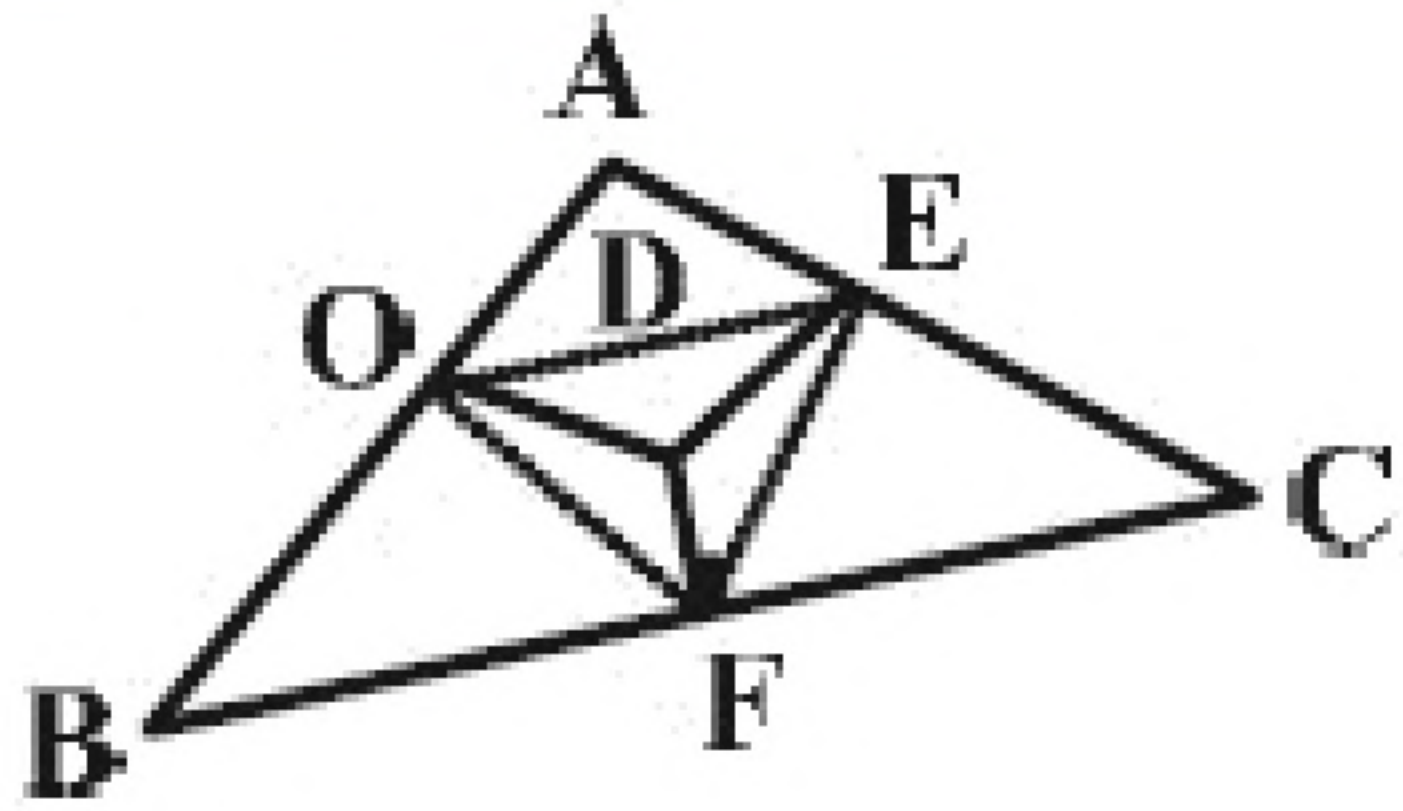


$$\left. \begin{array}{l} AB = AD \\ AB = AC \end{array} \right\} \Rightarrow AD = AC \Rightarrow \frac{AD}{AC} = 1$$



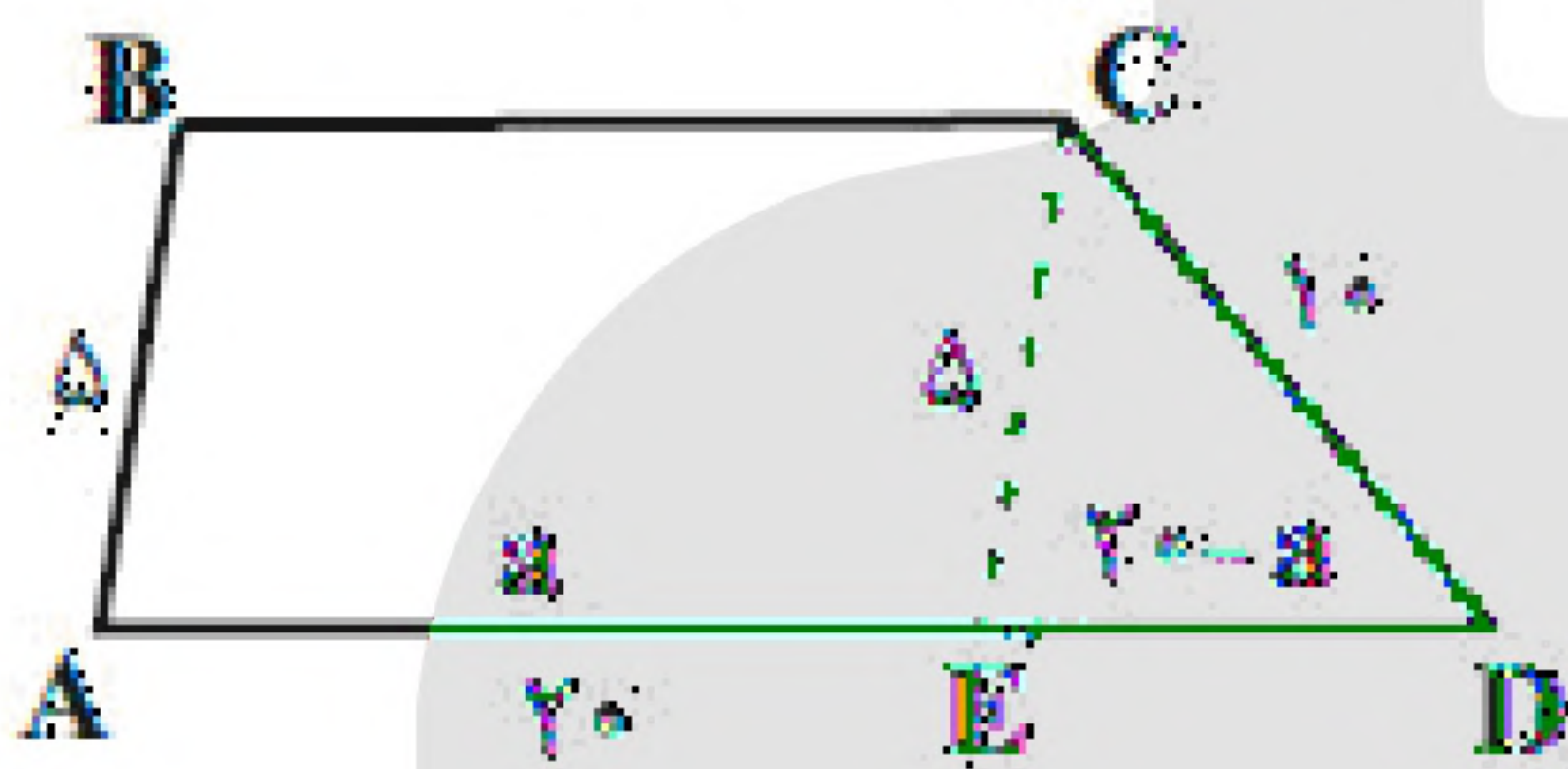
۳۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مکان هندسی نقاطی که از نقطه‌ی دلخواه A به فاصله‌ی ۲ باشد دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۲ می‌باشد و نقطه‌ی A از خط d به فاصله‌ی ۱ است لذا خط d دایره‌ی موردنظر را در ۲ نقطه قطع می‌کند. پس دو نقطه‌ی مطلوب یافت می‌شود.

۳۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. متوازی الاضلاع $ABCD$ با داشتن طول چهارضلع به طور منحصر به فرد قابل رسم نیست و برای رسم آن به اندازه‌ی یکی از زوایا نیز نیاز داریم.



۳۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در مثلث ABC ، D محل هم‌رسی نیم‌سازها می‌باشد بنابراین نقطه‌ی D از سه ضلع این مثلث دارای فاصله‌ی یکسان است. بنابراین مطابق شکل زیر نقطه‌ی D از سه رأس O ، E و F دارای فاصله یکسان است پس D محل هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث OEF می‌باشد.

۳۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از نقطه‌ی C خطی موازی AB رسم می‌کنیم، متوازی‌الاضلاع $ABCD$ پدید می‌آید، اگر مثلث CED قابل رسم باشد، دوزنقه‌ی $ABCD$ قابل رسم است. شرط رسم مثلث CED این است که:



$$\begin{cases} 10 + 5 > 20 - a \\ 10 + 20 - a > 5 \\ 5 + 20 - a > 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > 5 \\ 25 > a \\ 15 > a \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 5 < a < 15$$

۴۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مطابق شکل ارتفاع‌های مثلث ABC ، عمودمنصف‌های اضلاع مثلث $A'B'C'$ هستند.

