

# گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

## یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

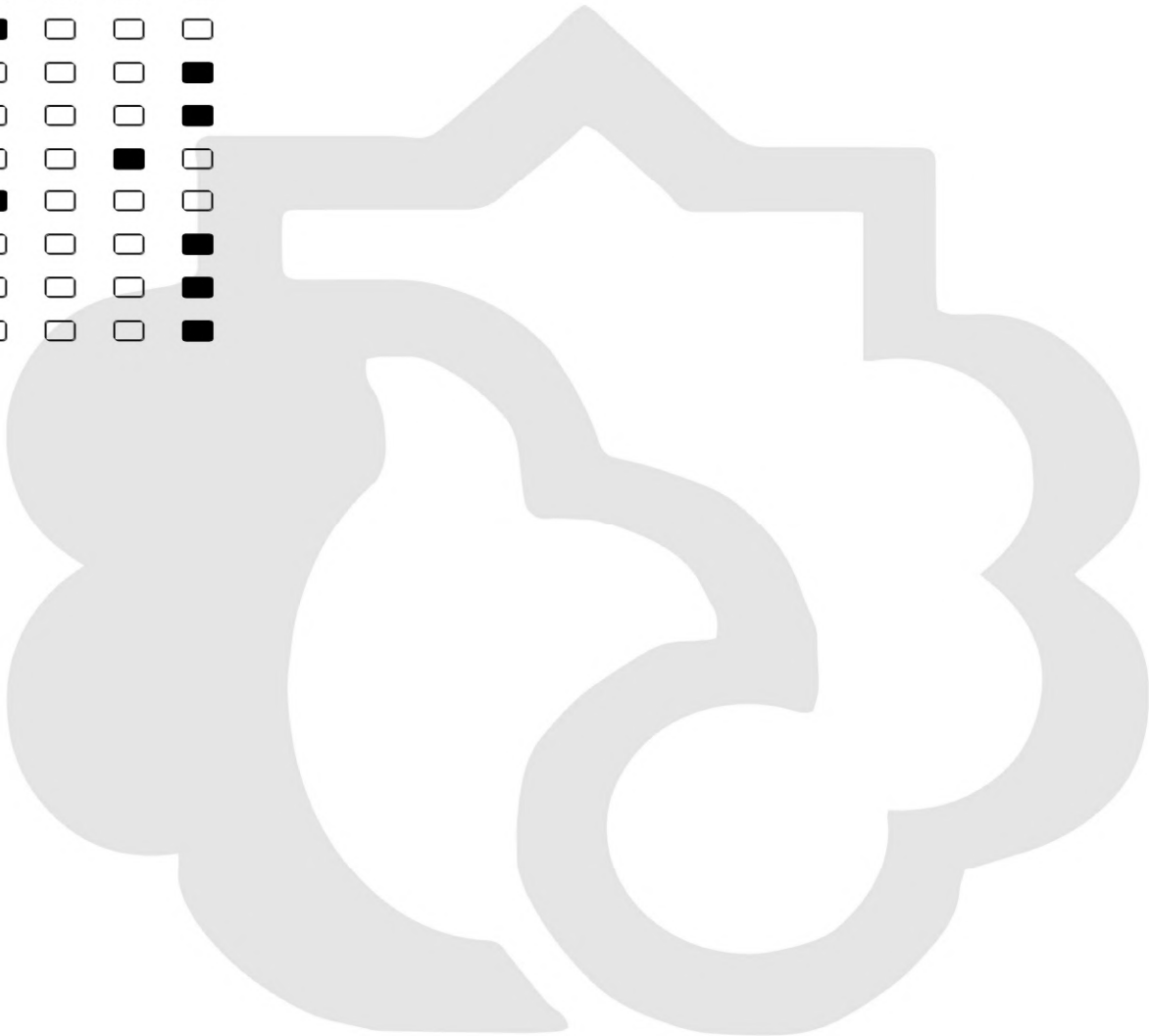
[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱-	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲-	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۵-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶-	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷-	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸-	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۱-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲-	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۴-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۵-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>





۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\{(3k, 3k), (3k, 3k+1), (3k+1, 3k), (3k+1, 3k+1), (3k+1, 3k+2), \dots\}$$

در مجموعه فوق ۵ زوج نوشته شده که شرایط سؤال را ندارند. ولی هر زوج ششمی اضافی شود با یکی از آن ۵ زوج به هدف سؤال می‌رسد.

۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باقی مانده‌های تقسیم بر ۵ می‌تواند ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ باشد.

(۰, ۱)	<del>(۱, ۱)</del>	(۴, ۱)	<del>(۲, ۱)</del>	(۳, ۱)
(۰, ۲)	<del>(۱, ۲)</del>	(۴, ۲)	<del>(۲, ۲)</del>	(۳, ۲)
<del>(۰, ۳)</del>	<del>(۱, ۳)</del>	(۴, ۳)	<del>(۲, ۳)</del>	(۳, ۳)
<del>(۰, ۴)</del>	<del>(۱, ۴)</del>	(۴, ۴)	<del>(۲, ۴)</del>	(۳, ۴)
(۰, ۵)	<del>(۱, ۵)</del>	(۴, ۵)	<del>(۲, ۵)</del>	(۳, ۵)

حالت ۳

حالت ۵

حالت ۵

پس حداکثر ۱۳ زوج مرتب می‌توان انتخاب کرد که هیچ دو زوج مرتبی مجموع مؤلفه‌های اول و مجموع مؤلفه‌های دوم ضرب ۵ نباشد. پس با انتخاب چهاردهمی، این اتفاق می‌افتد و حداقل ۲ زوج مرتب مجموع مؤلفه‌های اول و مجموع مؤلفه‌های دوم مضرب ۵ می‌شود.

۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا بزرگ‌ترین عدد در میان گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم. اگر  $m = 42$  باشد، آنگاه

مجموعه  $\{12, 13, 14, \dots, 42\}$  را می‌توان به صورت زیر افراز کرد:

$$\{12, 35\}, \{13, 34\}, \dots, \{23, 24\}, \{36\}, \{37\}, \dots, \{42\}$$

۱۲ بسته که مجموع ۴۷ دارند

۷ زیرمجموعه

یعنی مجموعه داده شده به ۱۲ زیرمجموعه دو عضوی و ۷ زیرمجموعه یک عضوی تقسیم می‌شود. طبق اصل لانه کبوتری اگر زیرمجموعه‌ای شامل ۲۰ عضو از این مجموعه انتخاب کنیم، حداقل دو عضو از میان آنها به یکی از زیرمجموعه‌های این افراز تعلق داشته و مجموع آنها برابر ۴۷ خواهد بود.

۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. کافی است زوج‌هایی که مجموع ۲۴ دارد را تعیین کنیم و در پخش‌ترین حالت انتخاب کنیم:

$$\{1, 23\}, \{2, 22\}, \dots, \{11, 13\}; A = \{12, 24, 25, \dots, 38, \underbrace{\circ, \circ, \dots, \circ}_{11}\}$$

۱۱

۱۵

۱۱

از هر بسته یکی برداشته ایم

$$\Rightarrow 1 + 15 + 11 + 1 = 28$$



۱ برداشتن عضو ۲۸ به خواسته مسئله می‌رسیم



۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم وجود  $\sqrt[n]{x_i}$  هیچ تأثیری در شرایط ندارد و آن را  $t_i$  در نظر می‌گیریم و فقط کافی

است  $x_2$  را عددگذاری کنیم:  $x_1 + 2x_2 + t_3 + x_4 = 4$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_2 = 0 : x_1 + t_3 + x_4 = 4 \rightarrow \binom{6}{2} = 15 \\ x_2 = 1 : x_1 + t_3 + x_4 = 2 \rightarrow \binom{4}{2} = 6 \\ x_2 = 2 : x_1 + t_3 + x_4 = 0 \rightarrow \binom{2}{2} = 1 \end{array} \right\} \xrightarrow{+} = 22$$

۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۲ ماه داریم یعنی ۱۲ لانه پس طبق اصل لانه کبوتر در هر لانه بیش از  $\lfloor \frac{65}{12} \rfloor$  عضو داریم یعنی بیش از ۵ عضو داریم یعنی حداقل ۶ عضو.

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $\sqrt{x_2} = t_2$  باشد به‌ازای هر مقدار حسابی  $t_2$ ،  $x_2$  موجود است. پس:

$$x_1 + t_2 + x_3 + x_4 = 4 \xrightarrow{\text{تعداد جواب حسابی}} \binom{k+n-1}{n-1} = \binom{4+4-1}{4-1} = \binom{7}{3} = 35$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مربع لاتین را مطابق شکل پر می‌کنیم (در هیچ سطر یا ستونی نباید عدد تکراری داشته باشیم).

۲	۴	۳	۵	۱
۵	۳	۱	۴	۲
۴	۲	۵	۱	۳
۳	۱	۴	۲	۵
۱	۵	۲	۳	۴

بنابراین  $a = 4$  و  $b = 5$  است.

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مربع لاتین را مطابق شکل کامل می‌کنیم:

۲	۴	۳	۵	۱
۵	۳	۱	۴	۲
۴	۲	۵	۱	۳
۳	۱	۴	۲	۵
۱	۵	۲	۳	۴

همان‌طور که مشاهده می‌شود  $a = 4$  و  $b = 1$  است.



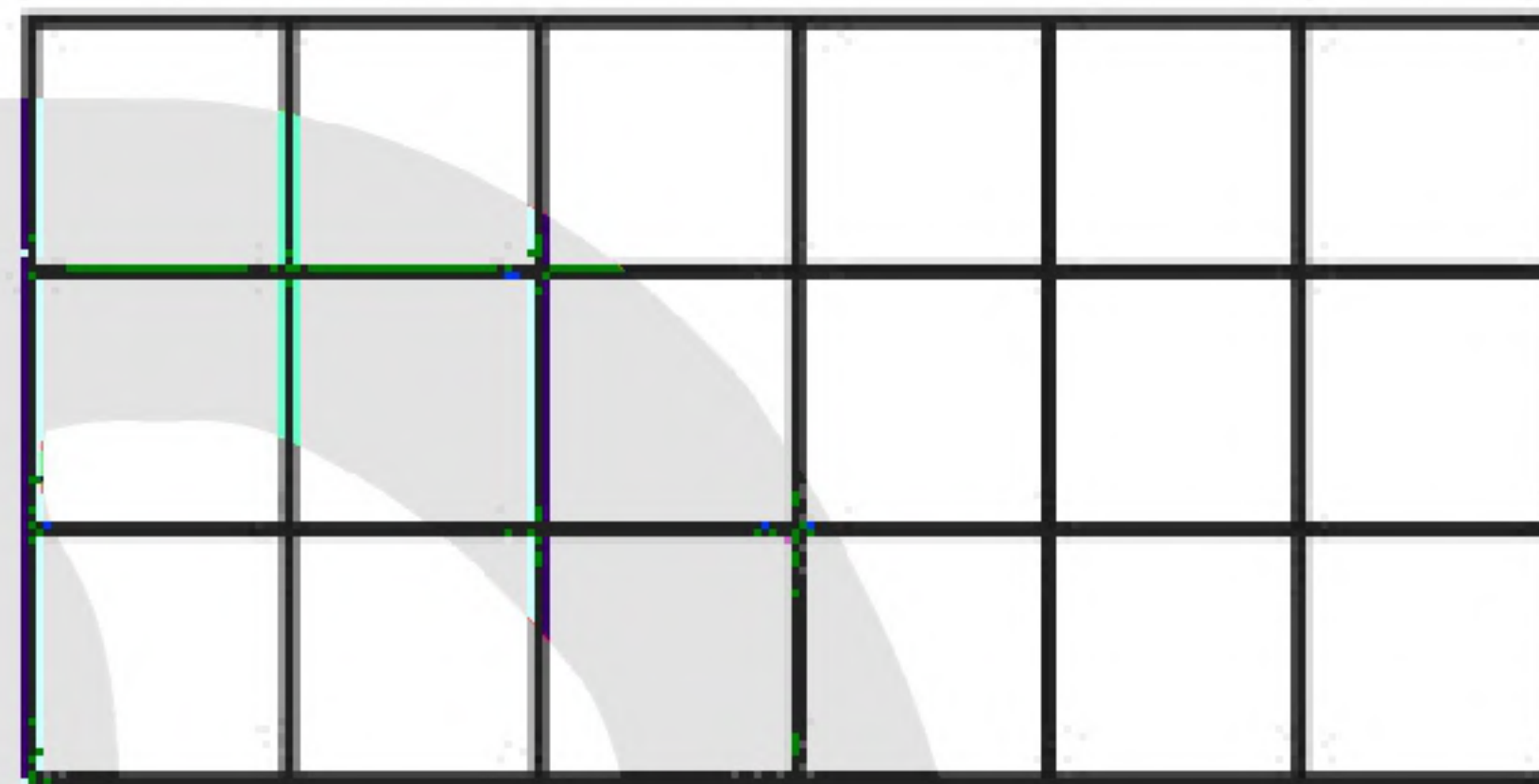
۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x + x_2 + \dots + x_n = k \xrightarrow{\text{تعداد جواب حسابی}} \binom{k+n-1}{n-1} \quad \text{می دانیم:}$$

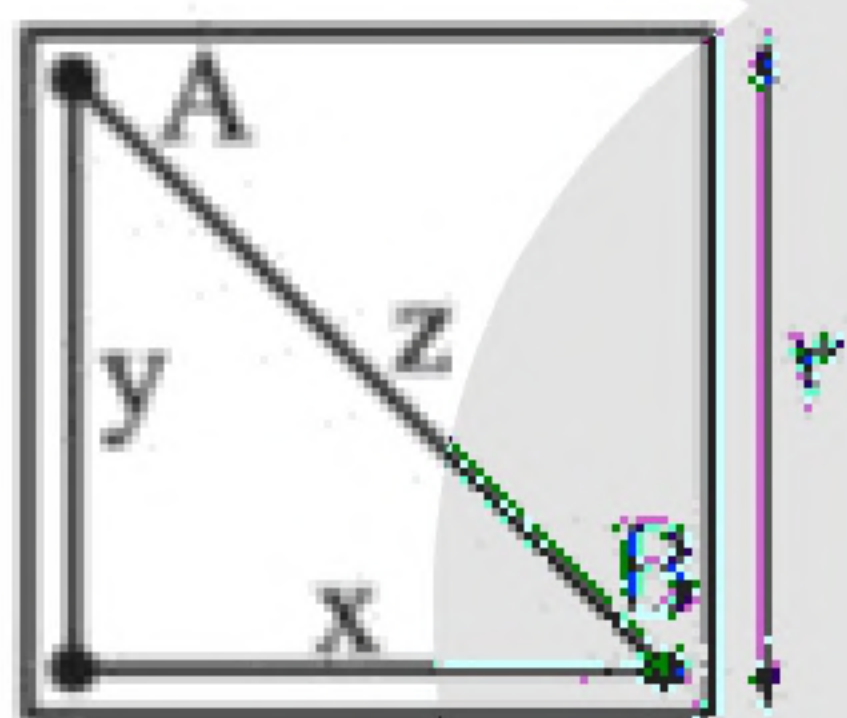
$$x + y + z + t = 11 \xrightarrow{\text{کل جواب حسابی}} \binom{14}{3} = \frac{14 \times 13 \times 12}{6} = 364 \xrightarrow{\text{جواب}} 364 - 84 = 280$$

$$x \geq 5 \Rightarrow x' + y + z + t = 6 \xrightarrow{\text{حسابی}} \binom{9}{3} = 84$$

۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

اگر هر ضلع مستطیل را سه واحد سه واحد جدا کنیم به شکل زیر می‌رسیم که شامل ۱۸ مربع  $3 \times 3$  است:

حالا اگر ۱۹ نقطه داخل این مستطیل انتخاب کنیم، بنا به اصل لانه کبوتر دست کم دو نقطه داخل یکی از مستطیل‌ها قرار می‌گیرد و با توجه به قضیه فیثاغورس فاصله آن‌ها کم‌تر از  $3\sqrt{2}$  می‌شود:



$$\begin{matrix} x < 3 \\ y < 3 \end{matrix} \Rightarrow z < \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$

۱۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اعداد سه‌رقمی که دست کم یک رقم ۵ دارند را با A و اعداد سه‌رقمی که دست کم یک رقم ۲ دارند را با B نشان می‌دهیم.

$$|A \cap B| = |S| - |A'| - |B'| + |A' \cap B'|$$

$$S: \text{کل عددهای سه رقمی} : 9 \times 10 \times 10 = 900$$

$$A': \text{عددهای سه رقمی فاقد ۵} : 8 \times 9 \times 9 = 648$$

$$B': \text{عددهای سه رقمی فاقد ۲} : 8 \times 9 \times 9 = 648$$

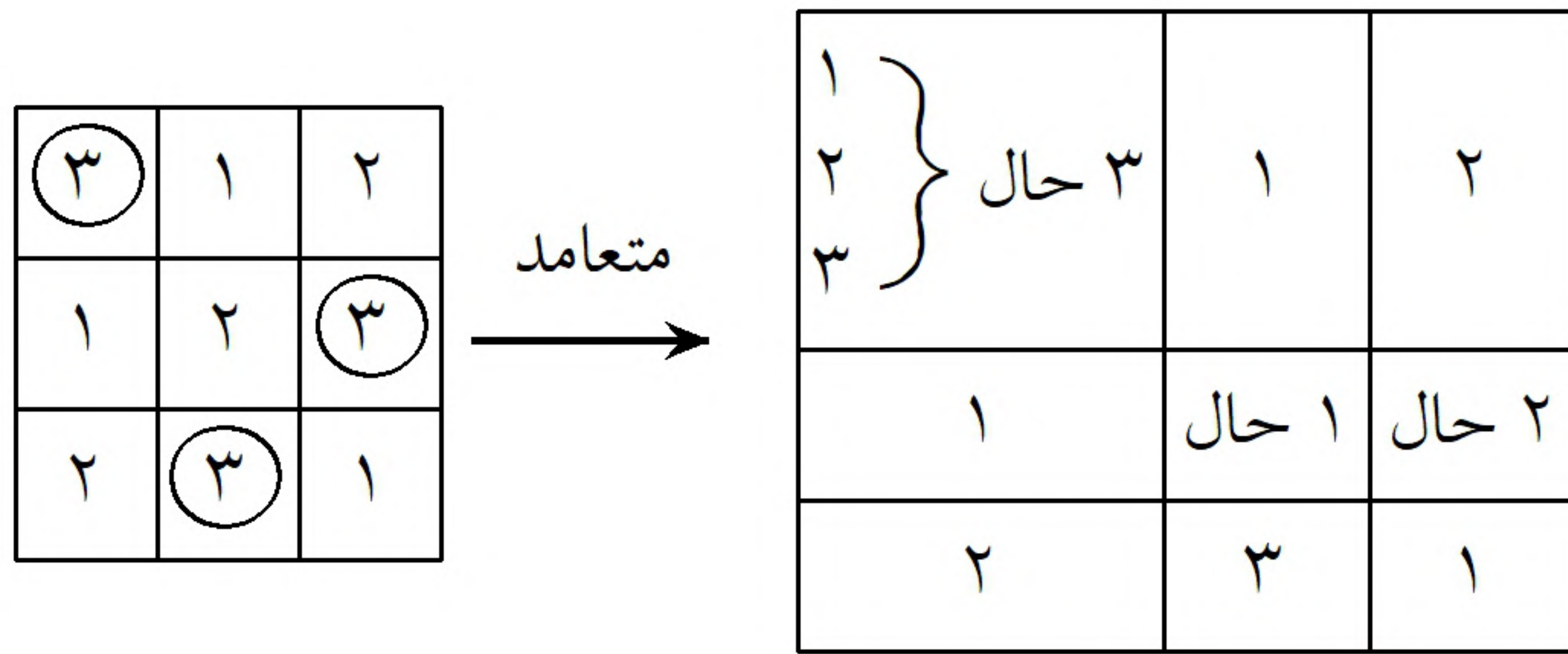
$$A' \cap B': \text{عددهای سه رقمی فاقد ۲ و ۵} : 7 \times 8 \times 8 = 448$$

$$\Rightarrow |A' \cap B'| = 900 - 648 - 648 + 448 = 52$$

می‌خواهیم  $|A \cap B|$  را پیدا کنیم، اما می‌دانیم:



۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



می‌دانیم با مربع متعامد باید اعداد ۲؟؟  $\left\{ \begin{array}{l} ۱۱, ۱۲, ۱۳ \\ ۲۱, ۲۲, ۲۳ \\ ۳۱, ۳۲, ۳۳ \end{array} \right.$  ساخته شود به همین خاطر یکی از اعداد را مبنا بگیریم

$$۱ = ۶ \times \text{حال } ۲ \times \text{حال } ۳$$

سایرین تعیین می‌شود.

۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زوج‌هایی که مجموع ۸۲ دارند تعیین می‌کنیم:  
 $۵/۸/۱۱, ۷۱/۱۴, ۶۸/۱۷, ۶۵/۲۰, ۶۲/۲۳, ۵۹/۲۶, ۵۶/۲۹, ۵۳/۳۲, ۵۰/۳۵, ۴۷/۳۸, ۴۴/۴۱$   
 ابتدا اعضای تنها یعنی ۵ و ۸ و ۴۱ را برمی‌داریم سپس از هر دسته یکی برمی‌داریم تا کتون ۱۳ عدد برداشته‌ایم و هیچ‌کدام مجموع ۸۲ ندارند، عدد چهاردهم را که برداریم به خواسته‌ی مسئله می‌رسیم.

۱۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow B = \{a, b, c\}$$

$$f = \{(1,000), (2,000), (3,000), (4,000), (5,000), (6,000)\}$$

$$\text{کل توابع: } \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{\text{توابع}} = 3^6 = 729$$

$$\Rightarrow \text{پوشا} = 729 - 189 = 540$$

$$\text{غیر پوشا: } n(\bar{a} \cup \bar{b} \cup \bar{c}) = 2^6 \times 3 - 1^6 \times 3 + 0 = 189$$

↑  
a نباشه یا b نباشه یا c نباشه