

گنجینه سوال رایگان  
+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>





۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به محدودیت‌های  $X_2$  و  $X_3$  ابتدا به آن‌ها مقادیر صحیح و نامنفی ممکن را نسبت داده و سپس معادله را حل می‌کنیم:

$$X_3 = 0 \left\{ \begin{array}{l} X_2 = 0 \Rightarrow X_1 + X_4 = 8 \Rightarrow \binom{8+2-1}{2-1} = \binom{9}{1} = 9 \\ X_2 = 1 \Rightarrow X_1 + X_4 = 7 \Rightarrow \binom{7+2-1}{2-1} = \binom{8}{1} = 8 \\ X_2 = 2 \Rightarrow X_1 + X_4 = 6 \Rightarrow \binom{6+2-1}{2-1} = \binom{7}{1} = 7 \end{array} \right\} \Rightarrow 22$$

$$X_3 = 1 \left\{ \begin{array}{l} X_2 = 0 \Rightarrow X_1 + X_4 = 7 \Rightarrow \binom{7+2-1}{2-1} = \binom{8}{1} = 8 \\ X_2 = 1 \Rightarrow X_1 + X_4 = 6 \Rightarrow \binom{6+2-1}{2-1} = \binom{7}{1} = 7 \\ X_2 = 2 \Rightarrow X_1 + X_4 = 5 \Rightarrow \binom{5+2-1}{2-1} = \binom{6}{1} = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow 19$$

$$X_3 = 4 \left\{ \begin{array}{l} X_2 = 0 \Rightarrow X_1 + X_4 = 6 \Rightarrow \binom{6+2-1}{2-1} = \binom{7}{1} = 7 \\ X_2 = 1 \Rightarrow X_1 + X_4 = 5 \Rightarrow \binom{5+2-1}{2-1} = \binom{6}{1} = 6 \\ X_2 = 2 \Rightarrow X_1 + X_4 = 4 \Rightarrow \binom{4+2-1}{2-1} = \binom{5}{1} = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow 16$$

$$X_3 = 9 \left\{ \begin{array}{l} X_2 = 0 \Rightarrow X_1 + X_4 = 5 \Rightarrow \binom{5+2-1}{2-1} = \binom{6}{1} = 6 \\ X_2 = 1 \Rightarrow X_1 + X_4 = 4 \Rightarrow \binom{4+2-1}{2-1} = \binom{5}{1} = 5 \\ X_2 = 2 \Rightarrow X_1 + X_4 = 3 \Rightarrow \binom{3+2-1}{2-1} = \binom{4}{1} = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow 13$$

$$X_3 = 16 \left\{ \begin{array}{l} X_2 = 0 \Rightarrow X_1 + X_4 = 4 \Rightarrow \binom{4+2-1}{2-1} = \binom{5}{1} = 5 \\ X_2 = 1 \Rightarrow X_1 + X_4 = 3 \Rightarrow \binom{3+2-1}{2-1} = \binom{4}{1} = 4 \\ X_2 = 2 \Rightarrow X_1 + X_4 = 2 \Rightarrow \text{یک حالت} \end{array} \right\} \Rightarrow 10$$

$$X_3 = 25 \left\{ \begin{array}{l} X_2 = 0 \Rightarrow X_1 + X_4 = 3 \Rightarrow \binom{3+2-1}{2-1} = \binom{4}{1} = 4 \\ X_2 = 1 \Rightarrow X_1 + X_4 = 2 \Rightarrow \binom{2+2-1}{2-1} = \binom{3}{1} = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow 7$$

$$X_3 = 36 \left\{ \begin{array}{l} X_2 = 0 \Rightarrow X_1 + X_4 = 2 \Rightarrow \binom{2+2-1}{2-1} = \binom{3}{1} = 3 \\ X_2 = 1 \Rightarrow X_1 + X_4 = 1 \Rightarrow \text{دو جواب} \end{array} \right\} \Rightarrow 5$$

$$X_3 = 49 \left\{ \begin{array}{l} X_2 = 0 \Rightarrow X_1 + X_4 = 1 \Rightarrow \text{دو جواب} \\ X_2 = 1 \Rightarrow X_1 + X_4 = 0 \Rightarrow \text{یک جواب} \end{array} \right\} \Rightarrow 3$$

$$X_3 = 64 \Rightarrow X_1 = X_2 = X_4 = 0 \Rightarrow \text{یک حالت} \Rightarrow 1$$

$$\text{تعداد کل جواب‌ها} = 22 + 19 + 16 + 13 + 10 + 7 + 5 + 3 + 1 = 96$$





- ۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در بین حروف کلمه «DELAVARAN» سه حرف A تکراری هستند، بنابراین ۴ حالت زیر را در نظر می‌گیریم:
- حالت ۱: انتخاب ۳ حرف به جز A از بین ۶ حرف باقیمانده:

$$D, E, L, V, R, N \Rightarrow \binom{6}{3} \times 3! = 120$$

$$\binom{6}{2} \times 3! = 90$$

حالت ۲: انتخاب ۲ حرف غیر A و یک حرف A:

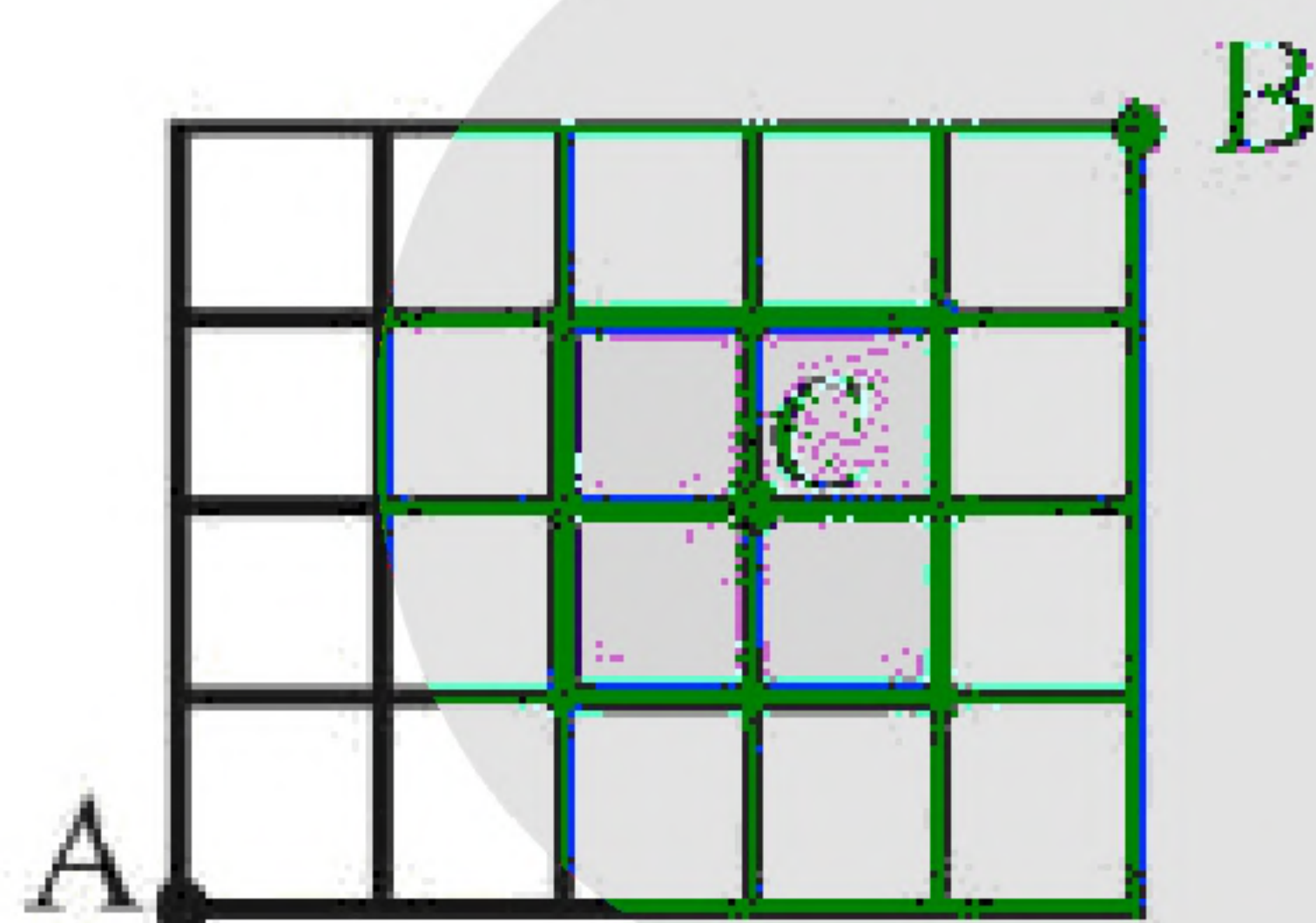
$$\binom{6}{1} \times \frac{3!}{2!} = 18$$

حالت ۳: انتخاب ۲ حرف A و یک حرف غیر A:

حالت ۴: انتخاب ۳ حرف A که فقط یک کلمه ۳ حرفی AAA ایجاد می‌کند و جایگشتی ندارد.

$$229 = 120 + 90 + 18 + 1 = \text{تعداد کل کلمات ۳ حرفی}$$

- ۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای آنکه در مسیر حرکت از A به B از درون مربع  $2 \times 2$  عبور نکنیم، کافی است که از نقطه C رد نشویم:



$$\text{تعداد حالات مطلوب} = \binom{9}{5} - \binom{5}{3} \binom{4}{2} = 126 - 10 \times 6 = 66$$

$A \rightarrow B$

$A \rightarrow C$

$C \rightarrow B$

- ۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
- حالت I: رئوس A و C هم‌رنگ باشند، (حالت ۳) در این صورت برای هریک از رئوس B و D دو حالت داریم:

$$3 \times 1 \times 2 \times 2 = 12$$

↓ ↓ ↓ ↓  
A C B D

حالت II: رئوس A و C هم‌رنگ نباشند (حالت  $3 \times 2$ ) در این صورت خودبه‌خود رنگ رئوس B و D که حتماً

$$3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6$$

↓ ↓ ↓ ↓  
A C B D

هم‌رنگ هستند، مشخص می‌شود:

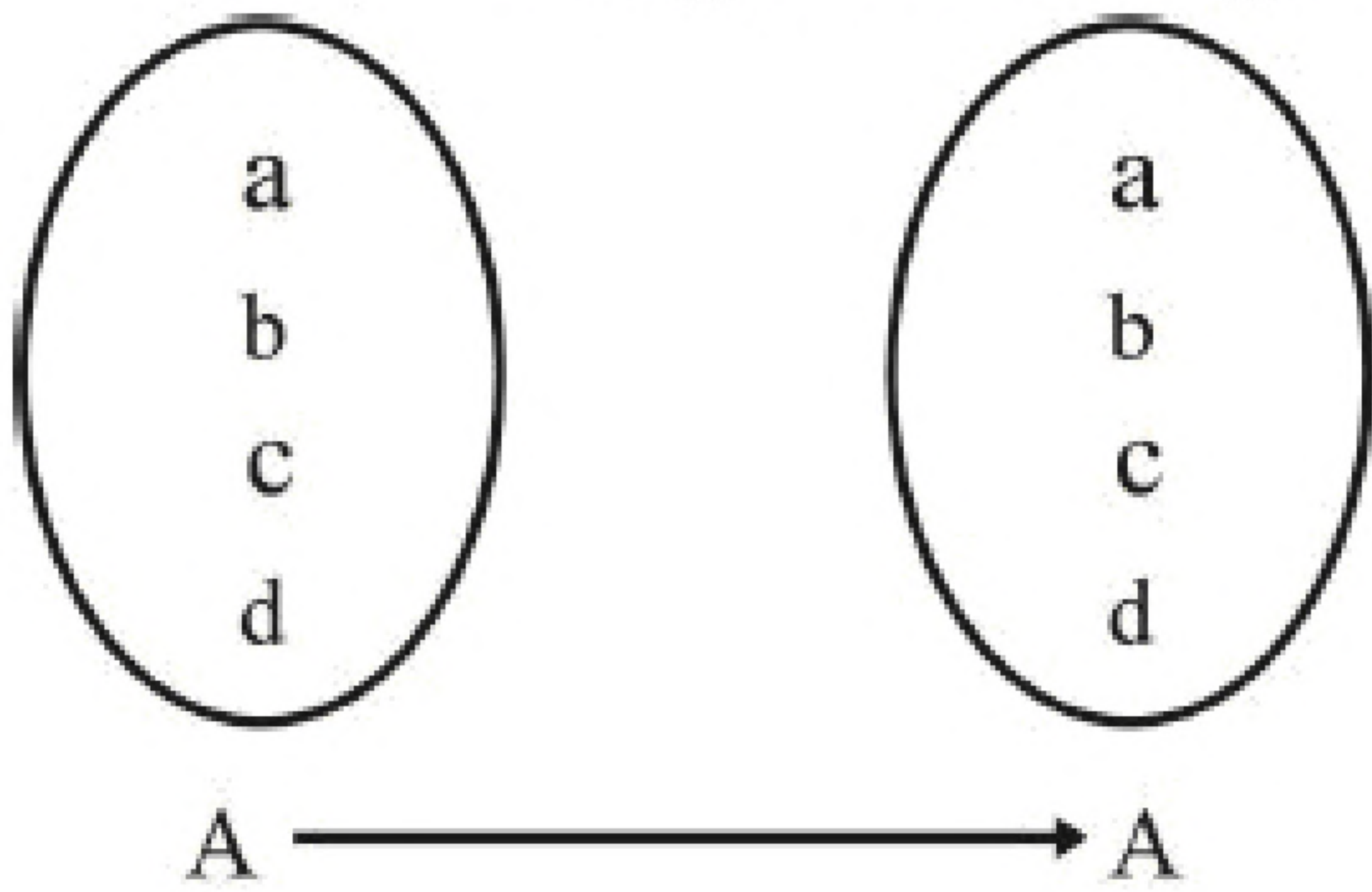
بنابراین طبق اصل جمع:  $18 = 12 + 6$  حالت داریم.

- ۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. حاصل جمع دو عدد روشده در هر بار پرتاب دو تاس یکی از اعداد ۲، ۳، ۴، ...، ۱۲ است. تعداد این عددها برابر ۱۱ است. پس اگر این دو تاس را حداقل  $12 = 11 + 1$  بار پرتاب کنیم یقین خواهیم داشت که دست کم دو بار حاصل جمع اعداد رو شده با هم برابر خواهد بود.





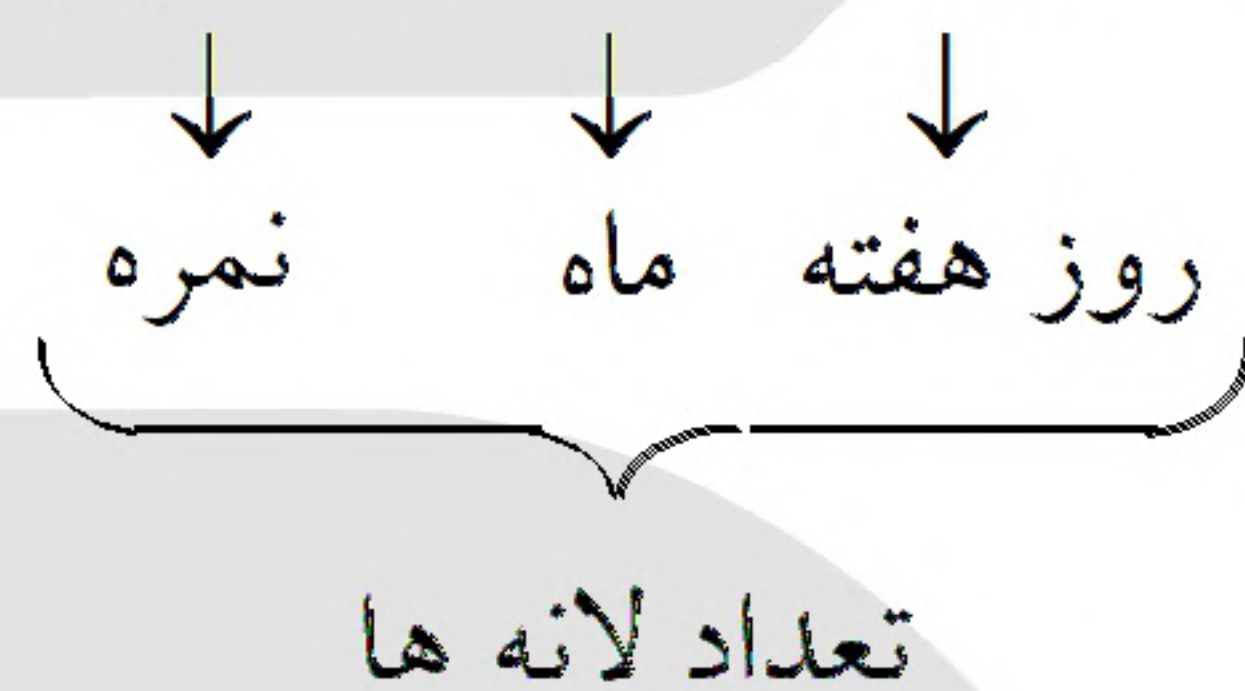
۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تعداد توابع مطلوب برابر است با تعداد کل توابع منهای تعداد توابع پوشا:



$$\begin{aligned} \text{تعداد کل توابع} &= 4^4 = 256 \\ \text{تعداد توابع پوشا} &= 4! = 24 \\ \Rightarrow \text{تعداد توابع مطلوب} &= 256 - 24 = 232 \end{aligned}$$

۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. براساس تعمیم اصل لانه کبوتری، حداقل تعداد کبوترهایی که باید در  $n$  لانه قرار بگیرند تا مطمئن باشیم که حداقل  $k$  کبوتر در یک لانه قرار دارند، برابر  $(k-1)n + 1$  است:

$$15877 = (10-1)(21 \times 12 \times 7) + 1 = \text{حداقل تعداد دانش آموزان}$$



$$k+1=7 \Rightarrow k=6$$

$$\text{تعداد لانه‌ها} = 7 \times 12 = 84 = n$$

$$\text{تعداد کبوترها} = nk + 1 = 84(6) + 1 = 505$$

۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عدد ۵ رقمی را به صورت  $\overline{x_1 x_2 x_3 x_4 x_5}$  در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 < 10 \\ x_1 \geq 1 \text{ و } x_3 > 4 \rightarrow x_3 \geq 5 \end{cases}$$

به هر کدام از متغیرهای  $x_1$  و  $x_3$  به ترتیب ۱ و ۵ واحد اضافه می‌کنیم تا شرط حداقل را داشته باشد:

$$x'_1 + x_2 + x'_3 + x_4 + x_5 < 4$$

متغیر  $x_6$  را وارد می‌کنیم تا به تساوی تبدیل شود.

$$\rightarrow x'_1 + x_2 + x'_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 3$$

$$\xrightarrow{\text{حسابی}} \binom{8}{5} = 56$$

۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مقدار  $x_4$  باید یکی از مقسوم‌علیه‌های مثبت عدد ۵ یعنی ۱ و ۵ باشد و از طرفی  $\sqrt{x_2}$

را  $y_2$  در نظر می‌گیریم چون  $\sqrt{x_2}$  هر مقدار حسابی باشد، قابل قبول است.

$$\begin{cases} x_4 = 1 : x_1 + y_2 + x_3 = 5 \xrightarrow{\text{حسابی}} \binom{7}{2} = 21 \\ x_4 = 5 : x_1 + y_2 + x_3 = 1 \xrightarrow{\text{حسابی}} \binom{3}{2} = 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{جواب}} 21 + 3 = 24$$





۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون در ستون‌های اول و دوم  $A$  نباید عدد تکراری وجود داشته باشد، پس هیچ‌یک از  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  عدد ۱ نیستند. از طرف دیگر عدد ۱ باید در سطر سوم و چهارم  $A$  ظاهر شود، پس عدد ۱ فقط در خانه‌ی چهارم سطر سوم و در خانه‌ی سوم سطر چهارم می‌تواند باشد. در نتیجه یکی از  $a$  و  $b$  برابر ۳ و دیگری برابر ۴ و همچنین یکی از  $c$  و  $d$  برابر ۲ و دیگری برابر ۴ است:

$$a + b + c + d = 3 + 4 + 2 + 4 = 13$$

۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  $x_5$  باید یکی از مقسوم‌علیه‌های مثبت عدد ۱۰ یعنی ۱، ۲، ۵، ۱۰ باشد و در هر معادله باید محدودیت  $x_1^3$  را هم در نظر بگیریم:

$$x_5 = 1 \Rightarrow x_1^3 + x_2 + x_3 + x_4 = 10 \quad \begin{cases} x_1 = 0 \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 = 10 \Rightarrow \binom{10+3-1}{3-1} = 66 \\ x_1 = 1 \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 = 9 \Rightarrow \binom{9+3-1}{3-1} = 55 \\ x_1 = 2 \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 = 2 \Rightarrow \binom{2+3-1}{3-1} = 6 \end{cases}$$

$$x_5 = 2 \Rightarrow x_1^3 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \quad \begin{cases} x_1 = 0 \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 = 5 \Rightarrow \binom{5+3-1}{3-1} = 21 \\ x_1 = 1 \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 = 4 \Rightarrow \binom{4+3-1}{3-1} = 15 \end{cases}$$

$$x_5 = 5 \Rightarrow x_1^3 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \quad \begin{cases} x_1 = 0 \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 = 2 \Rightarrow \binom{2+3-1}{3-1} = 6 \\ x_1 = 1 \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 = 1 \Rightarrow \binom{1+3-1}{3-1} = 3 \end{cases}$$

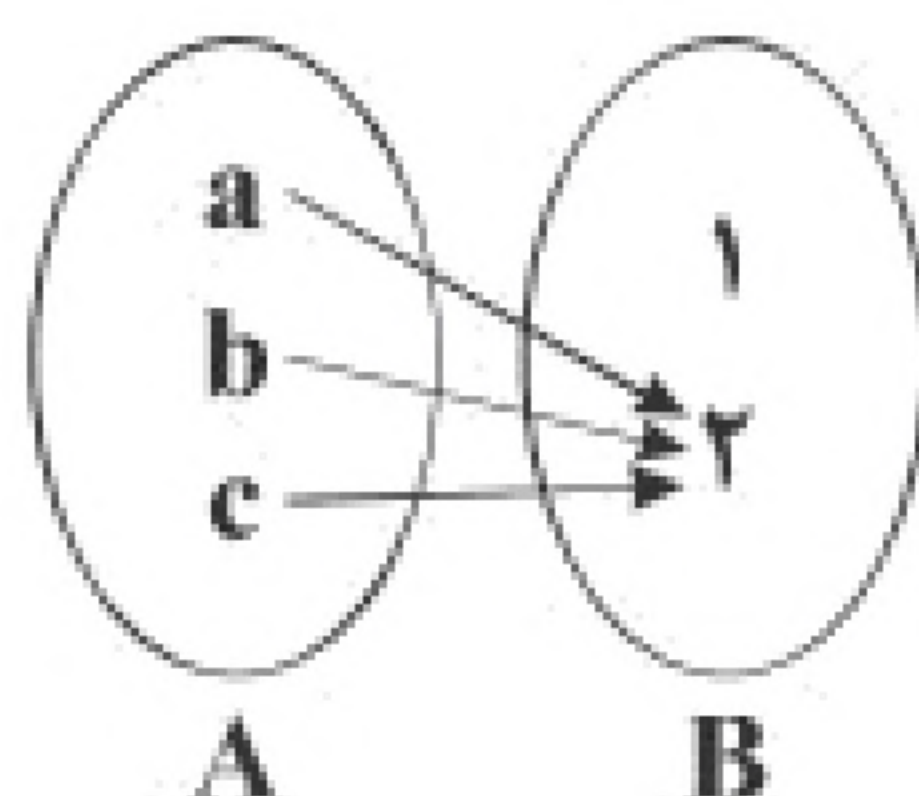
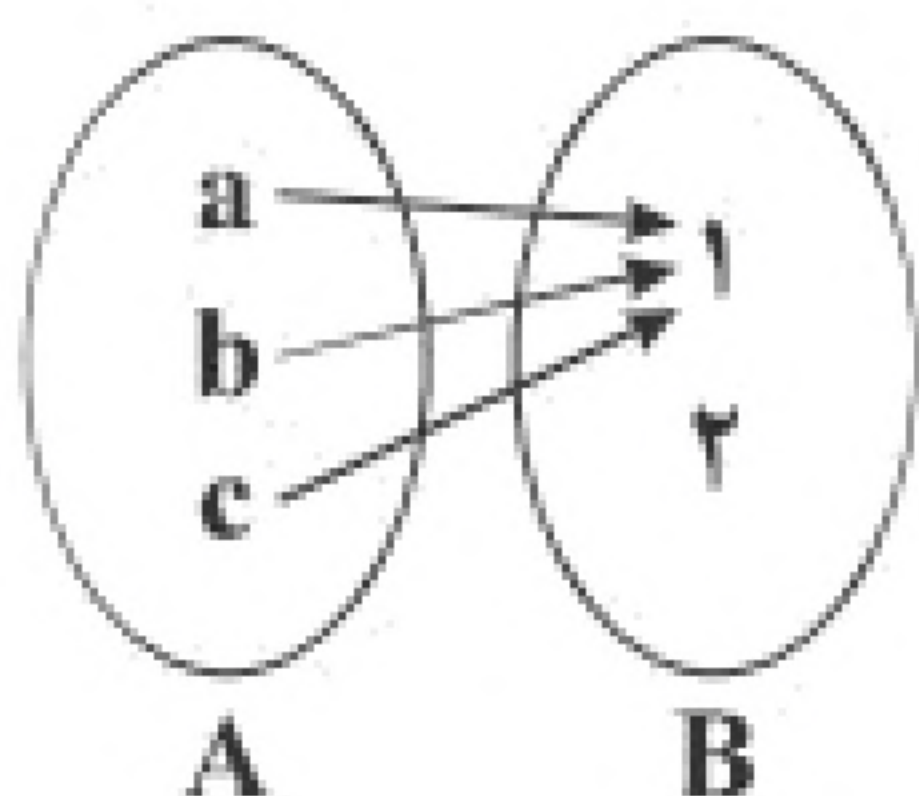
$$x_5 = 10 \Rightarrow x_1^3 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \quad \begin{cases} x_1 = 0 \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 = 1 \Rightarrow \binom{1+3-1}{3-1} = 3 \\ x_1 = 1 \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 = 0 \Rightarrow \text{یک جواب} \end{cases}$$

$$\text{تعداد کل جواب‌ها} = 66 + 55 + 6 + 21 + 15 + 6 + 3 + 3 + 1 = 176$$

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  $f(1)$  باید ۱ باشد، پس از عضو ۱ در  $B$  مصرف می‌شود. حال برای  $f(2)$ ، ۴ حالت داریم و برای  $f(3)$ ، ۳ حالت و برای  $f(4)$ ، دو حالت می‌ماند، پس داریم:

$$\text{تعداد توابع یک به یک} = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. این دو حالت، حالت‌هایی هستند که فقط از یک عضو مجموعه‌ی  $B$  استفاده شده و تابع غیرپوشا می‌سازند.

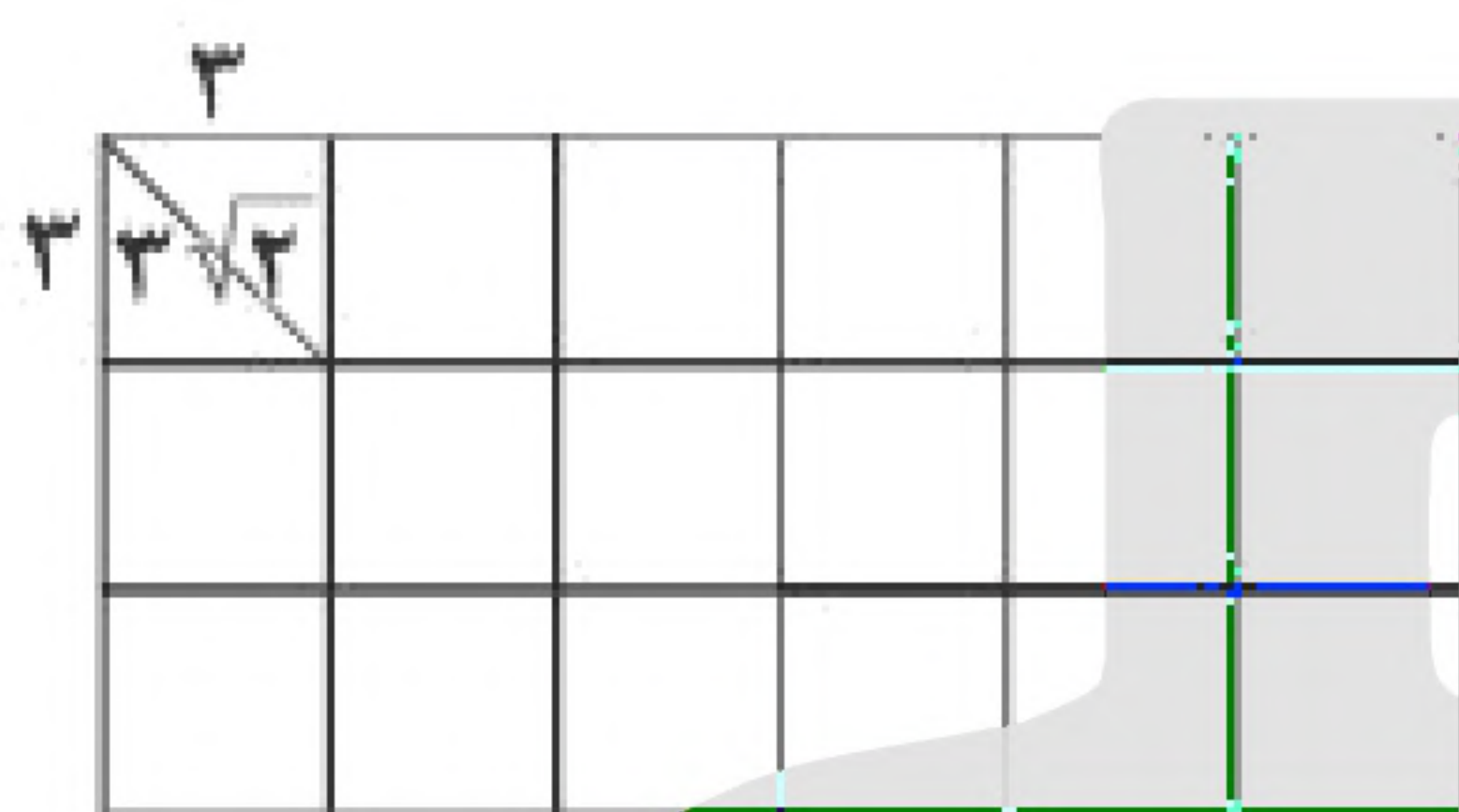






۱۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در تقسیم هر عدد بر ۱۶ طبق قضیه‌ی تقسیم در نظریه‌ی اعداد می‌توانیم ۱۶ باقی‌مانده‌ی متفاوت داشته باشیم، بنابراین طبق اصل لانه‌کبوتری ۵۰ کبوتر و ۱۶ لانه داریم. چون  $\frac{50}{16} \notin \mathbb{N}$ ، پس حداقل  $\left\lceil \frac{50}{16} \right\rceil + 1 = 3 + 1 = 4$  کبوتر در یک لانه قرار دارند. به عبارت دیگر، در تقسیم ۵۰ عدد بر ۱۶، حداقل ۴ عدد هم‌باقی مانده‌اند.

۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. هر مربع به طول ضلع ۳ دارای قطری به طول  $3\sqrt{2}$  است. مستطیل  $9 \times 18$  را به ۱۸ مربع به ضلع ۳ تقسیم می‌کنیم.



طبق اصل لانه‌کبوتری، اگر ۱۹ نقطه داخل مستطیل انتخاب کنیم، حداقل دو نقطه داخل یک مربع قرار می‌گیرد و در نتیجه فاصله‌ی آن دو نقطه از قطر مربع یعنی  $3\sqrt{2}$  کم‌تر است.

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر  $A$  و  $B$  توابعی از  $\{2, 3, 4\}$  به  $\{5, 6, 7\}$  باشند که به ترتیب به عضوهای ۶ و ۷ عضوی نظیر نمی‌شود، آن‌گاه داریم:

$$\begin{aligned} |A' \cap B'| &= |A \cup B|' = |S| - |A \cup B| = |S| - (|A| + |B| - |A \cap B|) \\ &= 3^3 - (2^3 + 2^3 - 1) = 12 \end{aligned}$$

۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$|A| = 4 \text{ مضارب} = \left[ \frac{100}{4} \right] = 25$$

$$|B| = 3 \text{ مضارب} = \left[ \frac{100}{3} \right] = 33$$

$$|A \cap B| = 4, 3 \text{ مضارب} (12 \text{ مضارب}) = \left[ \frac{100}{12} \right] = 8$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 50$$

$$|A - B| = |A| - |A \cap B| = 17$$

$$\frac{P(A \cup B)}{P(A - B)} = \frac{\frac{50}{100}}{\frac{17}{100}} \approx 3$$





۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  $A$  را پیشامد بر ۴ بخش پذیر بودن و  $B$  را پیشامد مضرب ۹ بودن در نظر می‌گیریم. ابتدا تعداد کل اعضا فضای نمونه‌ای یعنی  $n(S)$  را به دست می‌آوریم.

$$n(S) = 500 - 101 + 1 = 400$$

می‌دانیم احتمال این‌که عدد انتخابی بر ۴ بخش‌پذیر باشد ولی بر ۹ بخش‌پذیر نباشد با فرمول  $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$  به دست می‌آید، پس مقادیر  $n(A)$  و  $n(A - B)$  را حساب می‌کنیم:

$$n(A) = \left[ \frac{500}{4} \right] - \left[ \frac{100}{4} \right] = 125 - 25 = 100$$

$$n(A \cap B) = \left[ \frac{500}{36} \right] - \left[ \frac{100}{36} \right] = 13 - 2 = 11$$

و در نهایت، خواهیم داشت:

$$P(A - B) = \frac{100}{400} - \frac{11}{400} = \frac{89}{400} = 0.2225$$

۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عدد سه‌رقمی را به صورت  $\overline{abc}$  می‌گیریم پس  $a + b + c = 10$  است که  $a \geq 1$ . پس تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله‌ی داده‌شده با شرط موردنظر را به دست می‌آوریم. پس داریم:

$$a \geq 1 \Rightarrow a = d + 1$$

$$d + b + c = 9 \Rightarrow \binom{11}{2} = 55$$

۵۵ جواب به دست می‌آید ولی جواب  $(9, 0, 0)$  قابل قبول نیست.  
پس ۵۴ جواب قابل قبول است.

۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x_1 \geq 4 \Rightarrow x_1 = y_1 + 4$$

$$x_2 \geq 6 \Rightarrow x_2 = y_2 + 6$$

$$x_3 \geq 0 \Rightarrow x_3 = y_3$$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 = 17$$

$$\xrightarrow{\text{تعداد جواب های صحیح و نامنفی}} \binom{17+3-1}{3-1} = \binom{19}{2} = 171$$

۲۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$a + b + c < 10 \Rightarrow a + b + c \leq 9$$

$$\Rightarrow a + b + c + d = 9 \Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{12}{3} = 220$$



با وارد کردن متغیر چهارم، ناتساوی به تساوی تبدیل می‌شود.





۲۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اعداد فرد بزرگتر از ۴ را به صورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$\begin{cases} x_1 = 2k_1 + 1 \text{ و } x_2 = 2k_2 + 1 \text{ و } x_3 = 2k_3 + 1 \text{ و } x_4 = 2k_4 + 1 \\ k_1 \text{ و } k_2 \text{ و } k_3 \text{ و } k_4 \geq 2 \end{cases}$$

حال این مقادیر را در معادله جایگذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} (2k_1 + 1) + (2k_2 + 1) + (2k_3 + 1) + (2k_4 + 1) = 80 \\ k_1 \text{ و } k_2 \text{ و } k_3 \text{ و } k_4 \geq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = 38 \\ k_1 \text{ و } k_2 \text{ و } k_3 \text{ و } k_4 \geq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow k_1 = k'_1 + 2, k_2 = k'_2 + 2, k_3 = k'_3 + 2, k_4 = k'_4 + 2$$

$$\Rightarrow k'_1 + k'_2 + k'_3 + k'_4 = 38 - 4 \times 2 = 30$$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح نامنفی} = \binom{33}{3}$$

۲۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. معادله را به صورت زیر تفکیک می‌کنیم:

$$\begin{cases} d + e = 5 \\ a + b + c = 10 \end{cases}$$

حالا تعداد جواب‌های طبیعی هر معادله را جداگانه به دست آورده و در هم ضرب می‌کنیم:

$$d + e = 5 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{4}{1} = 4$$

$$a + b + c = 10 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{9}{2} = 36$$

$$\text{تعداد کل جواب‌ها} = 4 \times 36 = 144$$

$$\text{توجه: در معادله } x_1 + \dots + x_n = k \text{ تعداد جواب‌های طبیعی برابر است با: } \binom{k-1}{n-1}.$$

۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$n(S) = 90 - 10 + 1 = 81$$

$$2 \text{ مضرب: } |A| = \left[ \frac{90}{2} \right] - \left[ \frac{9}{2} \right] = 45 - 4 = 41$$

$$3 \text{ مضرب: } |B| = \left[ \frac{90}{3} \right] - \left[ \frac{9}{3} \right] = 30 - 3 = 27$$

$$2 \text{ و } 3 \text{ مضرب: } |A \cap B| = \left[ \frac{90}{6} \right] - \left[ \frac{9}{6} \right] = 15 - 1 = 14$$

$$P(A \cup B) = \frac{41 + 27 - 14}{81} = \frac{54}{81} = \frac{2}{3}$$