

گنجینه سوال رایگان
+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

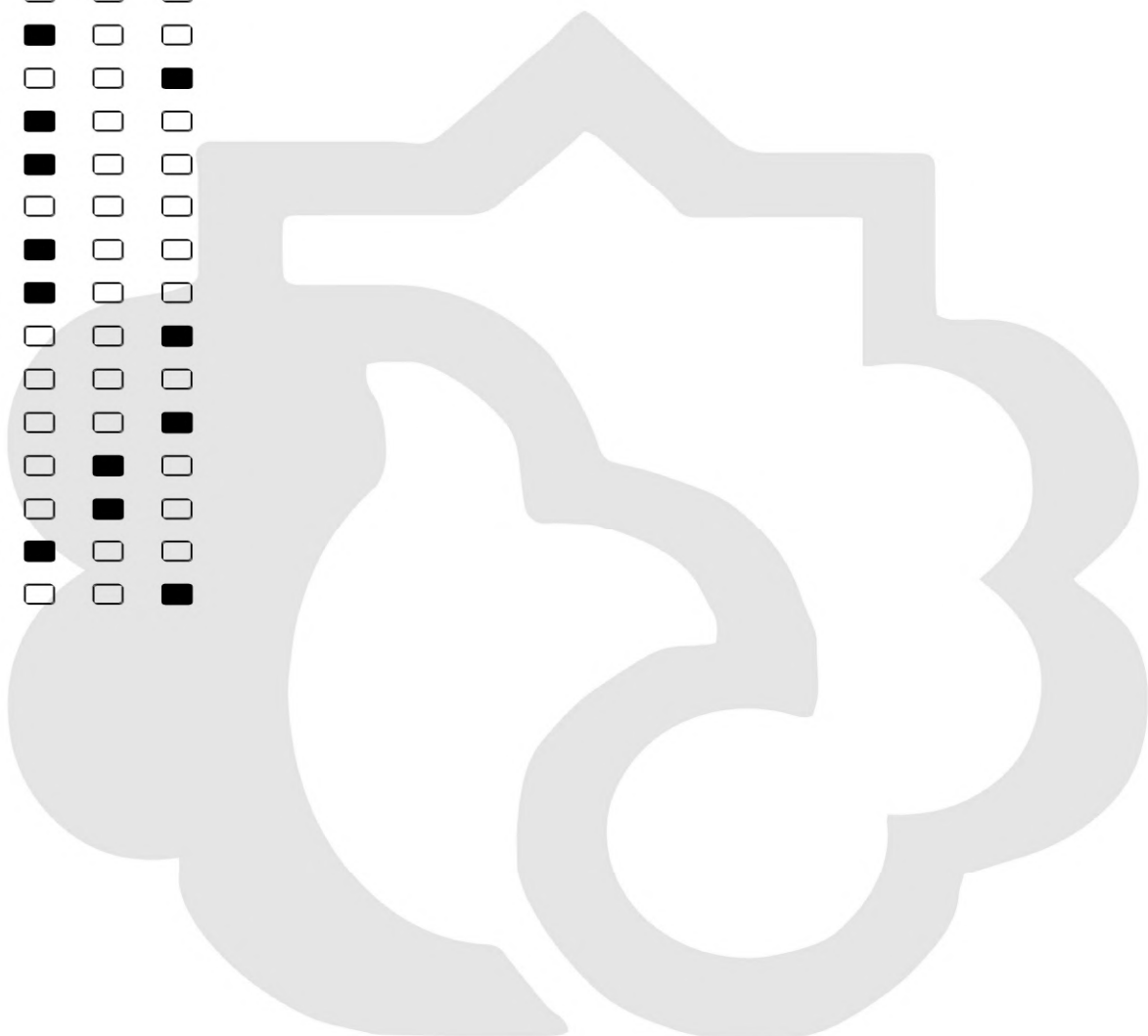
www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>





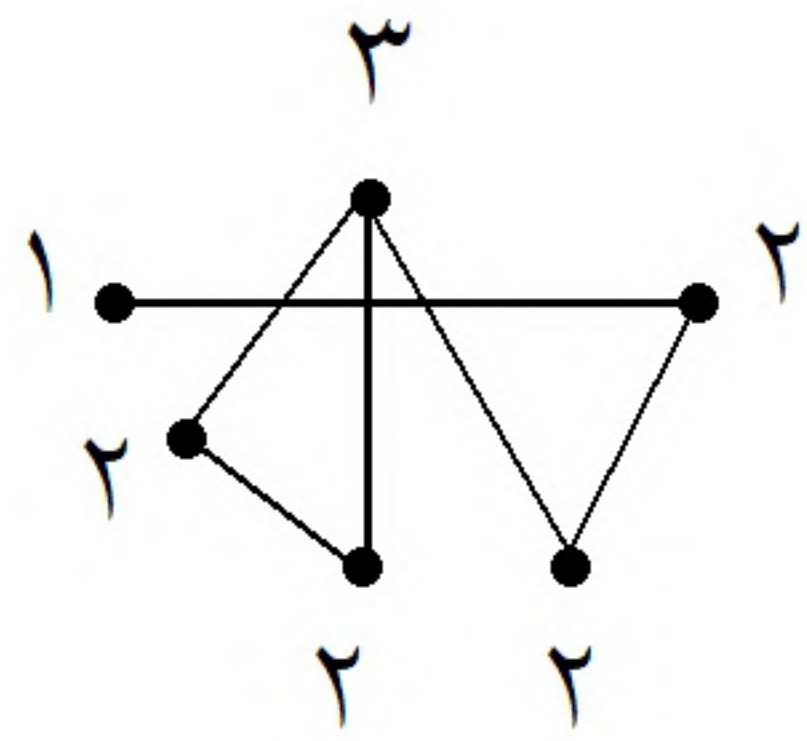
۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای آن که حداقل یال را داشته باشیم، درجه رأس‌ها باید کمترین باشد پس:

$$G: 432 = 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1$$

$$2q = 3 + 3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 \Rightarrow q(G) = 9$$

$$P = 8 \Rightarrow q_{k_8} = \binom{8}{2} = 28 \Rightarrow q(\bar{G}) = 19$$

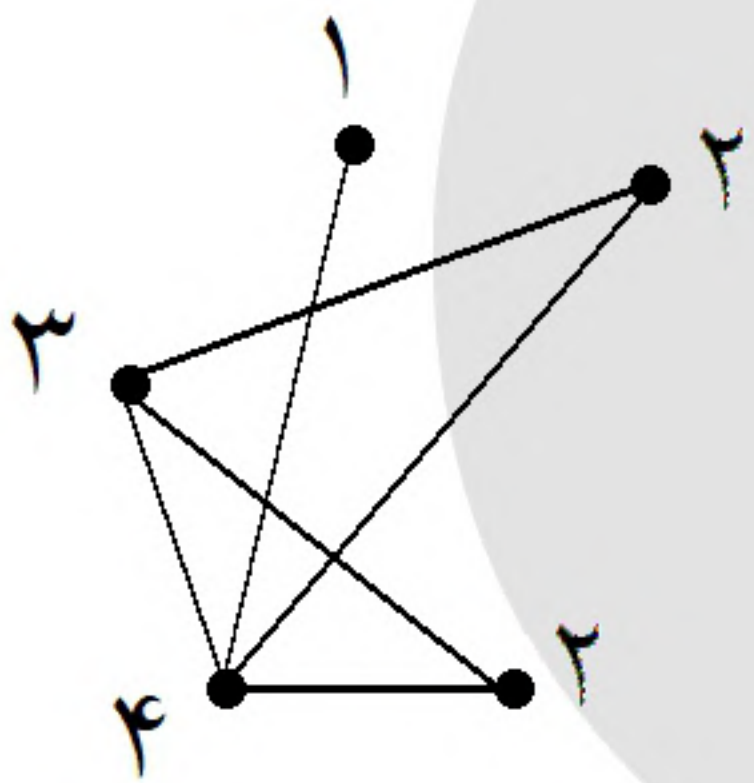
$$\left. \begin{array}{l} \Delta(G) = 3 \\ \delta(\bar{\sigma}) + \Delta(G) = P - 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \delta(\bar{\sigma}) = 4 \Rightarrow q(\bar{\sigma}) + \delta(\bar{\sigma}) = 23$$



۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{array}{l} 3 \times 4 \times 4 \\ \text{یا} \\ 48 = 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \end{array} \begin{array}{l} \swarrow \\ \searrow \end{array} \begin{array}{l} \text{گراف اول } 3, 2, 2, 2, 2, 1 \Rightarrow \Delta(\bar{G}) + q(\bar{G}) = 4 + 9 = 13 \\ \text{گراف دوم } 4, 3, 2, 2, 1 \Rightarrow \Delta(\bar{G}) + q(\bar{G}) = 3 + 4 = 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5 - 1 = 4 \quad \swarrow \\ 15 - 6 = 9 \Rightarrow \binom{6}{2} \quad \nearrow \\ \downarrow \\ \binom{5}{2} - 6 = 10 - 6 = 4 \end{array}$$



۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مرتبهٔ گراف برابر ۱۸ است. برای داشتن بیشترین تعداد یال، رأس‌های از درجهٔ Δ و برای داشتن کمترین تعداد یال، رأس‌های از درجهٔ δ را ماکزیمم می‌کنیم. چون تعداد رأس‌های فرد گراف همواره عددی زوج است، بنابراین داریم:

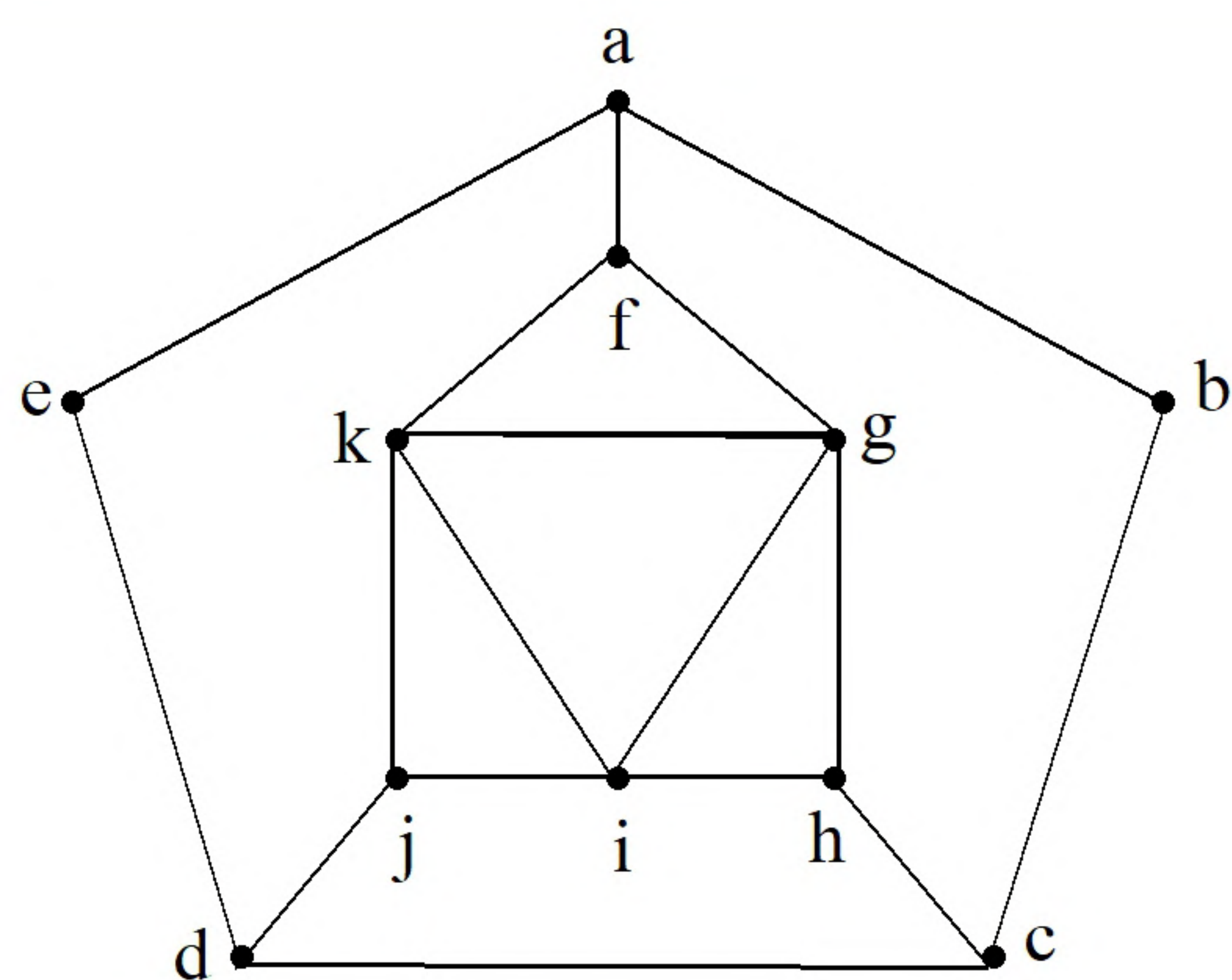
$$2q_{\max} = 16 \times 8 + 7 + 3 = 138 \Rightarrow q_{\max} = 69$$

۱۶ رأس

$$2q_{\min} = 8 + 4 + 16 \times 3 = 60 \Rightarrow q_{\min} = 30$$

۱۶ رأس

$$q_{\max} - q_{\min} = 69 - 30 = 39$$

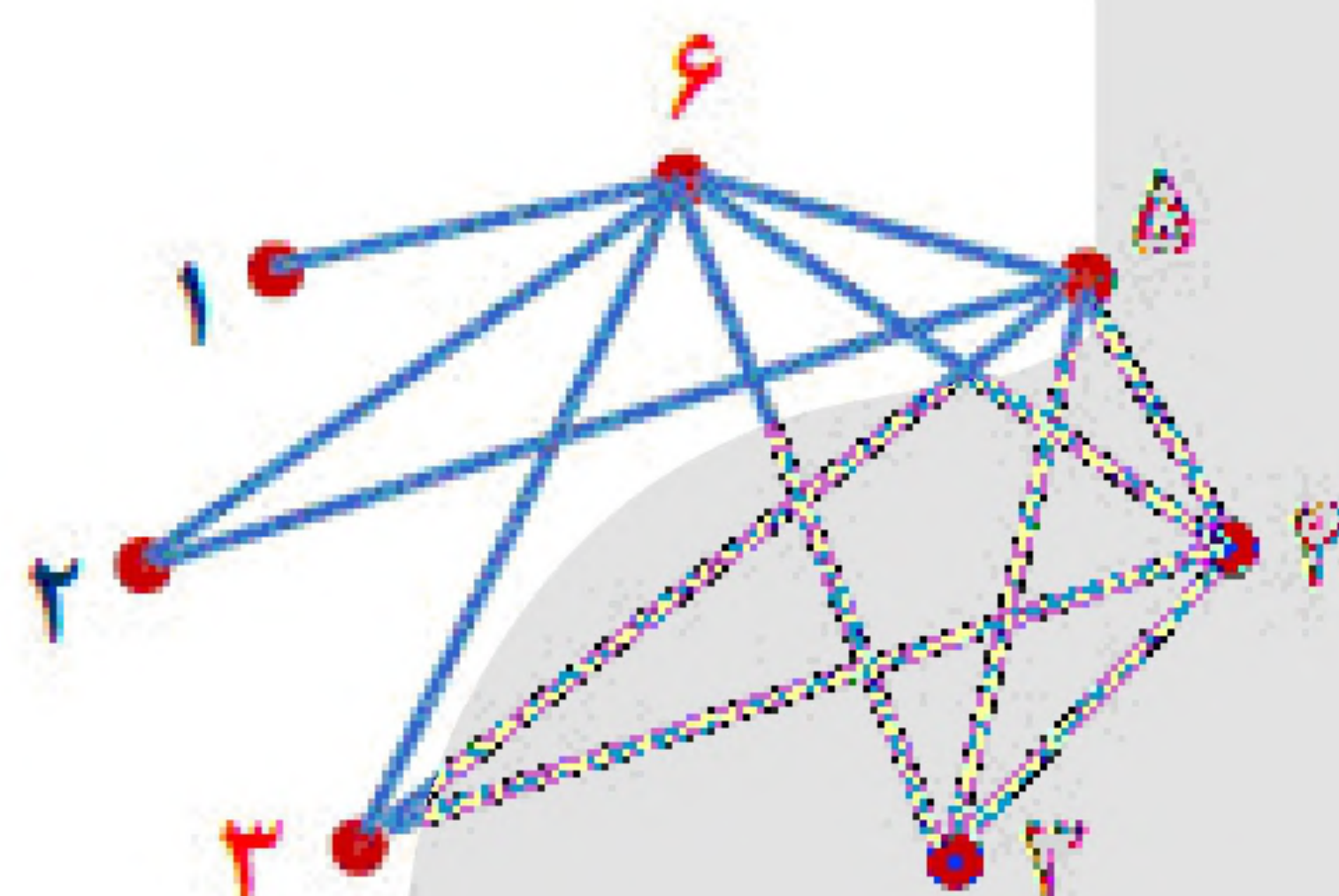


۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مرتبهٔ گراف G ، برابر $n = ۱۱$ و
ماکزیمم درجه در این گراف، برابر $\Delta = ۴$ است، بنابراین داریم:

$$\sigma(G) \geq \left\lfloor \frac{n}{\Delta + 1} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{۱۱}{۵} \right\rfloor = ۳$$

از طرفی مجموعهٔ $A = \{a, i, c\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر برای این
گراف است، پس $\sigma(G) = ۳$.

۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. کافی است رسم شکل تابع را انجام دهیم:



$$x = ۲, y = ۱ \Rightarrow x + y = ۲ + ۱ = ۳$$

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. این گراف ۳-منتظم است. اگر گراف دارای n رأس باشد، درجه هر رأس گراف مکمل
برابر $(n - ۴)$ است. داریم:

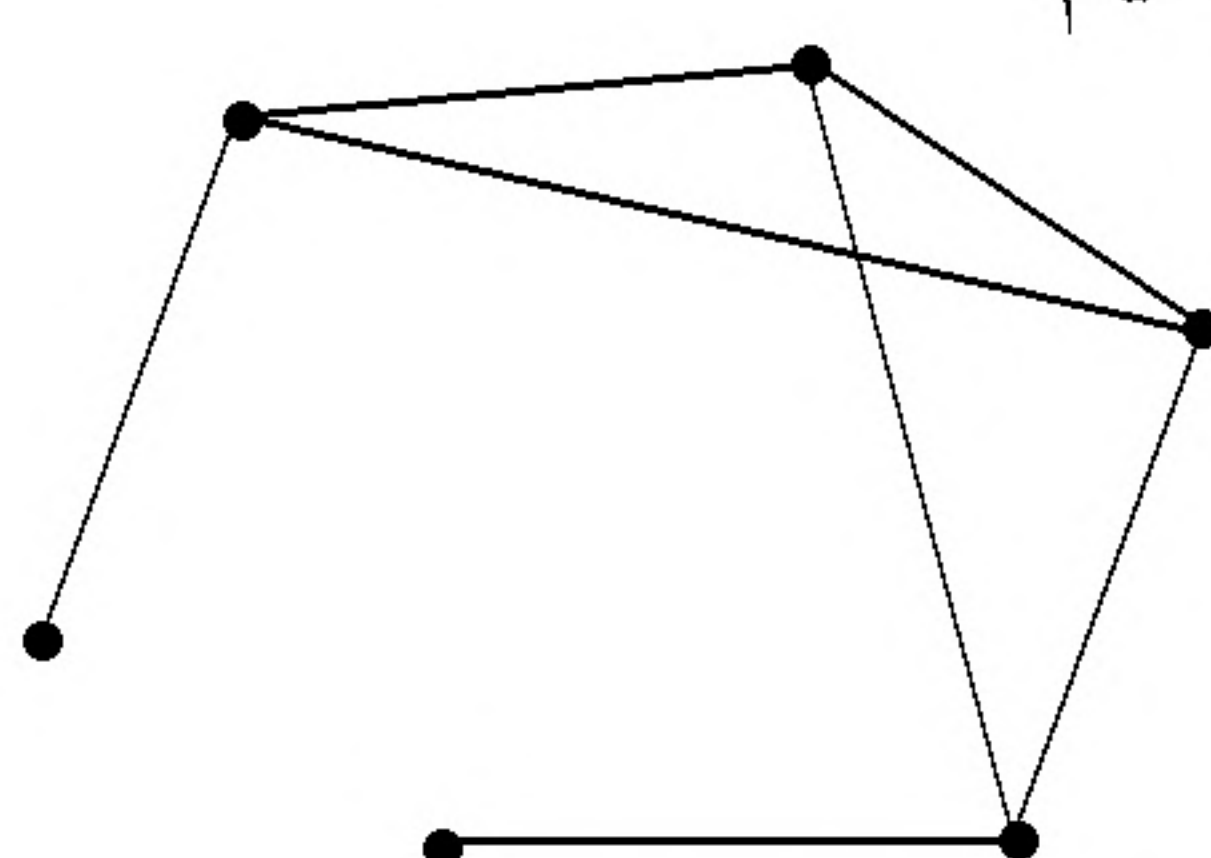
$$nr = ۲q_G \xrightarrow{r=۳} q_G = \frac{۳n}{۲}, nr = ۲q_{\overline{G}} \xrightarrow{r=n-۴} q_{\overline{G}} = \frac{(n-۴)n}{۲}$$

$$q_{\overline{G}} = ۶q_G \Rightarrow \frac{(n-۴)n}{۲} = ۶ \times \frac{۳n}{۲} \Rightarrow n - ۴ = ۱۸ \Rightarrow n = ۲۲$$

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مجموعهٔ همسایگی بسته هر رأس شامل خود آن رأس و همسایه‌هایش است. پس به‌جز
خودش هر رأس با ۳ رأس دیگر مجاور است و گرافی ۳-منتظم داریم.

$$kp = ۲q \Rightarrow ۳ \times ۶ = ۲q \Rightarrow q = ۹$$

۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. گراف را رسم می‌کنیم.



در شکل واضح است که گراف مقابل ۲ دور به طول ۳ خواهد داشت!



۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم تعداد اعضای همسایه‌های باز همان درجه رئوس است پس درجه رئوس گراف

$$r \cdot p = 2q \xrightarrow{r=2} 2p = 2q$$

همگی ۲ می‌باشد یعنی ۲- منتظم پس:
می‌دانیم:

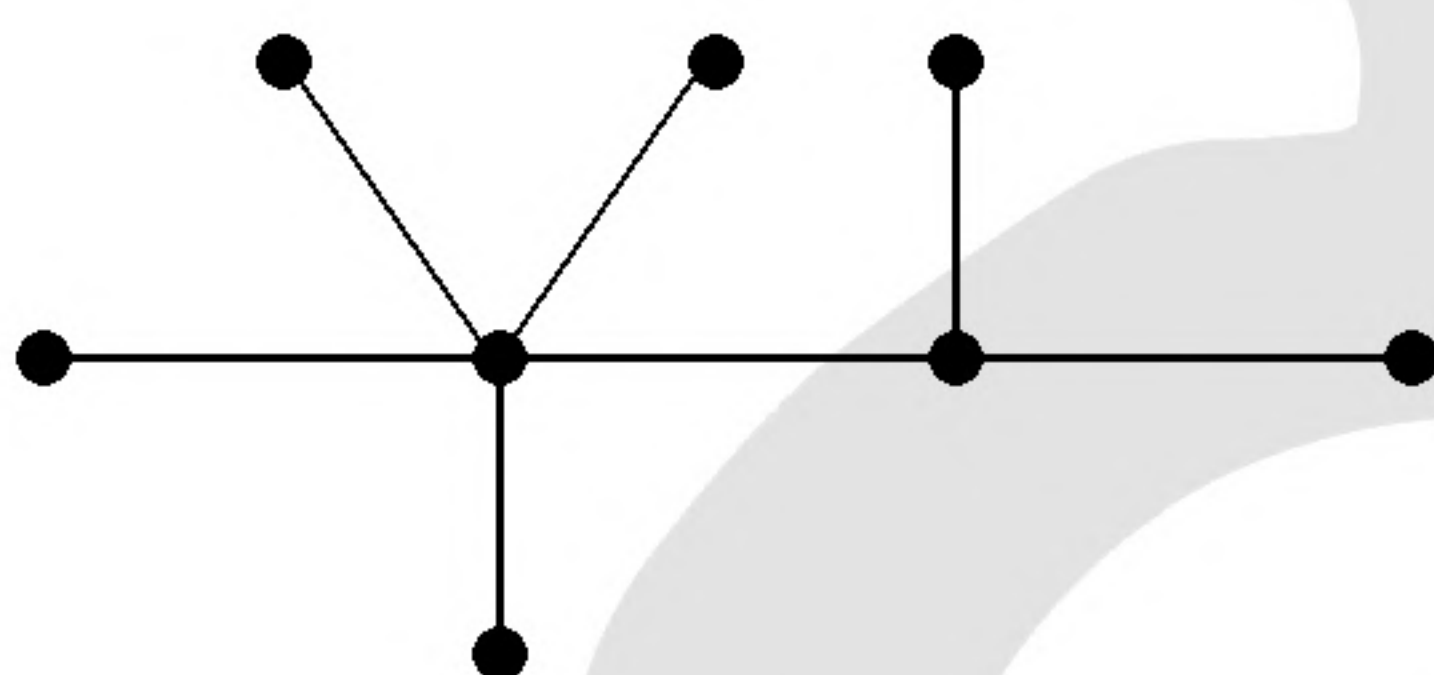
$$q(G) + q(\bar{G}) = q_{kp} \xrightarrow[p=q]{q(\bar{G}) = 3q_G} 4q = \frac{q(q-1)}{2} \Rightarrow q-1 = 8 \Rightarrow q = 9 \Rightarrow p = 9$$

۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر k برابر ۸ باشد، گرافی کامل خواهیم داشت که غیرقابل قبول است و چون می‌دانیم k عددی فرد نمی‌تواند باشد، پس $k = 6$ بیشترین مقدار قابل قبول برای k است.
نکته: گراف فرد - منتظم مرتبه فرد نداریم.

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. سه رأس ۱۴، ۱۵ و ۱۶، تمام رئوس گراف را احاطه می‌کنند، پس مجموعه‌ی {۱۴، ۱۵، ۱۶} یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم برای گراف بوده و عدد احاطه‌گری گراف برابر ۳ است.

۱۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مطابق شکل این درخت فاقد رأس درجه‌ی ۲ است. منظور از درخت، گراف همبند فاقد دور است.



تذکر: مبحث درخت در گراف در کتاب نظام جدید ریاضیات گسسته موجود نیست.

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

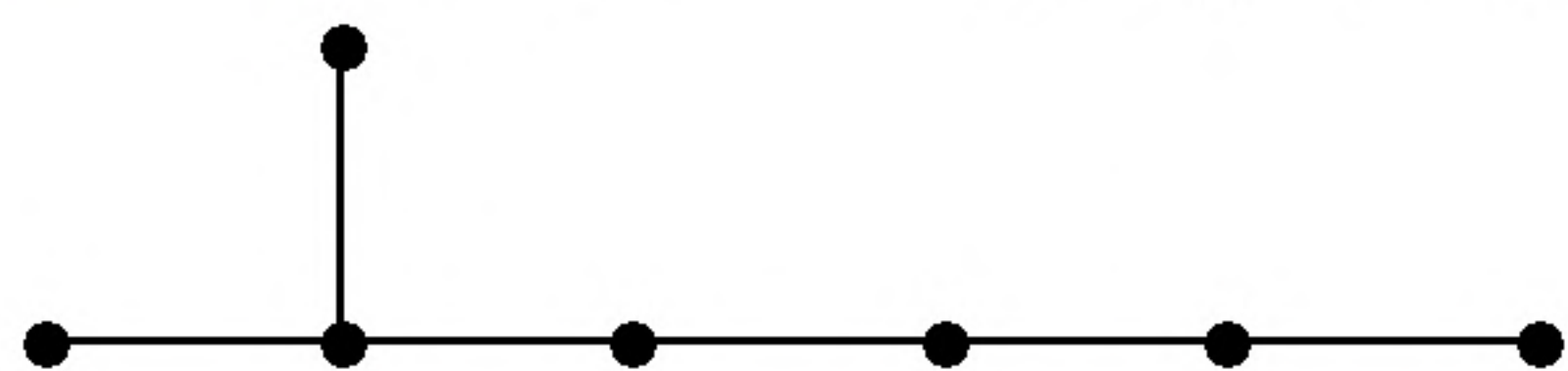
گزینه‌ی ۱: مجموعه‌ی $\{b, h\}$ قادر به احاطه‌ی رأس g نیست.

گزینه‌ی ۲: مجموعه‌ی $\{b, g, i\}$ قادر به احاطه‌ی تماس رئوس گراف است.

گزینه‌ی ۳: مجموعه‌ی $\{a, c, h\}$ قادر به احاطه‌ی رئوس e و g نیست.

گزینه‌ی ۴: مجموعه‌ی موردنظر تمام رئوس را احاطه می‌کند و با حذف هر کدام از اعضای آن احاطه‌گری از بین می‌رود.

۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مطابق شکل کوچک‌ترین اندازه‌ی گراف ساده‌ی همبندی از مرتبه‌ی ۷ که در آن $\Delta = 3$



باشد، برابر ۶ است.



۱۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$p = 5 \xrightarrow{\text{فرد}} \begin{cases} r = \text{زوج} \\ 0 \leq r \leq 4 \end{cases} \Rightarrow r_{\text{Max}} = 4 \Rightarrow 5 = K_5$$

تعداد دور به طول m در K_p : $\binom{p}{m} \times \frac{(m-1)!}{2}$

$$K_5 \xrightarrow{\text{دور به طول ۴}} \binom{5}{4} \times \frac{3!}{2} = 5 \times 3 = 15$$

۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا رئوسی را می‌یابیم که احاطه‌گر باشند و سپس تعداد مجموعه‌های متمایز احاطه‌گر مینیمال را شمار می‌کنیم:

سه مجموعه $\{a, d\}, \{g, e\}, \{m, p\}$ را در نظر می‌گیریم، از هر مجموعه یک عضو انتخاب کرده به کمک اصل ضرب جواب یافت می‌شود:

$$\binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 8$$

۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. رأس f را کنار می‌گذاریم. اگر یال ed را اضافه کنیم، گراف کامل مرتبه ۵ ساخته می‌شود.

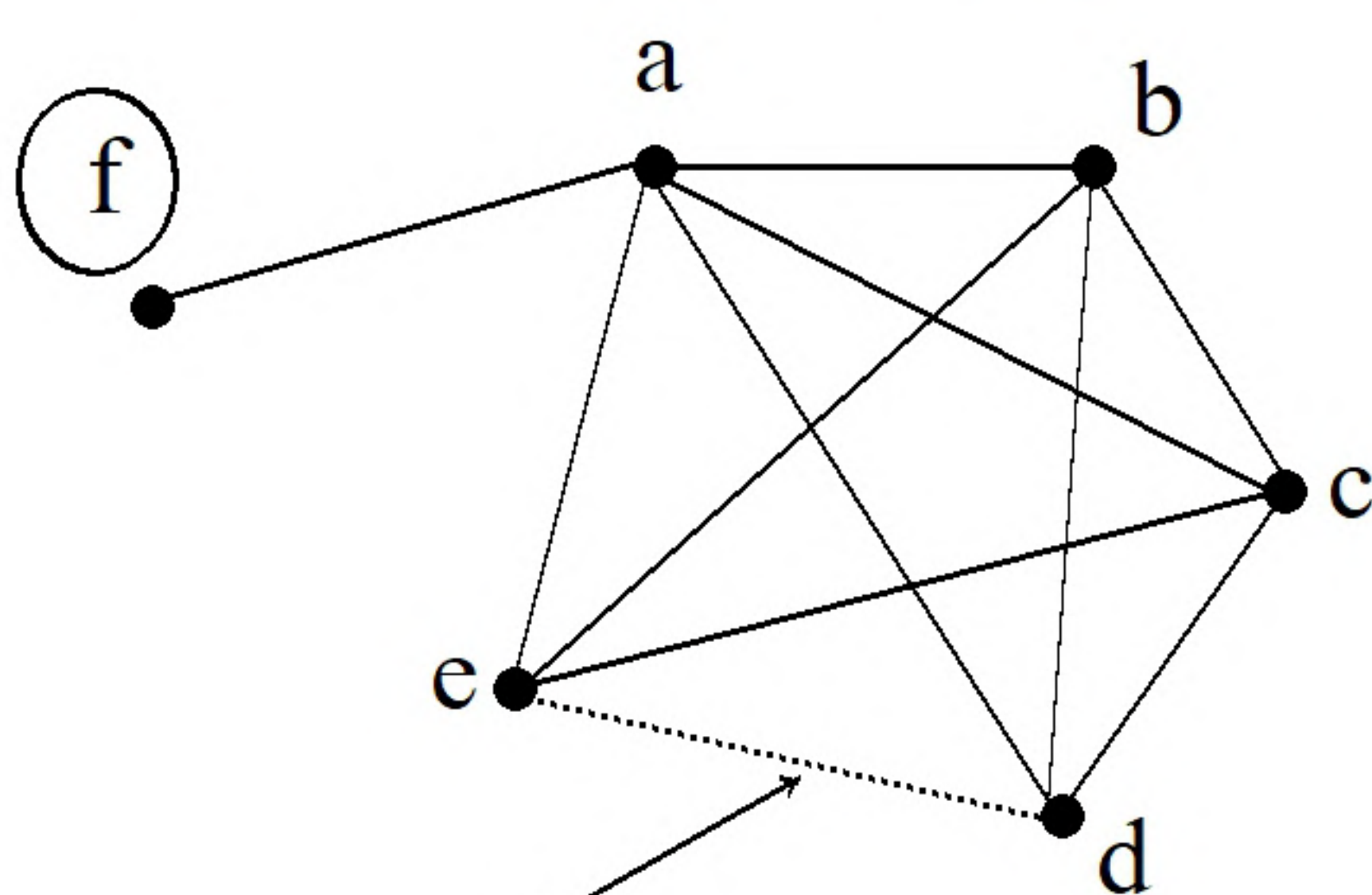
$$\binom{5}{4} \times \frac{3!}{2} = 15$$

تعداد دورها در گراف کامل مرتبه ۵ به طول ۴ برابر است با:

حال دورهای به طول ۴ که یال ed را دارد حذف می‌کنیم:

$$\underline{e} \quad \underline{d} \quad \underline{3} \quad \underline{2} \quad \underline{e} = 6$$

رئوس a و b و c یال ed

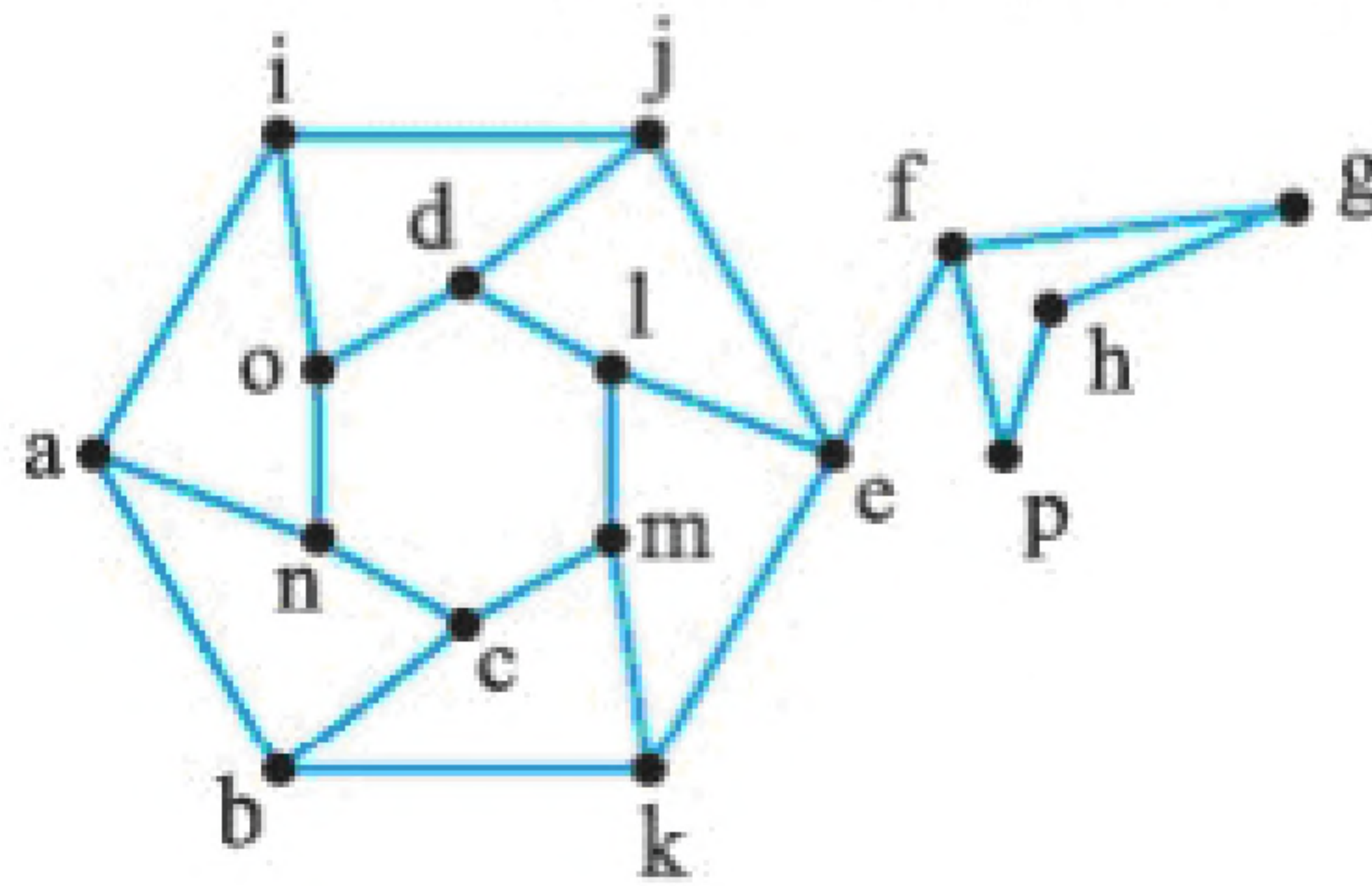


اگر ed باشد گراف کامل است

$$\xrightarrow{\text{جواب}} 15 - 6 = 9 = \text{غ ق ق - کل}$$



۱۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. رأس‌های گراف را نام‌گذاری می‌کنیم.



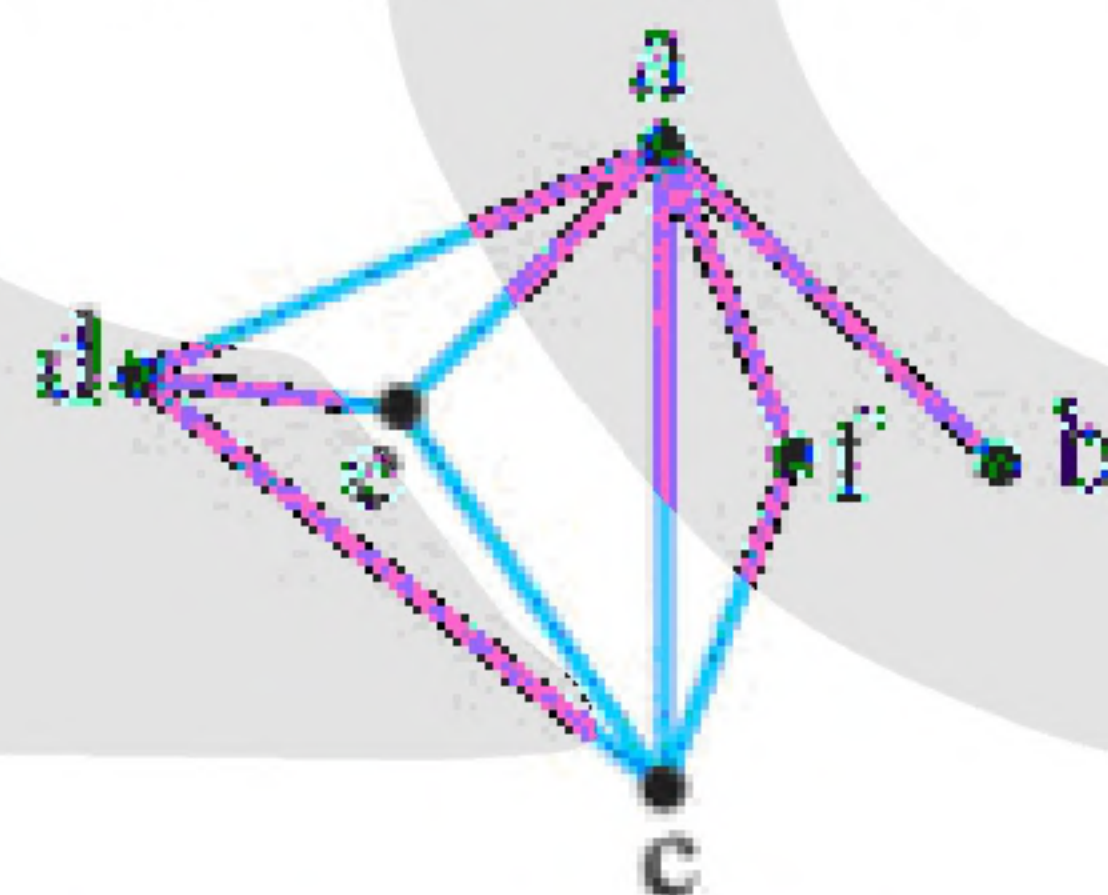
حالا گزینه‌ها را یکی یکی بررسی می‌کنیم.

گزینه ۱ مجموعه $\{a, b, c, d, h\}$ یک مجموعه احاطه‌گر نیست، چون در آن رأس e احاطه نمی‌شود. در گزینه‌های ۲ و ۴ مجموعه داده شده احاطه‌گر نیستند، زیرا در هیچ کدام از آن‌ها رأس p احاطه نمی‌شود. اما مجموعه داده شده در گزینه ۳ یعنی $\{a, c, e, d, h\}$ یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال است. چون همه رأس‌ها با این ۵ رأس احاطه می‌شوند و با حذف هر کدام از این رأس‌ها، مجموعه باقی‌مانده دیگر احاطه‌گر نیست.

رأس انتخابی	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p
رأسی که آن را پوشش می‌دهد	a	a	c	d	e	e	h	h	a	d	e	d	c	a	d	h

همچنین با حذف هر کدام از رأس‌ها، دیگر خود آن رأس احاطه نمی‌شود.

۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شکل ساده شده گراف به صورت روبه‌رو است:

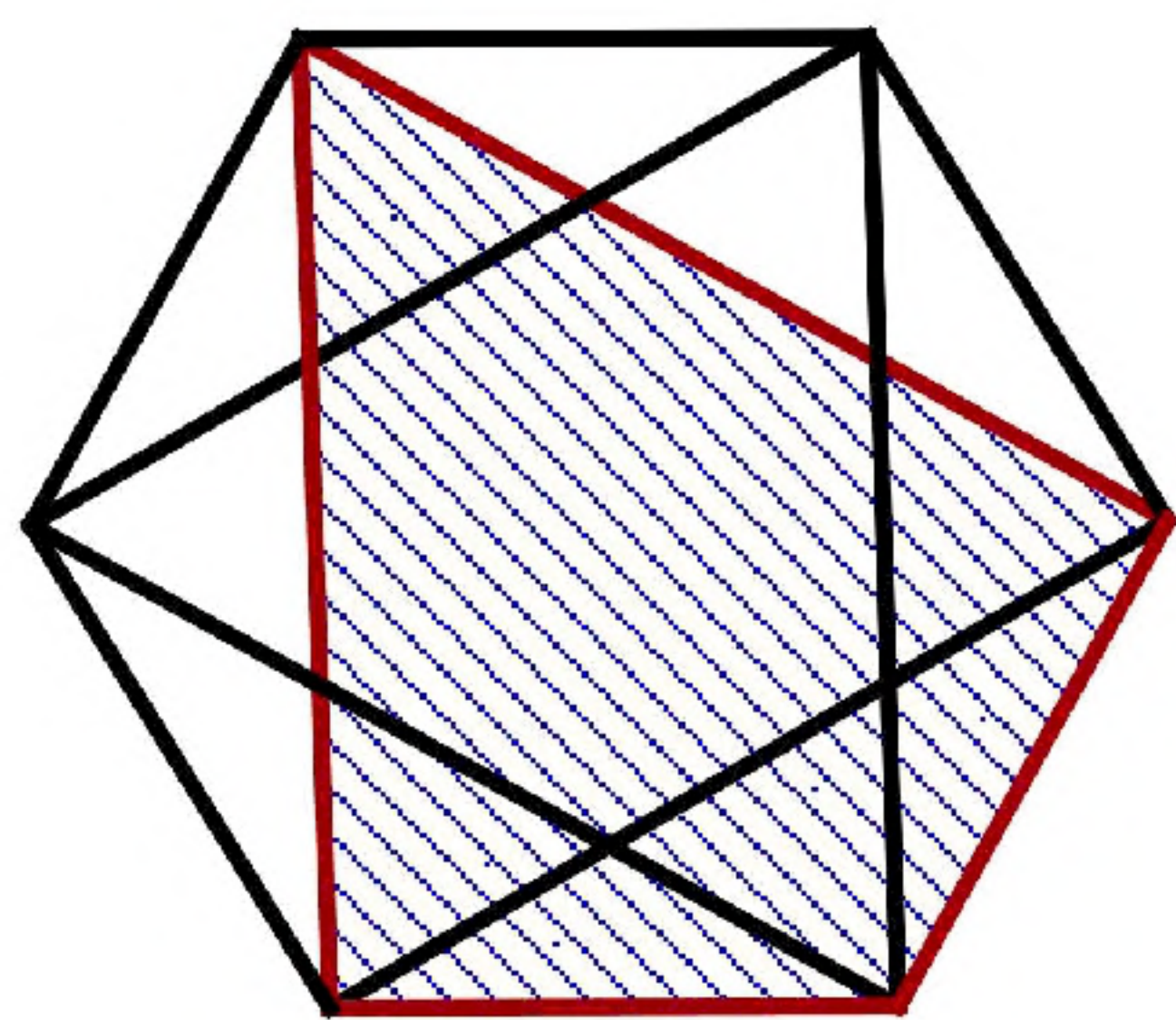


تعداد دورهای به طول ۳ در این گراف ۵ تا است: $aeda, aeac, adca, decd, afca$

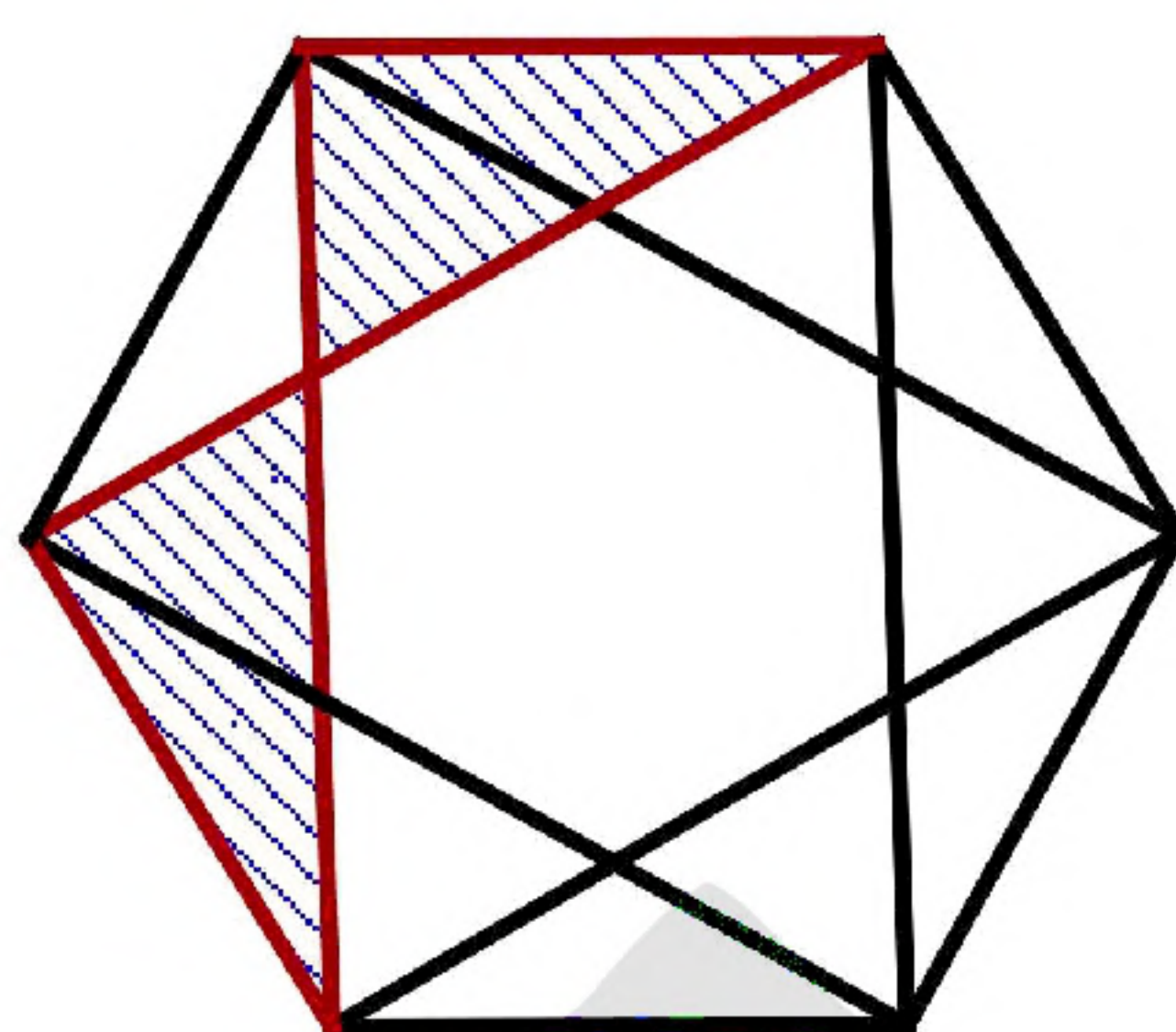
۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با حذف هر عضو مینیمال، مجموعه از احاطه‌گری خارج می‌شود که با بررسی گزینه‌ها به جواب می‌رسیم.



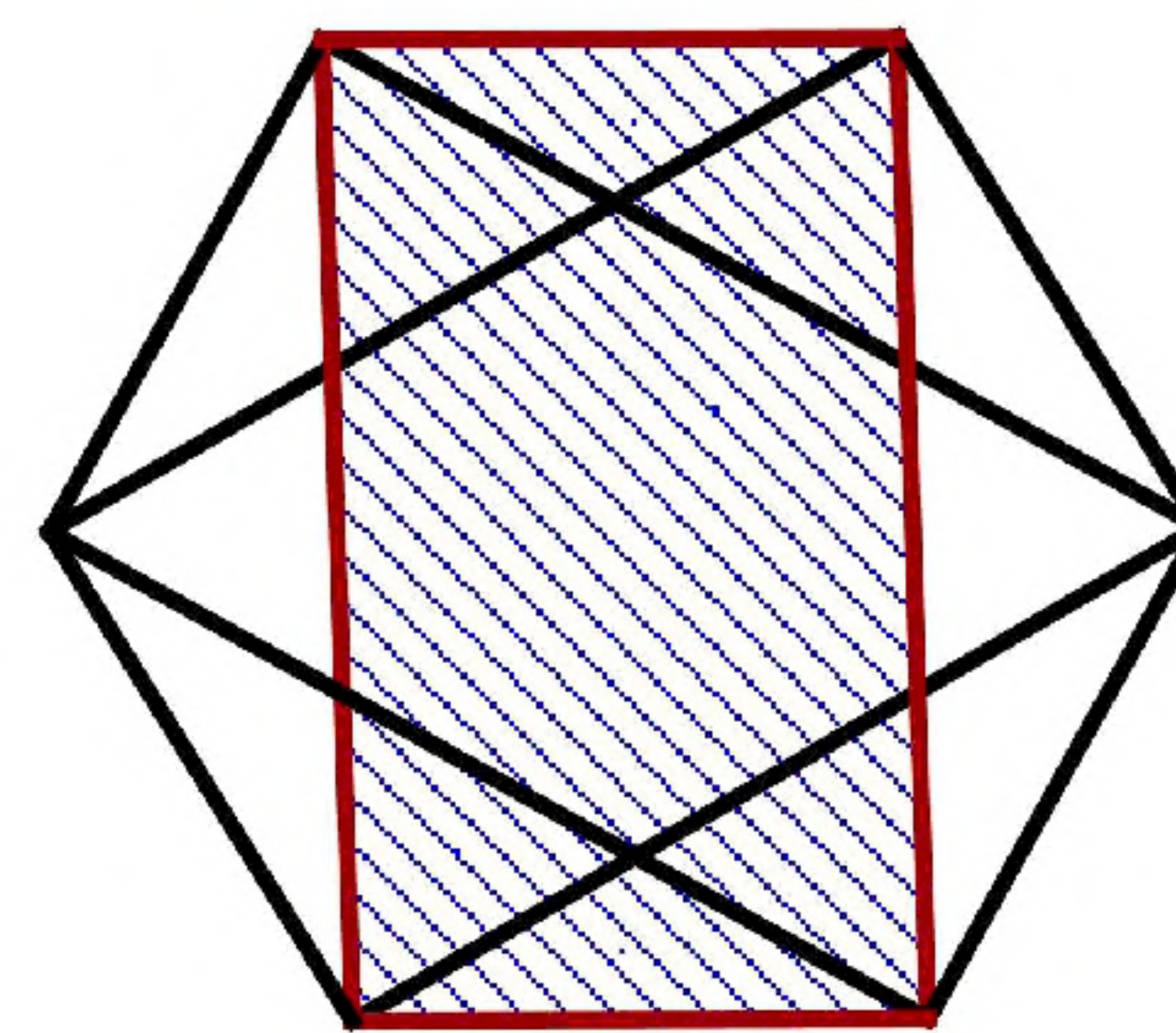
۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



۶ گراف چهارضلعی



۶ گراف پروانه ای



۳ گراف مستطیلی

بنابراین ۱۵ گراف ۴-منتظم تشکیل می شود.