

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

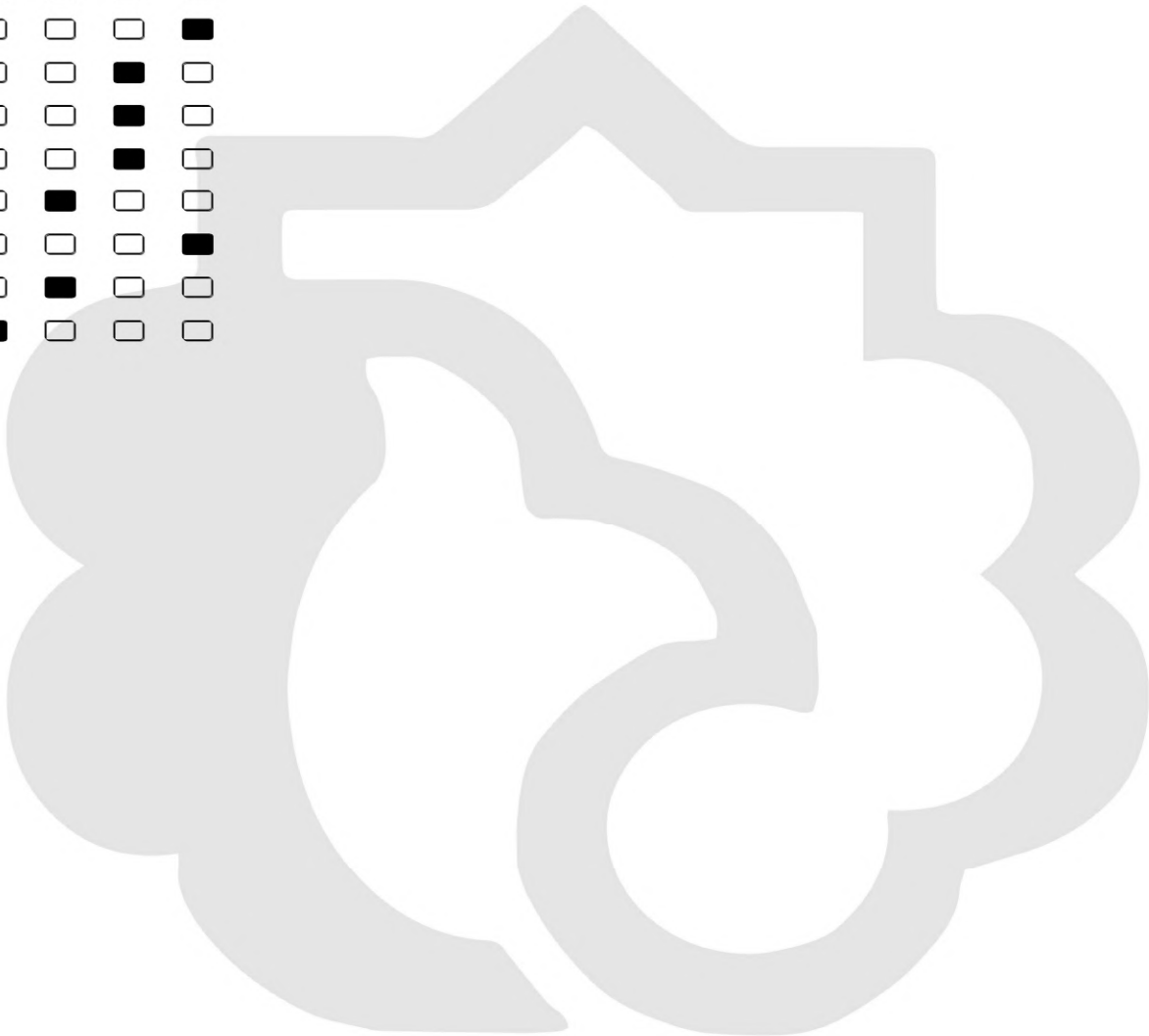
www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>





۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اعداد را به صورت زیر حذف و اختلافشان را جایگزین می‌کنیم.

$$\begin{array}{ccccc} \boxed{1, 100} & , & \boxed{2, 99} & , & \boxed{3, 98} & , & \dots & , & \boxed{49, 52} & , & \boxed{50, 51} \\ 99 & & 97 & & 95 & & & & 3 & & 1 \end{array}$$

$$\bar{x} = \frac{1 + 3 + \dots + 99}{50} = \frac{50^2}{50} = 50$$

۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

اعداد زوج ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۸ هستند پس با زوجها کاری نداریم ولی فردها را طوری کم می‌کنیم که اعداد تکراری به وجود نیایند.

$$\begin{array}{ccccccc} 4 & , & 6 & , & 8 & , & 10 & , & 12 & , & 14 & , & 16 & , & 18 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & & & & & & & & & \\ 15-11 & & 19-3 & & 17-9 & & & & & & & & & & \end{array}$$

$$\sigma^2 = \frac{n^2 - 1}{12} d^2 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{6^2 - 1}{12} \times 4 = 21 \Rightarrow \sigma = \sqrt{21}$$

۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تنها حالت ممکن برای انتخاب اعداد دسته اول به صورت ۱، ۳، ۷، ۹ است. در این صورت اعداد دسته دوم به صورت ۲، ۴، ۶، ۸ خواهند بود. میانگین اعداد هر دو دسته برابر ۵ است و

$$\sigma_1^2 = \frac{(-4)^2 + (-2)^2 + 2^2 + 4^2}{4} = \frac{40}{4} = 10 \Rightarrow \sigma_1 = \sqrt{10}$$

داریم:

$$\sigma_2^2 = \frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 3^2}{4} = \frac{20}{4} = 5 \Rightarrow \sigma_2 = \sqrt{5}$$

$$\frac{CV_1}{CV_2} = \frac{\frac{\sigma_1}{\bar{x}_1}}{\frac{\sigma_2}{\bar{x}_2}} \xrightarrow{\bar{x}_1 = \bar{x}_2} \frac{CV_1}{CV_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2}$$

۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید a و b را مربع کامل در نظر بگیریم. در ضمن جذر بعضی از اعداد باید منفی باشند تا جمع آنها صفر شود.

$$\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x}) = 0 \Rightarrow 3 + \sqrt{a} + (-3) + (-\sqrt{b}) - 2 = 0 \Rightarrow \sqrt{a} - \sqrt{b} = 2 \quad (1)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2}{n} \Rightarrow 8/4 = \frac{4 + b + 9 + a + 9}{5} \Rightarrow a + b = 20 \quad (2)$$

$$1, 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 16 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow ab = 64$$



۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} b_3 = 4 \\ e_3 = 6 \end{cases}, \begin{cases} b_4 = 7 \\ e_4 = 12 \end{cases}, \begin{cases} b_5 = 13 \\ e_5 = 24 \end{cases}, \dots, \begin{cases} b_n = 3 \times 2^{(n-3)} + 1 \\ e_n = 3 \times 2^{(n-2)} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{n=14} \begin{cases} b_{14} = 3 \times 2^{11} + 1 \\ e_{14} = 3 \times 2^{12} \end{cases} \Rightarrow m = \frac{6145 + 12288}{2} = 9216/5$$

۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر هیچ کدام از داده‌ها با میانگین برابر نباشند، مجموع انحرافات از میانگین نمی‌تواند صفر شود! چون ۸۳ داده داریم و امکان ندارد که جمع فرد تا ۱+ یا ۱- با هم به صفر برسند. پس حداقل یکی از داده‌ها باید برابر میانگین باشد!

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از دسته‌ی دوم به بعد، دسته‌ها به صورت $\{2^{n-1} + 1, \dots, 2^n\}$ می‌باشند و چون هر دسته تشکیل دنباله حسابی می‌دهد، پس میانگین دو داده وسط با میانگین داده اول و آخر برابر است. پس:

$$\text{میانگین} = \frac{2^{12} + 1 + 2^{13}}{2} = 6144/5$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

میانگین توان دوم انحراف از معیار میانگین داده‌ها = واریانس داده‌ها : می‌دانیم

$$\text{پس : } 4 = \frac{9 + a^2 + 0 + 9 + b^2 + 1}{6} \Rightarrow a^2 + b^2 = 5 \xrightarrow[a < b]{a, b \in \mathbb{Z}} \begin{cases} |a| = 1 \\ |b| = 2 \end{cases}$$

$$\text{انحراف از میانگین داده‌ها} = \begin{cases} 3, 2, 0, -3, -1, -1 \Rightarrow a = -1, b = 2 \Rightarrow ab = -2 \\ 3, -2, 0, -3, 1, 1 \Rightarrow a = 1, b = -2 \Rightarrow ab = -2 \end{cases}$$

* توجه داشته باشیم که مجموع انحراف از میانگین داده‌ها برابر صفر است.

۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اطلاعات مسئله برای حل کافی نیست و مقدار a به صورت منحصر به فرد به دست نمی‌آید ولی در صورتی که فرض $a \geq 13$ را به سوال اضافه کنیم، آنگاه چون میانه‌ی ۲۲ داده برابر میانگین داده‌های یازدهم و دوازدهم است و یکی از این دو داده قطعاً ۱۳ می‌باشد، پس $a \leq 13$ بوده و در نتیجه حتماً $a = 13$ است (اگر $a > 13$ باشد، آنگاه میانه نیز قطعاً بزرگ‌تر از ۱۳ است). ابتدا میانگین و سپس واریانس را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{3 \times 8 + 2 \times 12 + 7 \times 13 + 3 \times 14 + 1 \times 26 + 1 \times 27 + 5 \times 28}{22} = \frac{374}{22} = 17$$

$$\sigma^2 = \frac{3(-9)^2 + 2(-5)^2 + 7(-4)^2 + 3(-3)^2 + 9^2 + 10^2 + 5 \times 11^2}{22} = \frac{1218}{22} = 55/36$$



۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد داده‌ها برابر ۲۲ است، پس میانگین داده‌های یازدهم و دوازدهم برابر میانه است. هم‌چنین میانه‌ی ۱۱ داده‌ی اول یعنی دهم برابر چهارک اول و میانه‌ی ۱۱ داده‌ی آخر یعنی هفدهم برابر چهارک سوم است. بنابراین $Q_1 = 13$ بوده و در نتیجه داریم:

$$Q_3 - Q_1 = 17 \Rightarrow Q_3 - 13 = 17 \Rightarrow Q_3 = 30$$

پس مقدار a لزوماً برابر ۳۰ است. میانگین داده‌ها برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{3 \times 11 + 2 \times 12 + 6 \times 13 + 3 \times 14 + 2 \times 28 + 1 \times 30 + 5 \times 31}{22} = 19$$

واریانس داده‌ها از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma^2 = \frac{3(-8)^2 + 2(-7)^2 + 6(-6)^2 + 3(-5)^2 + 2 \times 9^2 + 1 \times 11^2 + 5 \times 12^2}{22} = 72$$

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 72$$

از طرفی اضافه یا کم کردن عدد تأثیری در واریانس ندارد. پس:

۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. کل داده‌ها $100 = 10 + 12 + 18 + 25 + 35$ تاست.

$$\bar{x} = \frac{12}{100} \times 7 + \frac{18}{100} \times 12 + \frac{35}{100} \times 13 + \frac{10}{100} \times 17 + \frac{19}{100} \times 25 = 14$$

پس:

۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای تعیین حدود جعبه، چهارک‌های اول و سوم را پیدا می‌کنیم. داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$\underbrace{32, 37, 39, 42, 46, 50, 54, 56, 57, 59}_{\text{نیمه اول داده‌ها}} \quad \underbrace{50, 54, 56, 57, 59}_{\text{نیمه دوم داده‌ها}}$$

می‌دانیم Q_1 میانه‌ی نیمه‌ی اول داده‌ها است. بنابراین $Q_1 = 39$ و Q_3 برابر است با میانه‌ی نیمه‌ی دوم داده‌ها، در نتیجه:

$$Q_3 = 56$$

$$42, 46, 50, 54$$

بنابراین داده‌های داخل جعبه عبارت‌اند از:

برای به دست آوردن ضریب تغییرات این داده‌ها میانگین و انحراف معیار آن‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{42 + 46 + 50 + 54}{4} = 48$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(42-48)^2 + (46-48)^2 + (50-48)^2 + (54-48)^2}{4}} = \sqrt{\frac{36 + 4 + 4 + 36}{4}} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2\sqrt{5}}{48} = \frac{\sqrt{5}}{24} = 0.0931$$



۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. میانگین موزون داده‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{6 \times 10 + 9 \times 12 + 10 \times 14 + 12 \times 15 + 8 \times 16 + 5 \times 18}{6 + 9 + 10 + 12 + 8 + 5} = \frac{706}{50} = 14.12$$

همچنین تعداد داده‌ها ۵۰ تا است. بنابراین میانه داده‌ها برابر است با میانگین داده‌های بیست و پنجم و بیست و ششم. داده بیست و پنجم عدد ۱۴ و داده بیست و ششم عدد ۱۵ است. بنابراین:

$$\text{میانه} = \frac{14 + 15}{2} = 14.5$$

$$14.5 - 14.12 = 0.38$$

بنابراین اختلاف میانگین وزنی و میانه برابر است با:

۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا باید داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم:

$$Q_2 = \frac{11/9 + 12/3}{2} = 12/1$$

$$10/6, 10/6, 11/2, 11/5, 11/9 \mid 12/3, 12/7, 12/8, 13/5, 30/2$$

$$Q_1 = 11/2$$

$$Q_3 = 12/8$$

$$\frac{Q_1 + Q_3 + 2Q_2}{Q_3 - Q_1} = \frac{11/2 + 12/8 - 24/2}{12/8 - 11/2} = \frac{-0/2}{1/6} = \frac{-2}{16} = \frac{-1}{8} = -0.125$$

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{5 \times 10 + 8 \times 12 + 7 \times 14 + 10 \times 15 + 6 \times 17 + 4 \times 18}{5 + 8 + 7 + 10 + 6 + 4}$$

$$= \frac{50 + 96 + 98 + 150 + 102 + 72}{40} = \frac{568}{40} = \frac{284}{20} = 14.2$$