

# گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

## یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	۱	۲	۳	۴
۳۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>





۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر یک جامعه با اندازه  $n_1$  و واریانس  $\sigma_1^2$  و جامعه دیگر با اندازه  $n_2$  و واریانس  $\sigma_2^2$  وجود داشته باشد و میانگین دو جامعه با هم برابر باشند، واریانس حاصل از اجتماع این دو جامعه از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\sigma^2 = \left( \frac{n_1}{n_1 + n_2} \right) \sigma_1^2 + \left( \frac{n_2}{n_1 + n_2} \right) \sigma_2^2 = \left( \frac{12}{25} \right) (10) + \left( \frac{13}{25} \right) (15) = 4/8 + 7/8 = 12/6$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{12/6} = 3/5$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{216}{18} = 12$$

۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{\sigma}{12} \Rightarrow \sigma = 2 \Rightarrow \sigma^2 = 4$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n} \Rightarrow 4 = \frac{\sum_{i=1}^{18} (12 - x_i)^2}{18} \Rightarrow \sum_{i=1}^{18} (12 - x_i)^2 = 72$$

دو داده جدید دارای میانگین ۱۲ است.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{18} (12 - x_i)^2 + (12 - 9)^2 + (12 - 15)^2}{20} = \frac{72 + 9 + 9}{20} = \frac{90}{20} = 4/5$$

۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. میانگین نمرات هر دو نفر را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x}_A = \frac{14 + 17 + 19 + 17 + 18}{5} = \frac{85}{5} = 17$$

$$\bar{x}_B = \frac{15 + 16 + 18 + 16 + 20}{5} = \frac{85}{5} = 17$$

چون میانگین هر دو نفر با هم برابر است، هر کدام واریانس کم‌تر داشته باشد، ضریب تغییرات کم‌تری دارد و دقت آن

$$\sigma^2 = \frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2}{n}$$

فرد بیشتر است.

$$\sigma_A^2 = \frac{(17 - 14)^2 + 2(17 - 17)^2 + (17 - 19)^2 + (17 - 18)^2}{5} = \frac{9 + 0 + 4 + 1}{5} = \frac{14}{5} = 2/8$$

$$\sigma_B^2 = \frac{(17 - 15)^2 + 2(17 - 16)^2 + (17 - 18)^2 + (17 - 20)^2}{5} = \frac{4 + 2 + 1 + 9}{5} = \frac{16}{5} = 3/2$$

$$\sigma_B^2 > \sigma_A^2$$

پس دقت کارمند A بیشتر از دقت کارمند B است.





۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. داده‌ها را به ترتیب از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۲, ۳, ۴, ۵, ۵, ۶, ۸, ۸, ۱۰, ۱۱, ۱۱, ۱۵

تعداد داده‌ها ۱۲ تاست، در هر سری شش داده داریم که میانه شش داده برابر نصف مجموع دو داده وسط است.

$$Q_1 = \frac{4 + 5}{2} = 4.5$$

$$Q_3 = \frac{11 + 10}{2} = 10.5$$

داده‌های باقی مانده عبارتند از ۵, ۵, ۶, ۸, ۸, ۱۰ است.

$$\bar{x} = \frac{5 + 5 + 6 + 8 + 8 + 10}{6} = \frac{42}{6} = 7$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{2(7-5)^2 + (7-6)^2 + 2(7-8)^2 + (7-10)^2}{6} = \frac{8+1+2+9}{6} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow 15/4 = \frac{14+16+19+12+15+17+a+13+18+16}{10} \Rightarrow 154 = 140 + a \Rightarrow a = 14$$

۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹

داده‌ها را به ترتیب می‌نویسیم:

چون تعداد داده‌ها زوج است، میانگین دو داده پنجم و ششم میانه است.

$$\text{میانه} = \frac{15 + 16}{2} = 15.5$$

۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sigma = 12 \times \frac{\sigma}{x} \rightarrow \bar{x} = 12, \bar{x} = \frac{\sum (f_i \times x_i)}{N}$$

$$12 = \frac{(4 \times 10) + (x \times 11) + (5 \times 12) + (10 \times 13) + (3 \times 14)}{4 + x + 5 + 10 + 3} \Rightarrow x = 8$$

چون تعداد کل داده‌ها برابر ۳۰ است، بنابراین:

$$Q_2 = \frac{x_{15} + x_{16}}{2} = \frac{12 + 12}{2} = 12$$

$$\left. \begin{array}{l} Q_1 = x_8 = 11 \\ Q_3 = x_{23} = 13 \end{array} \right\} \Rightarrow IQR = |Q_3 - Q_1| = 2$$

$$\frac{Q_2}{IQR} = \frac{12}{2} = 6$$





۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

تعداد کل نمونه‌های ۴ تایی برابر است با:  $\binom{6}{4} = 15$

$\{1, 2, 3, 4\} \{0, 2, 3, 5\} \{0, 1, 4, 5\}$

نمونه‌های ۴ عضوی با میانگین ۲/۵ را هم مشخص می‌کنیم:

تعداد این نمونه‌ها ۳ و بنابراین احتمال مشاهده نمونه‌های ۴ عضوی با میانگین ۲/۵ برابر  $P(A) = \frac{n(A)}{n(B)} = \frac{3}{15}$  است.

۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا داده‌ها را به‌طور صعودی مرتب می‌کنیم:

$$1, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 9, 11$$

$Q_1 = \frac{1+2}{2} = 1.5$       میانه  $= Q_2 = 5$        $Q_3 = \frac{8+9}{2} = 8.5$

داده‌های بین چارک اول و چارک سوم عبارتند از: ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸

$$\bar{x} = \frac{2+3+4+5+6+7+8}{7} = 5$$

$$\sigma^2 = \frac{(2-5)^2 + (3-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (6-5)^2 + (7-5)^2 + (8-5)^2}{7}$$

$$\sigma^2 = 4 \Rightarrow \sigma = 2 \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2}{5} = 0.4$$

۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر کمترین فراوانی  $X$  فرض شود، سایر فراوانی‌ها  $3X$ ،  $9X$ ،  $27X$  خواهند بود:

$$X + 3X + 9X + 27X = 120 \Rightarrow 40X = 120 \Rightarrow X = 3$$

$$\theta_{\min} = \frac{f_1}{N} \times 360 = \frac{3}{120} \times 360 = 9^\circ$$

$$\theta_{\max} = \frac{f_4}{N} \times 360 = \frac{81}{120} \times 360 = 243^\circ$$

$$\Delta\theta = 243^\circ - 9^\circ = 234^\circ$$

۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در این داده‌ها  $X$  و در واقع تکرار یکی از داده‌ها است:

$$\frac{4+5+6+7+X}{5} = X - 0.4 \Rightarrow X = 6$$

$$\bar{x} = 6 - 0.4 = 5.6$$

$$4, 5, 6, 6, 7 \Rightarrow \text{میانه} = 6$$

$$\sigma^2 = \frac{(4-6)^2 + (5-6)^2 + 2(6-6)^2 + (7-6)^2}{5}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{2/56 + 1/36 + 0/32 + 1/96}{5} = 1/96$$

$$\text{اختلاف میانه و واریانس} = 6 - 1/96 = 4/96$$









۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow 0.3 = \frac{\sigma}{40} \Rightarrow \sigma = 12 \Rightarrow \sigma^2 = 144 \quad \text{واریانس}$$

چون میانگین داده‌های حذف شده هم ۴۰ است:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{20} - \bar{x})^2 + (15 - 40)^2 + (35 - 40)^2 + (50 - 40)^2 + (70 - 40)^2 + (30 - 40)^2}{25}$$

$$144 \times 25 = \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 + 625 + 25 + 100 + 900 + 100 \Rightarrow \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 = 1850$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2}{20} = \frac{1850}{20} = 92.5 \quad \text{جدید برای ۲۰ داده باقی مانده}$$

$$CV_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} = 0.7$$

۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sigma_2 = 2\sigma_1, \bar{x}_2 = 2\bar{x}_1 + 3\bar{x}_1 = 5\bar{x}_1$$

$$CV_2 = \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} = \frac{2\sigma_1}{5\bar{x}_1} = \frac{2}{5} \times \frac{7}{10} = 0.28$$

۱۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$20 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_n = 20n$$

$$30 = \frac{(x_1 + 1) + (x_2 + 2) + \dots + (x_n + n)}{2} \Rightarrow (x_1 + x_2 + \dots + x_n) + (1 + 2 + \dots + n) = 30n$$

$$20n + \frac{n(n+1)}{2} = 30n \Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 10n$$

$$n(n+1) = 20n \Rightarrow n+1 = 20 \Rightarrow n = 19$$

چون تعداد کل داده‌ها برابر ۱۹ است، بنابراین داده‌ی دهم یعنی  $x_{10}$  برابر میانگین کل داده‌ها است.





۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$12, 14, 14, 15, 17, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 26$$

$$Q_1 = \frac{14+15}{2} = 14.5 \quad Q_3 = \frac{22+24}{2} = 23$$

$$Q_3, Q_1 \text{ میانگین داده‌های بین} = \frac{15+17+19+20+21+22}{6} = 19$$

۱۴ = مد کل داده‌ها (بیش‌ترین فراوانی)

$$5 = 19 - 14 = \text{اختلاف مد کل داده‌ها با میانگین موردنظر}$$

۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طول اضلاع این مثلث‌ها را  $X_1, X_2, \dots, X_n$  می‌گیریم، پس محیط‌های این مثلث‌ها

برابر  $3X_1, 3X_2, \dots, 3X_n$  و مساحت‌های آن‌ها برابر  $\frac{\sqrt{3}}{4} X_1^2, \frac{\sqrt{3}}{4} X_2^2, \dots, \frac{\sqrt{3}}{4} X_n^2$  می‌باشد. با

توجه به این که میانگین محیط مثلث‌ها برابر ۳۶ و میانگین مساحت‌ها برابر  $45\sqrt{3}$  است، داریم:

$$36 = \frac{3X_1 + 3X_2 + \dots + 3X_n}{n} = 3 \left( \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} \right) = 3\bar{X}$$

$$\Rightarrow \bar{X} = 12 \quad (\bar{X} \text{ میانگین طول اضلاع است.})$$

$$45\sqrt{3} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} X_1^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} X_2^2 + \dots + \frac{\sqrt{3}}{4} X_n^2}{n} = \frac{\sqrt{3}}{4} \left( \frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2}{n} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2}{n} = \frac{\sum X_i^2}{n} = \frac{45\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{4}} = 180$$

$$\sigma_{X_i}^2 = \frac{\sum X_i^2}{n} - \bar{X}^2 = 180 - 144 = 36 \Rightarrow \sigma_{X_i} = \sqrt{36} = 6$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

ضریب تغییرات طول اضلاع برابر است با:





۱۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{۱۶ + ۱۵ + ۱۳ + a + ۱۷ + ۱۴}{۶} = \frac{۷۵ + a}{۶} = ۱۵ \Rightarrow ۷۵ + a = ۹۰ \Rightarrow a = ۹۰ - ۷۵ = ۱۵$$

پس داده‌ها به صورت ۱۶، ۱۵، ۱۳، ۱۵، ۱۷، ۱۴ هستند.

مد داده‌ها عدد ۱۵ است. آن را حذف می‌کنیم و برای داده‌های زیر انحراف معیار را می‌یابیم:

$$۱۶، ۱۳، ۱۷، ۱۴ \Rightarrow \bar{x} = \frac{۱۶ + ۱۳ + ۱۷ + ۱۴}{۴} = \frac{۶۰}{۴} = ۱۵$$

$$\sigma^2 = \frac{(۱۶ - ۱۵)^2 + (۱۳ - ۱۵)^2 + (۱۷ - ۱۵)^2 + (۱۴ - ۱۵)^2}{۴} = \frac{۱ + ۴ + ۴ + ۱}{۴} = \frac{۱۰}{۴} = \frac{۵}{۲} = ۲/۵$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{۲/۵} \approx ۱/۶$$

$$x = \text{میانگین} + \text{انحراف معیار} = ۱۵ + ۱/۶ = ۱۶/۶$$

۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{۳\sigma}{۳\bar{x} - ۱} = ۴ \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow ۳\bar{x} = ۱۲\bar{x} - ۴ \Rightarrow \bar{x} = \frac{۴}{۹}$$

۲۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\sum_{i=1}^n (x_i - ۵۹) = ۲۰ \Rightarrow \sum_{i=1}^n x_i - ۵۹n = ۲۰$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = ۲۰ + ۵۹n \quad (۱)$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i - ۵۴) = ۷۰ \Rightarrow \sum_{i=1}^n x_i - ۵۴n = ۷۰$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = ۷۰ + ۵۴n \quad (۲)$$

$$\Rightarrow ۷۰ + ۵۴n = ۲۰ + ۵۹n \Rightarrow n = ۱۰$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n x_i = ۶۱۰ \Rightarrow \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{۶۱۰}{۱۰} = ۶۱$$





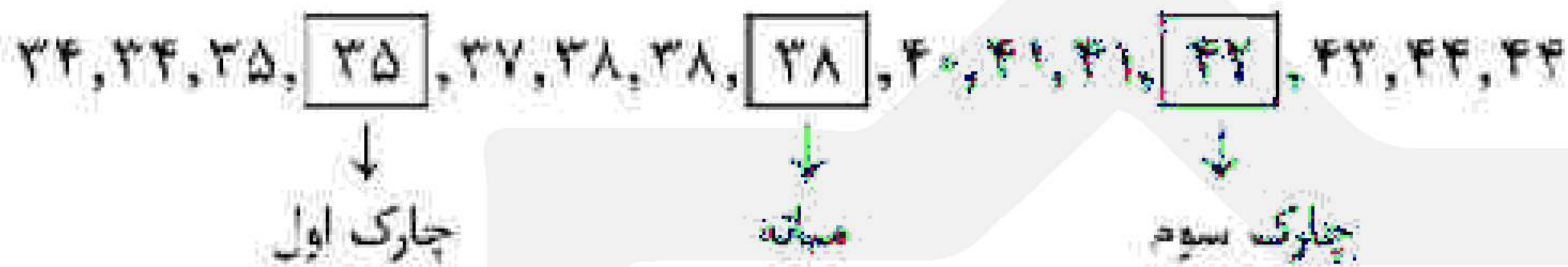
۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$x - \frac{7}{2}, x - 3, x - \frac{5}{2}, x - 2, x - \frac{1}{2}, x + \frac{1}{2}, x + 4, x + 5$$

و چون داده‌ها ۸ تاست، پس میانه برابر میانگین داده‌های شماره ۴ و ۵ است یعنی:

$$\text{میانه} = \frac{x - 2 + x - \frac{1}{2}}{2} = x - \frac{5}{4}$$

۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



داده‌های موردنظر : ۳۷, ۳۸, ۳۸, ۳۸, ۴۰, ۴۰, ۴۱

$$\text{میانگین} = \frac{37 + 38 + 38 + 38 + 40 + 40 + 41}{7} = 39$$

۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$CV_{(ax+b)} = \frac{|a|\sigma_x}{a\bar{x} + b}$$

$$CV_{(ax+b)} = \frac{|a| \times 4}{2\bar{x} + 3} = \frac{2 \times 4}{2 \times \frac{3}{2} + 3} = \frac{4}{3} = 1/3$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{30}{20} = \frac{3}{2}$$

۲۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{میانگین اولیه} = \frac{17 + 11 + 14 + 18 + 15}{5} = \frac{75}{5} = 15$$

عدد اضافی شده‌ی موردنظر را  $a$  فرض می‌کنیم، طبق فرض مسئله میانگین ۱ واحد افزایش یافته است:

$$\text{میانگین جدید} = 15 + 1 = 16 = \frac{17 + 11 + 14 + 18 + 18 + a}{6} = \frac{75 + a}{6}$$

$$\Rightarrow 16 = \frac{75 - a}{6} \Rightarrow 75 + a = 96 \Rightarrow a = 96 - 75 = 21$$

۲۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. واریانس ۳۰, ..., ۱۲, ۹, ۶, ۳ برابر  $9 \times \frac{99}{12}$  زیرا:

$$3\sigma = 3 \frac{\sqrt{33}}{2} \Rightarrow 9 = \frac{99}{12} = \sigma'^2 \Rightarrow \sigma' = \frac{3}{2} \sqrt{33} = \frac{3}{2} \sqrt{30 + 3}$$

پس:  $m = 3$





۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

(۱) ۲۵٪ داده‌ها بین میانه و چارک سوم (یعنی بین ۱۴/۵ و ۱۷) قرار دارند که صحیح است.

(۲) نیمی از افراد (۵۰ درصد) نمره‌ای بیشتر از ۹ گرفته‌اند که نادرست است.

(۳)  $\frac{3}{4}$  (۷۵ درصد) افراد نمره‌ای کم‌تر از ۱۴/۵ گرفته‌اند که نادرست است.

$$(Q_3 = 17)$$

باید گفته می‌شد ۷۵ درصد افراد نمره‌ای کم‌تر از ۱۷ گرفته‌اند.

$$(Q_2 = 14/5)$$

یا ۵۰ درصد افراد نمره‌ای کم‌تر از ۱۴/۵ گرفته‌اند.

$$Q_3 - Q_1 = 17 - 9 = 8$$

(۴) دامنه‌ی میان‌چارکی داده‌ها برابر است با:

که این گزینه نیز نادرست است.

۲۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{واریانس} = (2)^2 = 4$$

$$\text{واریانس} = \frac{\text{مجموع مجذورات تفاضل میانگین از داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}}$$

$$\Rightarrow 4 = \frac{(x_1 - 15)^2 + \dots + (x_{20} - 15)^2}{20}$$

$$\Rightarrow 4 \times 20 = 80 = \text{مجموع مجذورات تفاضل میانگین از داده‌ها}$$

از آن‌جا که مجموع داده‌های حذف شده (۳۱ = ۱۳ + ۸) با مجموع داده‌های اضافه شده (۳۱ = ۲۰ + ۱۱) یکسان است، بنابراین میانگین تغییر نمی‌کند، حال داریم:

$$\text{واریانس} = \frac{80 - [(18 - 15)^2 + (13 - 15)^2] + [(20 - 15)^2 + (11 - 15)^2]}{20}$$

$$= \frac{80 - (9 + 4) + (25 + 16)}{20} = \frac{80 - 13 + 41}{20} = \frac{108}{20} = 5.4$$

$$\Rightarrow \text{واریانس} = 5.4 \Rightarrow \text{انحراف معیار} = \sqrt{5.4} \approx 2.32$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$CV_{(ax - b)} = \frac{|a|\sigma_x}{a\bar{x} - b} = \frac{2 \times 2}{2 \times 8 - 6} = \frac{4}{10} = 0.4$$





۲۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر  $\alpha_i$  زاویه مرکزی  $\frac{w_i}{n}$  فراوانی نسبی مربوط به داده (دسته)  $i$ ام در نمودار دایره‌ای

$$\alpha_i = \frac{w_i}{n} \times 360^\circ$$

باشد، داریم:

با توجه به نمودار دایره‌ای  $\alpha_{AB} = 90^\circ$  و  $n = 20$ ، بنابراین:

$$90^\circ = \frac{w_{AB}}{20} \times 360^\circ \Rightarrow w_{AB} = 5$$

در داده‌های داده‌شده، یک نمونه‌ی گروه خونی AB وجود دارد، پس ۴ جای خالی دیگر را باید با گروه خونی AB تکمیل کرد.

۳۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$7, 8, 9, a, 11, 13, 13, 15, 16, 18, c, 20, 21, d$

چهارده داده داریم که داده‌ی چهارم چارک اول است:  $Q_1 = a$  و از آنجا که مقدار چارک اول بر روی نمودار جعبه‌ای برابر ۱۰ گردیده است پس:

داده یازدهم چارک سوم است:  $Q_3 = c$  و از آنجا که مقدار چارک سوم بر روی نمودار جعبه‌ای برابر ۱۹ است پس:

$$c = 19$$

میانه‌ی داده‌ها نیز برابر است با:

$$\frac{\text{داده ی هشتم} + \text{داده ی هفتم}}{2} = \frac{13 + 15}{2} = \frac{28}{2} = 14 \Rightarrow b = 14$$

و بیشترین داده نیز براساس نمودار جعبه‌ای داده شده برابر ۲۲ است پس  $d = 22$  و در نهایت:

$$\frac{d - c}{b - a} = \frac{22 - 19}{14 - 10} = \frac{3}{4} = 0.75$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۳۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{2 + 4 + 6 + a + b}{5} = 4 \Rightarrow a + b = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2 - \bar{x}^2 = 5/2 \Rightarrow \frac{1}{5} (4 + 16 + 36 + a^2 + b^2) - 16 = 5/2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 50$$

گزینه‌ی (۳) و (۴) در رابطه صدق می‌کند ولی از طرفی  $a + b = 8$  است. پس گزینه‌ی (۴) صحیح می‌باشد.





۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$10/6, 10/6, 11/2, 11/5, 11/9, 12/3, 12/7, 12/8, 13/5, 30/2$$

$$Q_2 = \text{میانه} = \frac{\text{داده ششم} + \text{داده پنجم}}{2} = \frac{11/9 + 12/3}{2} = 12/1$$

و در نتیجه:

$$Q_1 = 11/2, Q_3 = 12/8$$

$$\frac{11/2 - 2(12/1) + 12/8}{12/8 - 11/2} = \frac{24 - 24/2}{1/6} = \frac{-0/2}{1/6} = \frac{-2}{16} = \frac{-1}{8} = -0/125$$

۳۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{1}{2n+1} (a + (a+d) + \dots + (a+2nd))$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{1}{2n+1} \times \frac{2n+1}{2} \times (a + a + 2nd) = \frac{2a + 2nd}{2} = a + nd$$

۳۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا زاویه‌ی مربوط به لیسانسه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\alpha = 360^\circ - (70^\circ + 100^\circ + 35^\circ + 80^\circ) = 75^\circ$$

اینک به کمک رابطه‌ی زاویه مرکزی در نمودار دایره‌ای، داریم:

$$\alpha = \frac{f}{n} \times 360 \Rightarrow 75^\circ = \frac{30}{n} \times 360 \Rightarrow n = 144$$

$$\frac{35}{360} \times 144 = 14$$

و در نهایت، تعداد دکترها، برابر است با:

یعنی بلندی مستطیل مربوط به مدرک دکتر در نمودار بافت نگاشت، برابر ۱۴ است.

«بانک سوال یاوران دانش»

۳۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{میانگین} = \frac{(2 \times 8/5) + (4 \times 11) + (2 \times a) + (3 \times 14) + (3 \times 18)}{2 + 4 + 2 + 3 + 3} = 13/5$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{17 + 44 + 2a + 42 + 54}{14} = 13/5$$

$$\Rightarrow 2a + 157 = 189 \Rightarrow 2a = 32 \Rightarrow a = 16$$

داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$8/5, 8/5, 11, 11, 11, 11, 14, 14, 14, 16, 16, 18, 18, 18$$

تعداد داده‌ها ۱۴ تا است، بنابراین:

$$\text{میانه} = \frac{\text{داده ی هشتم} + \text{داده ی هفتم}}{2} = \frac{14 + 14}{2} = 14$$





۳۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. میانگین و واریانس داده‌های گروه اول را  $\bar{X}_1$  و  $\sigma_1^2$  و گروه دوم را  $\bar{X}_2$  و  $\sigma_2^2$  در نظر می‌گیریم. داریم:

$$\bar{X}_1 = \frac{a + (4 - a) + 5}{3} = 3 \text{ و } \bar{X}_2 = \frac{a + 1 + (5 - a)}{3} = 2$$

از فرض سؤال می‌دانیم  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ، بنابراین:

$$\frac{(a - 3)^2 + (4 - a - 3)^2 + (5 - 3)^2}{3} = \frac{(a - 2)^2 + (1 - 2)^2 + (5 - a - 2)^2}{3}$$

$$\Rightarrow a^2 - 6a + 9 + 1 + a^2 - 2a + 4 = a^2 - 4a + 4 + 1 + 9 - 6a + a^2$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 8a + 14 = 2a^2 - 10a + 14 \Rightarrow -8a = -10a \Rightarrow 2a = 0 \Rightarrow a = 0$$

۳۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر این اعداد متوالی را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$x - 3, x - 2, x - 1, \textcircled{x}, x + 1, x + 2, x + 3$

وسطی

آن‌گاه میانه‌ی این اعداد برابر  $x$  و میانگین آن‌ها نیز برابر  $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{7x}{7} = x$  می‌باشد. پس میانگین و میانه‌ی این اعداد با هم برابرند، یعنی اختلافشان برابر صفر است.

۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا داده‌ها را با توجه به فراوانی آن‌ها مرتب می‌کنیم.

تعداد کل داده‌ها ۱۲ تا است:

$$\begin{array}{cccccccccccc} 2 & 2 & 2 & 3 & 3 & 3 & 3 & 4 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ \hline & & \downarrow & & & & & \downarrow & & & & \\ Q_1 = \frac{2+3}{2} = 2.5 & & & & & & & & & & & \\ Q_3 = \frac{5+5}{2} = 5 & & & & & & & & & & & \end{array}$$

$$\text{دامنه‌ی میان‌چارکی} = Q_3 - Q_1 = 5 - 2.5 = 2.5$$

$$\text{میانگین} = \frac{(3 \times 2) + (4 \times 3) + (1 \times 4) + (4 \times 5)}{12} = \frac{6 + 12 + 4 + 20}{12} = \frac{42}{12} = 3.5$$

$$3.5 - 2.5 = 1 \quad \text{و در نهایت تفاضل دامنه‌ی میان‌چارکی از میانگین برابر است با:}$$

۳۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم مجموع فراوانی‌های نسبی برابر یک است. بنابراین داریم:

$$0.06 + 0.14 + 0.22 + x + 0.34 = 1 \Rightarrow 0.76 + x = 1 \Rightarrow x = 1 - 0.76 \Rightarrow x = 0.24$$

مسیر  $12 = 0.24 \times 50 =$  مجموع  $x$  فراوانی نسبی مسیرهای با ۳ نفر مسافر = فراوانی مسیرهای با ۳ نفر مسافر





۴۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر انحراف معیار داده‌ها صفر باشد به معنی آن است که داده‌ها با هم برابرند:

$$x - 1 = y - x = \frac{1}{3}y = 1 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2 \\ \frac{1}{3}y = 1 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$$

پس داده‌ها به صورت زیر هستند:

$$2, 2+1, 6, 2(3), 4, 7 \Rightarrow 2, 3, 6, 6, 4, 7 \xrightarrow{\text{مرتب}} 2, 3, 4, 6, 6, 7$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{مد} = 6 \\ \text{میانه} = \frac{4+6}{2} = 5 \end{cases}$$

$$\text{اختلاف مد و میانه} = 6 - 5 = 1$$

