

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$P(1) = x, P(2) = 2x, P(3) = 3x, P(4) = 4x$$

$$\text{جمع احتمالات} = 1 \Rightarrow x + 2x + 3x + 4x = 1 \Rightarrow 10x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{2} = \text{احتمال یک بار رو آمدن} \Rightarrow \frac{1}{10} = \text{احتمال انتخاب کارت ۱}$$

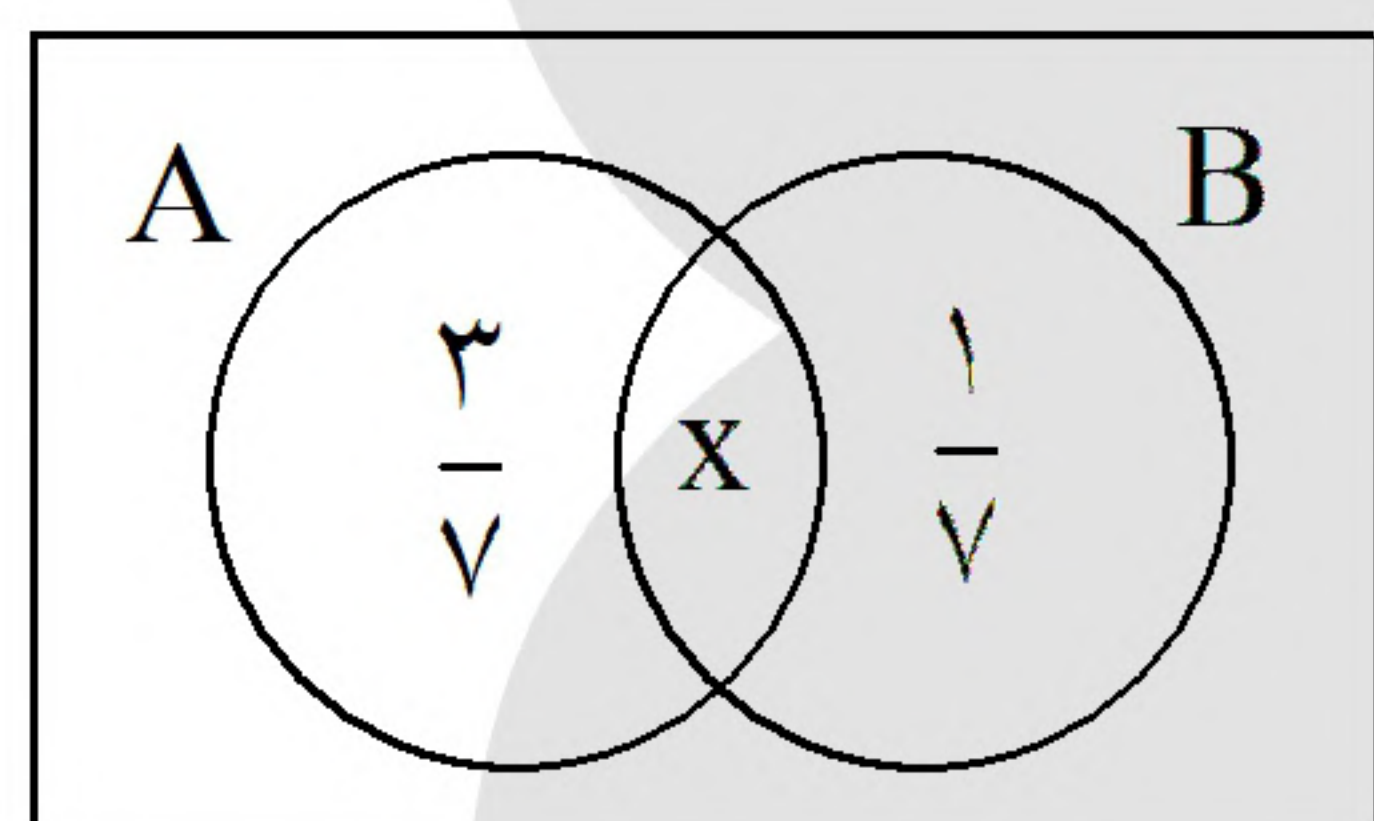
$$\frac{2}{4} = \text{احتمال یک بار رو آمدن} \Rightarrow \frac{2}{10} = \text{کارت ۲}$$

$$\frac{3}{8} = \text{کارت ۳} \Rightarrow \frac{3}{10}$$

$$\frac{4}{16} = \text{کارت ۴} \Rightarrow \frac{4}{10}$$

$$\Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{10} + \frac{2}{10} \times \frac{2}{4} + \frac{3}{10} \times \frac{3}{8} + \frac{4}{10} \times \frac{4}{16}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{10} + \frac{2}{10} \times \frac{2}{4} + \frac{3}{10} \times \frac{3}{8} + \frac{4}{10} \times \frac{4}{16}} = \frac{4}{29}$$

۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



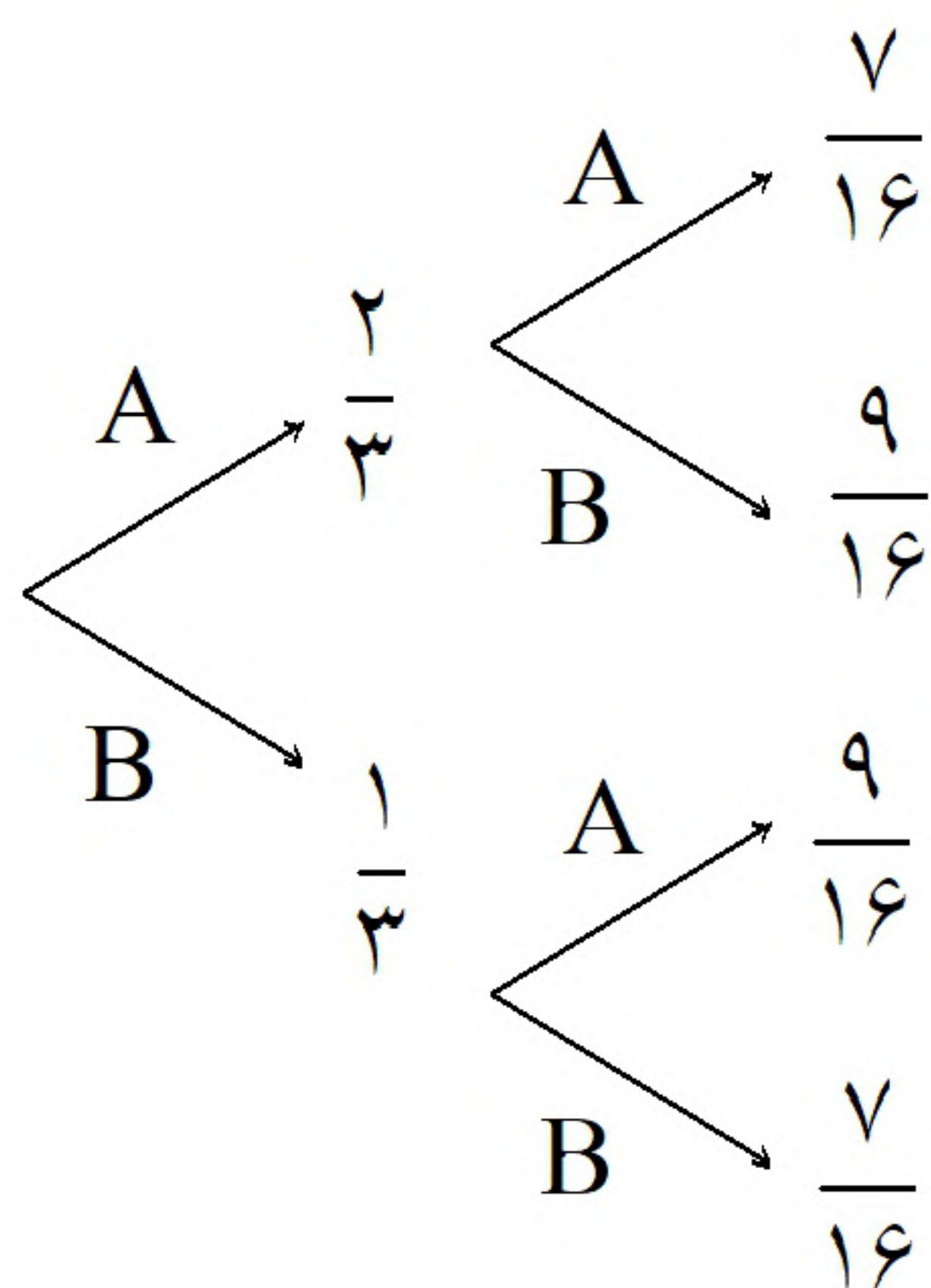
$$\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{x + \frac{3}{5}}{x + \frac{1}{5}}$$

$$\frac{3}{5} + x + \frac{1}{5} = 1 \Rightarrow x = \frac{3}{5} \Rightarrow 0 \leq x \leq \frac{3}{5}$$

$$ad - bc = \frac{1}{5} - \frac{3}{5} < 0 \Rightarrow \text{تابع هموگرافیک نزولی است}$$

$$\text{Min} \left(\frac{P(A)}{P(B)} \right) = \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{5}}{\frac{3}{5} + \frac{1}{5}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\left(\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \right) + \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \right) + \left(\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \right)$$

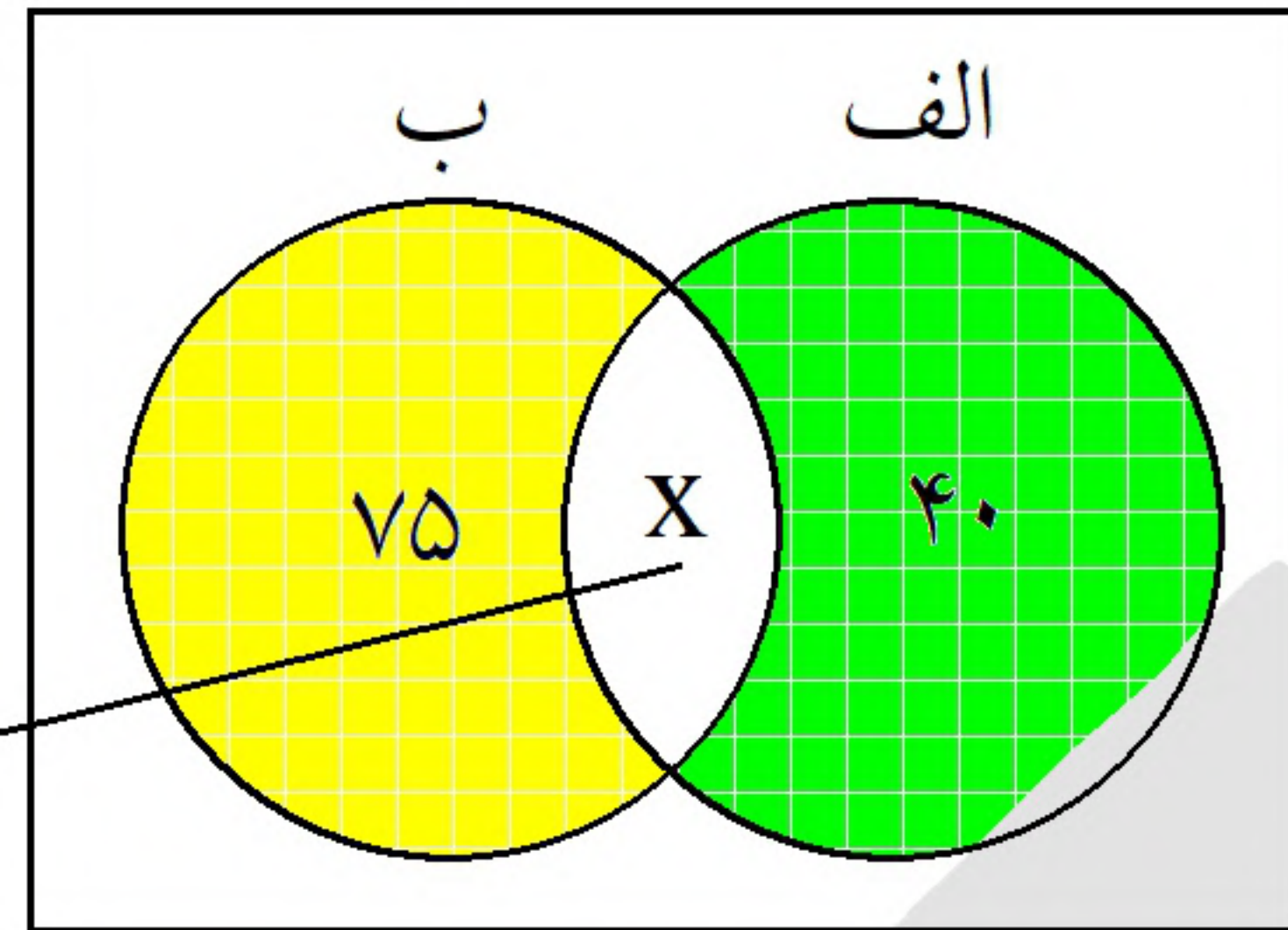
$$\frac{28}{64} = \frac{7}{16} \Rightarrow \frac{\frac{2}{3} \times \frac{7}{16}}{\left(\frac{1}{3} \times \frac{9}{16} \right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{7}{16} \right)} = \frac{\frac{14}{48}}{\frac{9+14}{48}} = \frac{14}{23}$$



۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{n(A)}{n(B)} = \frac{40 + x}{75 + x} = \frac{40 + 35}{75 + 35} = \frac{75}{110} = \frac{15}{22}$$

Max

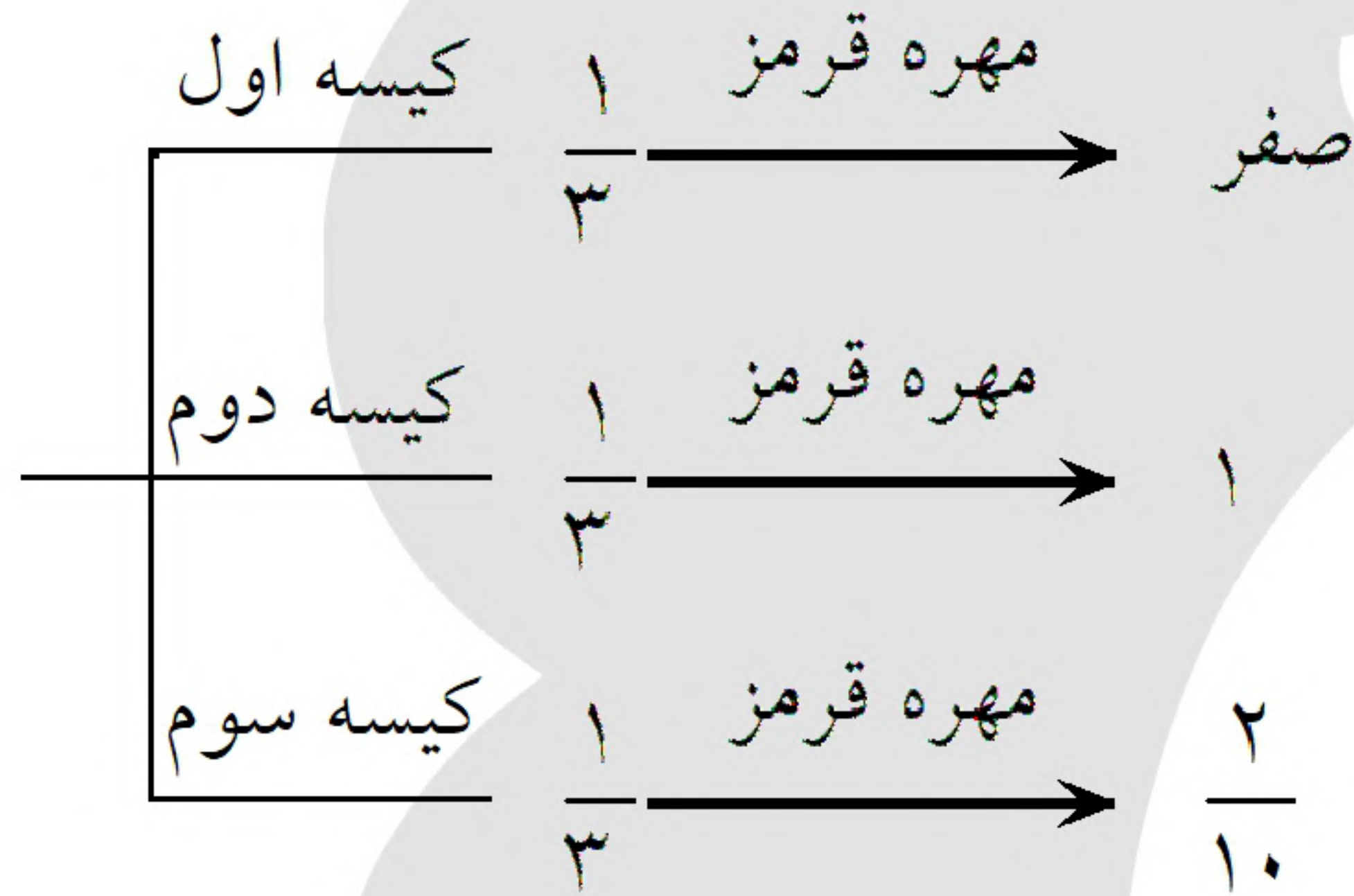


$$150 - (75 + 40) = 35$$

115

باید اشتراک حداکثر شود.

۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا نمودار درختی را برای این مسئله رسم می‌کنیم:



$$P(\text{مهره قرمز} | \text{کیسه دوم}) = \frac{\frac{1}{3} \times 1}{\frac{1}{3} \left(0 + 1 + \frac{2}{10} \right)} = \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

طبق قانون بیز داریم:

۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دو پیشامد A و B ناسازگار هستند، یعنی $A \cap B = \emptyset$ پس:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

$$P(B' | A') = \frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)} = \frac{\frac{7}{12}}{\frac{5}{6}} = \frac{7}{10} = 0.7$$

طبق رابطه احتمال شرطی داریم:



۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فضای نمونه پرتاب دو تاس دارای $n(S) = 36$ حالت است.

شرط وجود دو ریشه حقیقی و متمایز برای معادله $x^2 - mx + n = 0$ آن است که:

$$b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow (-m)^2 - 4(1)(n) > 0 \Rightarrow m^2 > 4n$$

از طرفی چون ترتیبی برای m و n قائل نشده است پس هر جفت می‌تواند هم ابتدای جای m بعد n و برعکس باشد و تنها زوج‌هایی که نمی‌توانند ناتساوی را برقرار کنند، $(1, 1)$ ، $(2, 2)$ ، $(3, 3)$ و $(4, 4)$ هستند. پس:

$$n(A) = 32$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{32}{36} = \frac{8}{9}$$

۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون دو کارت با جایگذاری انتخاب می‌شوند پس تأثیری بر روی هم ندارند. از این رو اگر یکی ۴ باشد، احتمال اینکه دیگری زوج شود برابر $\frac{2}{5}$ است.

۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{12} + \left(\frac{1}{12} + d\right) + \left(\frac{1}{12} + 2d\right) + \left(\frac{1}{12} + 3d\right) = 1 \Rightarrow 6d = \frac{2}{3} \Rightarrow d = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow P_{\max} = \frac{1}{12} + 3 \times \frac{1}{9} \Rightarrow P_{\max} = \frac{5}{12}$$

۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

مسئله زمانی حل می‌شود که حداقل یکی آن را حل کند، پس می‌توان از متمم کمک گرفت یعنی هیچکس حل نکند.

$$P(1 \cup 2 \cup 3) = 1 - P(\overbrace{1 \cap 2 \cap 3}^{\text{مستقل}}) = 1 - \left(\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{2}\right) = 0.7$$

۱۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به هدف زدن علی و حسن دو پیشامد مستقل است. یعنی:

$$P(A).P(B) = P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0.6 \times 0.4 = 0.24$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.6 + 0.4 - 0.24 = 0.76$$

سؤال از ما حاصل $P(A|A \cup B)$ را خواسته است. پس داریم:

$$P(A|A \cup B) = \frac{P[A \cap (A \cup B)]}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A \cup B)} = \frac{0.6}{0.76} = \frac{15}{19}$$

$$P(A) = \frac{1}{7} \Rightarrow P(x) + P(y) = \frac{1}{7}$$

۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$P(B) = \frac{3}{5} \Rightarrow P(B') = \frac{2}{5} \Rightarrow P(W) = \frac{2}{5}$$

$$P(C) = \underbrace{P(x) + P(y)}_{\frac{1}{7}} + \underbrace{P(w)}_{\frac{2}{5}} = \frac{1}{7} + \frac{2}{5} = \frac{19}{35}$$



۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فضای نمونه پرتاب دو تاس:

$$n(S) = 6^2 \quad (-, -)$$

$$A = \{(3, 4) (4, 3) (6, 1) (1, 6)\} \rightarrow n(A) = 4 \Rightarrow P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

دنباله هندسی $P(x), P(y), P(z) \rightarrow \frac{1}{5r}, \frac{1}{5}, \frac{r}{5}$

$$P(x) + P(y) + P(z) = 1 \Rightarrow \frac{1}{5r} + \frac{1}{5} + \frac{r}{5} \Rightarrow 1 + r + r^2 = 5r$$

$$\Rightarrow r^2 - 4r + 1 = 0 \Rightarrow r = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{r < 1} r = 2 - \sqrt{3}$$

$$P(z) = \frac{r}{5} = \frac{2 - \sqrt{3}}{5}$$

۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A : 16 \Rightarrow P(A) = \frac{1}{16}$$

$$B : 16 \Rightarrow P(B) = \frac{1}{2} \Rightarrow A \subseteq B$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{8}$$

روش دوم:

$$n(S) = 16 \times 15 \times \frac{1}{2}$$

تعداد حالت مهره اول
تعداد حالت مهره دوم

نصف حالتها اولی از دومی بزرگتر است

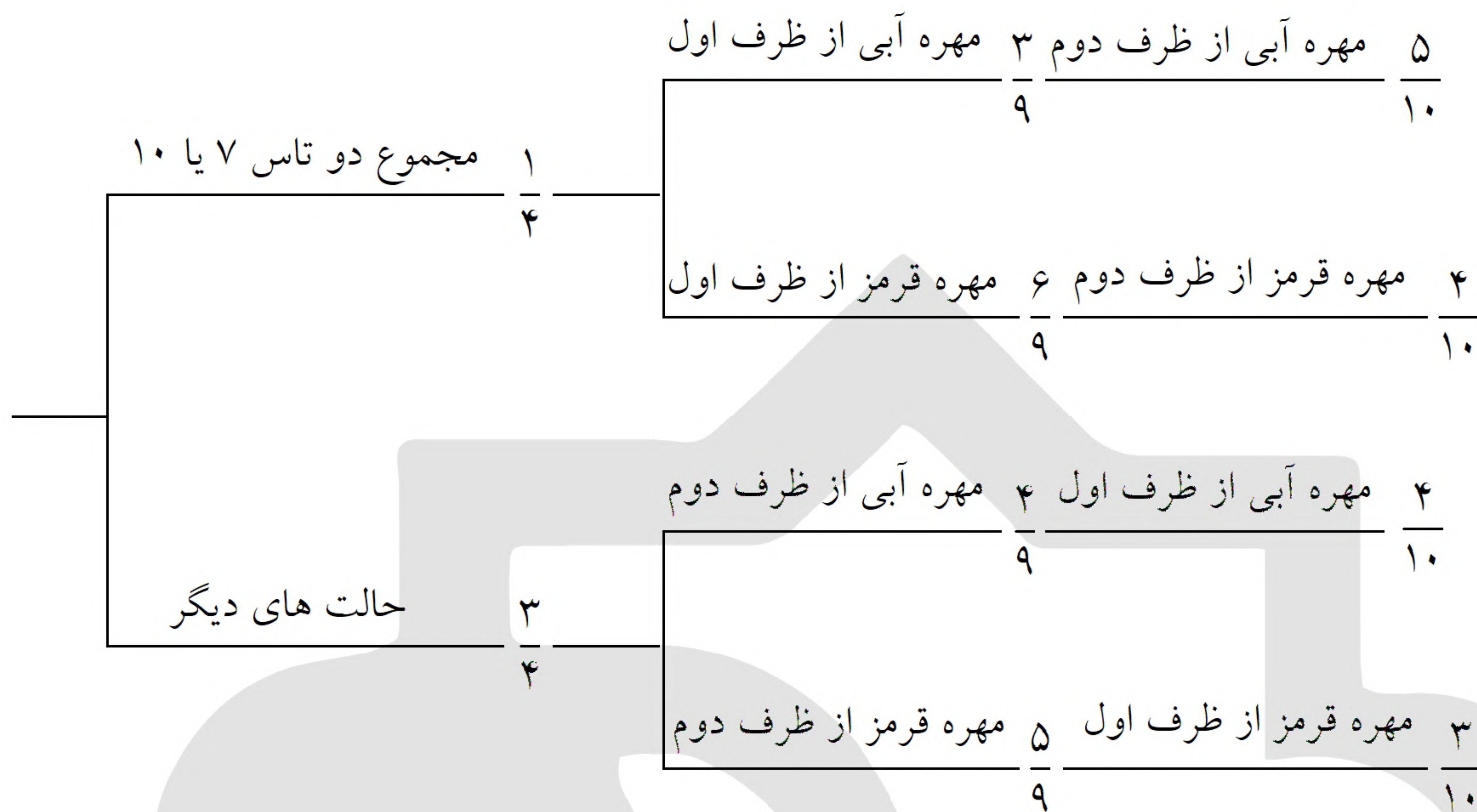
$$\Rightarrow P(A) = \frac{15}{16 \times 15} = \frac{1}{16}$$

$$n(A) = 1 \times 15$$

اولی ۱۶ بیاید
تعداد حالت دومی



۱۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. حالت‌هایی که مجموع دو تاس برابر ۷ یا ۱۰ می‌شود، عبارت‌اند از:
 $\{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (4, 6), (5, 2), (5, 5), (6, 1), (6, 4)\}$
 بنابراین احتمال آمدن مجموع برابر ۷ یا ۱۰، برابر $\frac{9}{36}$ یا $\frac{1}{4}$ است.



طبق قانون احتمال کل داریم:

$$\frac{1}{4} \left(\frac{3}{9} \times \frac{5}{10} + \frac{6}{9} \times \frac{4}{10} \right) + \frac{3}{4} \left(\frac{4}{9} \times \frac{4}{10} + \frac{5}{9} \times \frac{3}{10} \right) = \frac{1}{4} \times \frac{39}{90} + \frac{3}{4} \times \frac{31}{90} = \frac{132}{360} = \frac{11}{30}$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تعداد اعضای فضای نمونه برابر است با:

$$n(S) = 6 \times 11 + 6 \times 6 = 102$$

↓ ↓

کارت اول فرد کارت اول زوج

به ازای هریک از اعداد رو شده‌ی زوج در کارت اول، اعداد ۴، ۸ و ۱۲ برای کارت دوم قابل قبول است ولی حالت‌های ۴۴ و ۸۸ و ۱۲۱۲ امکان‌پذیر نیست.

به ازای هریک از اعداد رو شده‌ی فرد در کارت اول، اعداد ۲ و ۶ در کارت دوم قابل قبول است، بنابراین تعداد اعضای پیشامد تصادفی برابر است با:

$$n(A) = (6 \times 3) - 3 + (2 \times 6) = 27$$

$$P(A) = \frac{27}{102} = \frac{9}{34}$$

بنابراین احتمال برابر است با:



۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق جدول ارزش گزاره‌ها برای سه گزاره‌ی p ، q و r داریم:

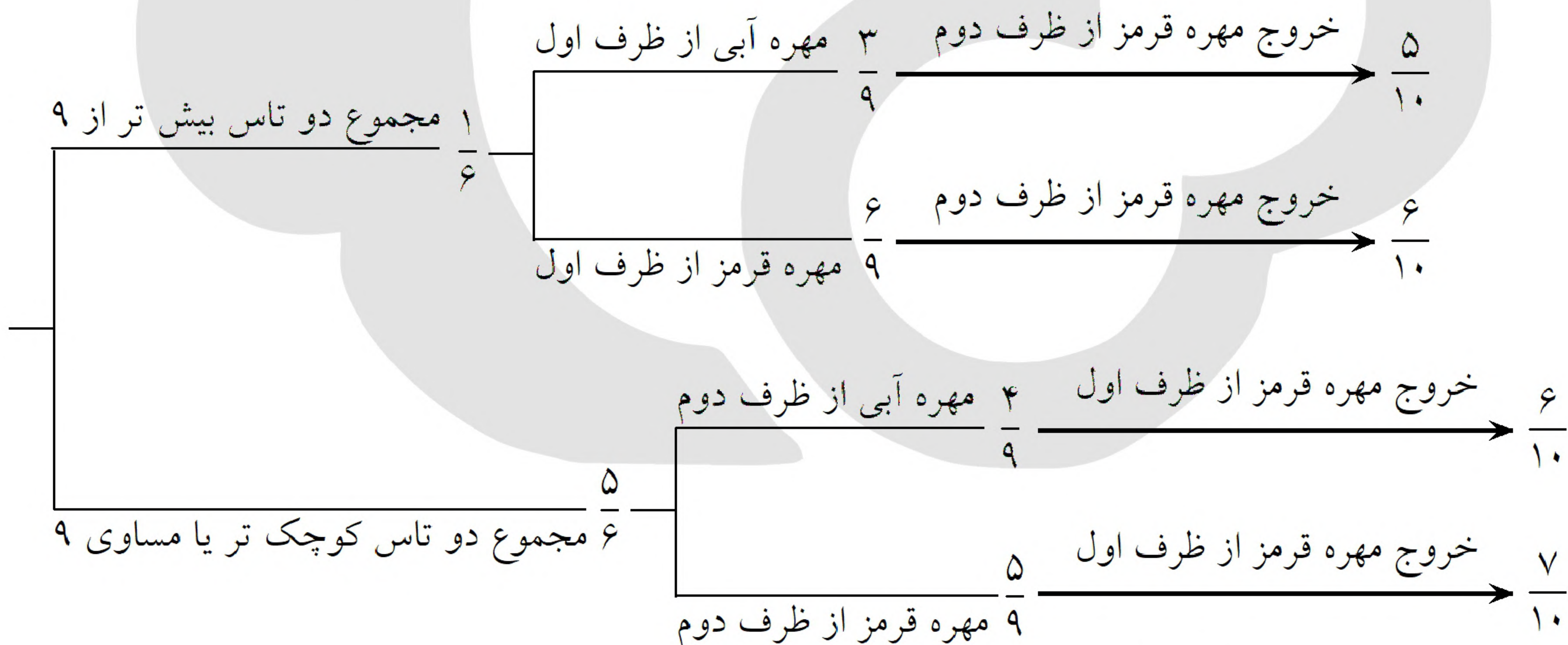
p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \Rightarrow r$
د	د	د	د	د
د	د	ن	د	ن
د	ن	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	د	د
ن	د	ن	د	ن
ن	ن	د	ن	د
ن	ن	ن	ن	د

همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود، در ردیف‌های ۲، ۴ و ۶، ارزش گزاره‌ی $(p \vee q) \Rightarrow r$ نادرست است. در بین این سه ردیف، تنها در ردیف ۴، ارزش گزاره‌ی q نادرست است، پس احتمال موردنظر برابر $\frac{1}{3}$ است.

۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. پیشامد آن که مجموع دو تاس عددی بیش‌تر از ۹ باشد، به صورت مجموعه‌ی زیر است:

$$\{(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$$

یعنی احتمال این پیشامد برابر $\frac{1}{6}$ و در نتیجه متمم آن برابر $\frac{5}{6}$ است. طبق نمودار درختی داریم:

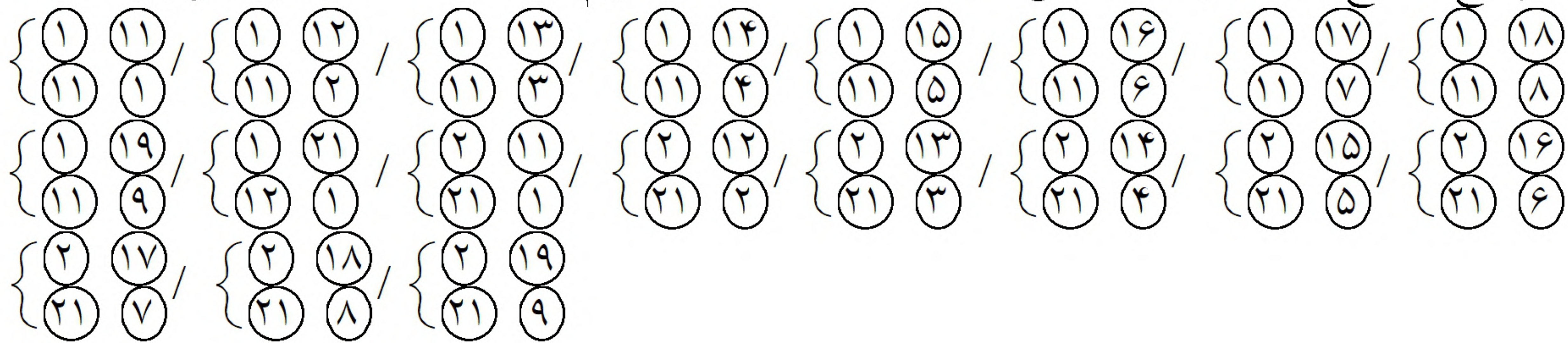


بنابراین طبق قانون احتمال کل داریم:

$$\frac{1}{6} \left(\frac{3}{9} \times \frac{5}{10} + \frac{6}{9} \times \frac{6}{10} \right) + \frac{5}{6} \left(\frac{4}{9} \times \frac{6}{10} + \frac{5}{9} \times \frac{7}{10} \right) = \frac{1}{6} \times \frac{51}{90} + \frac{5}{6} \times \frac{59}{90} = \frac{346}{540} = \frac{173}{270}$$

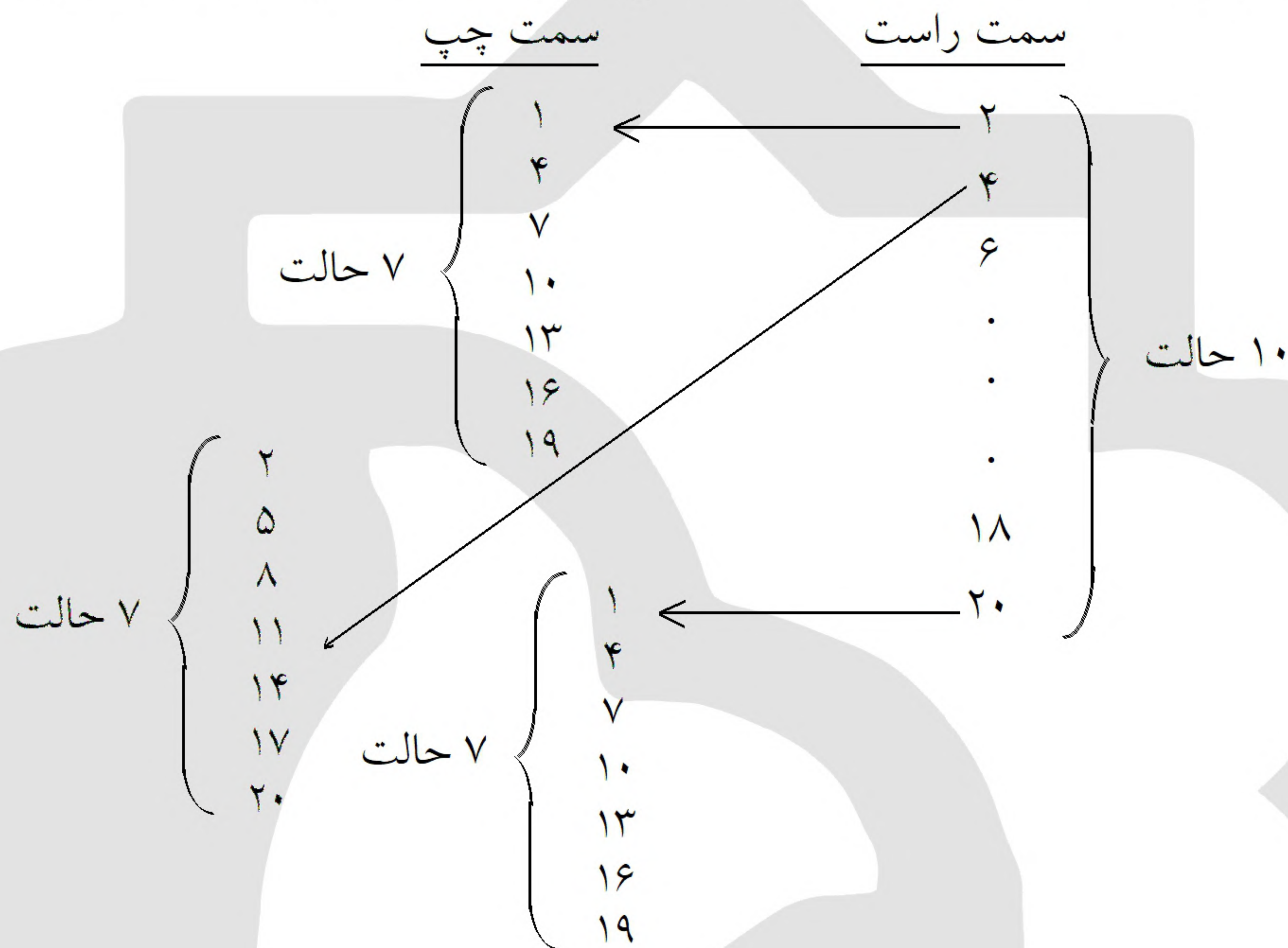


۲۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در حالت کلی $420 = 21 \times 20$ حالت داریم که تعداد ۱۹ تا از آنها تکراری است:



$$\Rightarrow n(S) = 420 - 19 = 401$$

حال اگر بخواهد مضرب ۶ باشد، باید زوج و مجموع ارقام آن بر ۳ بخش پذیر باشد. پس ابتدا در سمت راست اعداد زوج را قرار می دهیم سپس در سمت چپ اعدادی که مجموع ارقام مضرب ۳ می شود را قرار می دهیم:



برای هر عدد سمت راست ۷ حالت در سمت چپ داریم.

یعنی ۷۰ حالت از طرفی اعداد ۲۱۶ و ۱۱۴ تکراری است و اعداد ۶۶ و ۱۲۱۲ و ۱۸۱۸ نشدنی است، یعنی ۶۵ حالت.

۱۲	۲۴	۳۶	۱۸	۲۱۰	۳۱۲
۴۲	۵۴	نشدنی	۴۸	۵۱۰	۶۱۲
۷۲	۸۴	۹۶	۷۸	۸۱۰	۹۱۲
۱۰۲	۱۱۴	۱۲۶	۱۰۸	۱۱۱۰	نشدنی
۱۳۲	۱۴۴	۱۵۶	۱۳۸	۱۴۱۰	۱۵۱۲
۱۶۲	۱۷۴	۱۸۶	۱۶۸	۱۷۱۰	۱۸۱۲
۱۹۲	۲۰۴	۲۱۶	۱۹۸	۲۰۱۰	۲۱۱۲
۱۱۴	۲۱۶	۳۱۸	۱۲۰		
۴۱۴	۵۱۶	۶۱۸	۴۲۰		
۷۱۴	۸۱۶	۹۱۸	۷۲۰		
۱۰۱۴	۱۱۱۶	۱۲۱۸	۱۰۲۰		
۱۳۱۴	۱۴۱۶	۱۵۱۸	۱۳۲۰		
۱۶۱۴	۱۷۱۶	نشدنی	۱۶۲۰		
۱۹۱۴	۲۰۱۶	۲۱۱۸	۱۹۲۰		

$$\Rightarrow P(A) = \frac{65}{401}$$



۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود، در ۷ ردیف ارزش گزاره‌ی $p \Rightarrow (q \vee r)$ درست است که در ردیف‌های ۲، ۶ و ۸ یعنی ۳ ردیف آن، ارزش گزاره‌ی r نادرست است.

p	q	r	$q \vee r$	$p \Rightarrow (q \vee r)$
د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د
د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	د	ن	د	د
ن	ن	د	د	د
ن	ن	ن	ن	د

$$\begin{cases} n(S) = 7 \\ n(A) = 3 \end{cases} \rightarrow P(A) = \frac{3}{7}$$

پس:

۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از احتمال متمم استفاده می‌کنیم، یعنی در هر ۳ بار اصلاً ۶ نیاید:

$$p(A) = 1 - p(\bar{I} \cap \bar{II} \cap \bar{III}) \stackrel{\text{مستقل}}{=} 1 - [p(\bar{I}) \times p(\bar{II}) \times p(\bar{III})] = 1 - \left(\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \right) = \frac{91}{216}$$

بار اول نیاید
بار دوم نیاید
بار سوم نیاید

۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$P(B|A) = 0.25 \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{0.4} = 0.25 \Rightarrow P(A \cap B) = 0.1$$

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{0.3 - 0.1}{1 - 0.4} = \frac{0.2}{0.6} = \frac{1}{3}$$



۲۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در ظرف اول که احتمال انتخاب آن $\frac{1}{3}$ است هیچ مهره سیاهی نیست پس: $\frac{1}{3} \times 0$

در ظرف دوم که احتمال انتخاب آن $\frac{1}{3}$ است تمام مهره‌ها سیاه است پس: $\frac{1}{3} \times 1$

در ظرف سوم که احتمال انتخاب آن هم $\frac{1}{3}$ است لااقل یک سیاه یعنی یا یکی سیاه یکی سفید یا هر دو سیاه

$$\frac{1}{3} \times \frac{\binom{4}{1}\binom{5}{1} + \binom{5}{2}}{\binom{9}{2}}$$

پس:

$$0 + \frac{1}{3} + \frac{5}{18} = \frac{11}{18} = \text{جواب}$$

۲۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مجموع اعداد روشده فرد $A =$ پس: $n(A) = \frac{6 \times 6 \times 6}{2} = 108$ زیرا در نصف حالات

مجموع زوج و در نصف حالات مجموع فرد است.

لااقل یکی ۲ بیاید $B = (2 \text{ و } 4 \text{ و } 6 \text{ فرد})$ که ۳! جابه‌جایی دارد یا $(2 \text{ و } 6 \text{ و } 4 \text{ فرد})$ که ۳! جابه‌جایی دارد یا $(2 \text{ و } 2 \text{ و } 2 \text{ و } 2 \text{ فرد})$ که ۳ حالت جابه‌جایی دارد.

$$n(A \cap B) = 1 \times 1 \times 3 \times 3! + 1 \times 1 \times 3 \times 3! + 1 \times 1 \times 3 \times 3 = 45$$

$$P(B|A) = \frac{45}{108} = \frac{5}{12}$$

پس:

۲۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. کل اعداد دو رقمی $90 = 9 \times 10$ تا است.

$$\left[\frac{99}{3} \right] - \left[\frac{9}{3} \right] = 33 - 3 = 30 = n(A) = \text{تعداد مضرب ۳ ها}$$

$$\left[\frac{99}{5} \right] - \left[\frac{9}{5} \right] = 19 - 1 = 18 = n(B) = \text{تعداد مضرب ۵ ها}$$

$$\left[\frac{99}{15} \right] - \left[\frac{9}{15} \right] = 6 - 0 = 6 = n(A \cap B) = \text{تعداد هم مضرب ۳ و هم مضرب ۵}$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = \frac{30}{90} + \frac{18}{90} - \frac{6}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

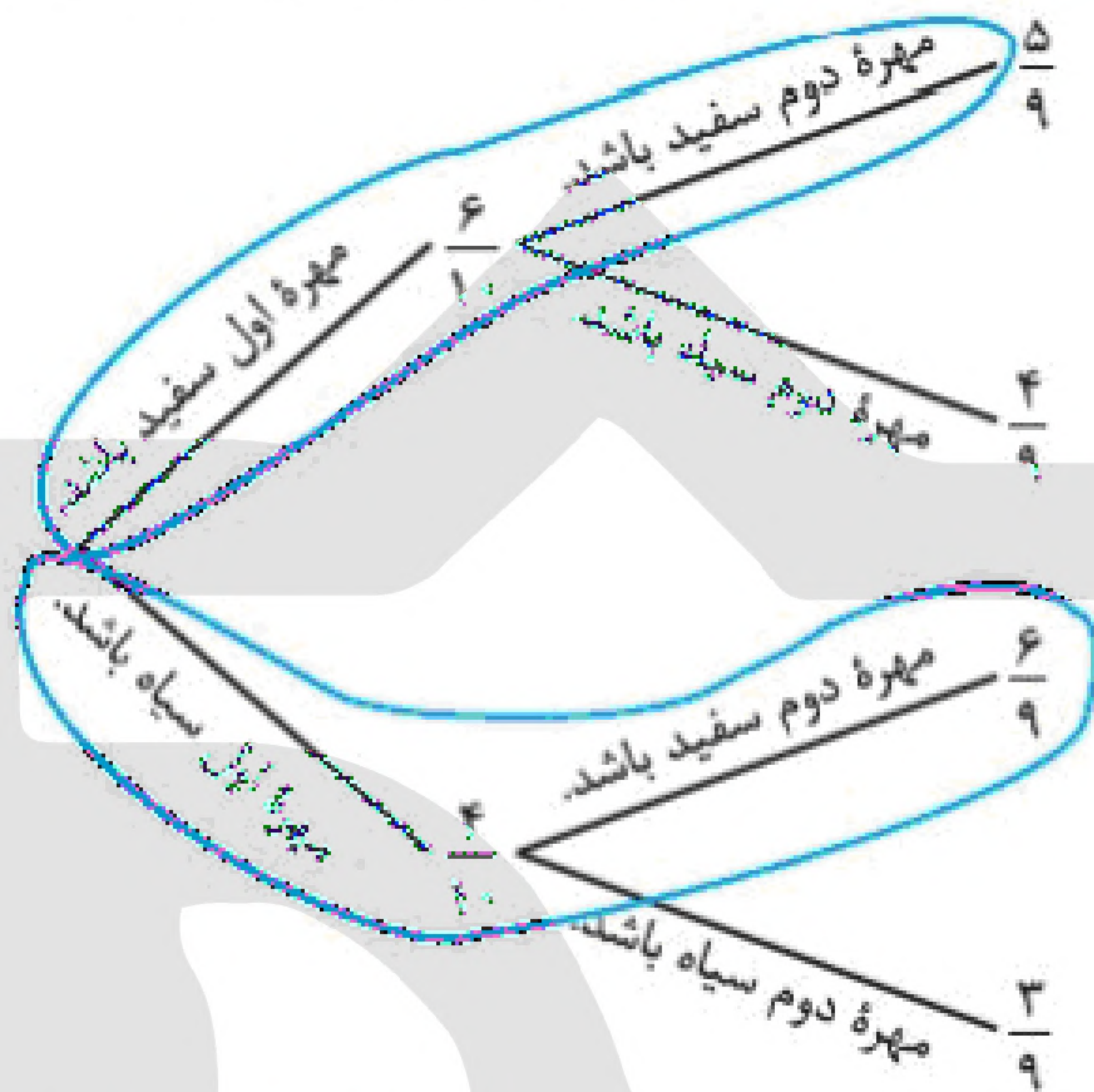
توجه: تعداد مضارب k از ۱ تا n برابر است با: $\left[\frac{n}{k} \right]$.



۲۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مهره دوم می تواند هر یک از ده مهره داخل جعبه باشد. یعنی می تواند هر یک از ده مهره باشد ولی ما می خواهیم یکی از شش مهره سفید باشد. بنابراین:

$$P = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{10}$$

توجه کنید که چون رنگ مهره اول را نمی دانیم، این که این مهره چه رنگی باشد، در نهایت تأثیری در احتمال سفید بودن مهره دوم نمی گذارد. اما برای درک این نکته، سؤال را یک بار با توجه به رنگ مهره اول پاسخ می دهیم.



$$\Rightarrow P(\text{سفید بودن مهره دوم}) = \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} + \frac{4}{10} \times \frac{6}{9} = \frac{54}{90} = 0.6$$

۲۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. احتمال شرکت کردن امید در مسابقه را با A و احتمال شرکت کردن بهروز در مسابقه را با B نشان می دهیم. داریم:

$$P(A) = 0.6, \quad P(B) = 0.3, \quad P(A|B) = 0.5$$

$$\Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0.5 \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{0.3} = 0.5 \Rightarrow P(A \cap B) = 0.15$$

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A - B)}{1 - P(B)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{0.6 - 0.15}{0.7} = \frac{0.45}{0.7} = \frac{9}{14}$$

۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A, B \xrightarrow{\text{مستقل}} \begin{cases} P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0.6 \\ P(A \cap B) = P(A) \times P(B') = 0.2 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{P(B)}{P(B')} = 3 \Rightarrow \frac{x}{1-x} = 3$$

$$\Rightarrow 3 - 3x = x \Rightarrow x = \frac{3}{4} \Rightarrow P(A \cup B') = P((A' \cap B)') = 1 - P(A' \cap B) \begin{cases} P(B) = \frac{3}{4} \\ P(A) = \frac{4}{5} \end{cases}$$

$$= 1 - P(A') \times P(B) = 1 - \left(\frac{1}{5} \times \frac{3}{4}\right) = \frac{17}{20} = 0.85$$



۳۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

جعبه جدید

جعبه I : ۵

جعبه II : ۷

جدید

I $\xrightarrow{\frac{4}{20} = \frac{1}{5}}$ معیوب ✓

II $\xrightarrow{\frac{3}{12} = \frac{1}{4}}$ معیوب ✓

$$\Rightarrow P(\text{معیوب}) = \frac{5}{12} \times \frac{1}{5} + \frac{7}{12} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12} \left[1 + \frac{7}{4} \right] = \frac{11}{48}$$