

# گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

## یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴

# پاسخ کلیدی سوالات تستی (گردآوری)

## آمار و احتمال ۱۱ - فصل ۲

	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$P(\{a, b, c\}) = \frac{4}{7}$$

$$P(a)P(b) + P(c) + P(d) = 1 \Rightarrow P(d) = \frac{3}{7}$$

$$P(c) + P(d) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(c) = \frac{1}{14} \Rightarrow P(\{a, b\}) = \frac{4}{7} - \frac{1}{14} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$$

$$P(\{a, b\} | \{a, b, d\}) = \frac{P(\{a, b\} \cap \{a, b, d\})}{P(\{a, b, d\})} = \frac{P(\{a, b\})}{P(\{a, b\}) + P(d)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{3}{7}} = \frac{7}{13}$$

۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

درون جعبه‌ی D، ۶ مهره قرار دارد که دوتای آنها از A، دو تا از B و دو تا از C درون D قرار گرفته است، پس:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{6} \Rightarrow A \text{ از } \frac{4}{7} \text{ سیاه بودن} \\ \frac{2}{6} \Rightarrow B \text{ از } \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}} \text{ سیاه بودن} \\ \frac{2}{6} \Rightarrow C \text{ از } \frac{1}{1} \text{ سیاه بودن} \end{array} \right.$$

$$P(\text{سیاه}) = \frac{2}{6} \times \frac{4}{7} + \frac{2}{6} \times 0 + \frac{2}{6} \times 1 = \frac{2}{6} \left( \frac{4}{7} + 1 \right) = \frac{11}{21}$$

۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

احتمال اول آمدن تاس در هر پرتاب  $\frac{1}{6}$  است پس احتمال آنکه حداقل دو بار اول بیاید عبارت است از:

$$\underbrace{\binom{3}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2}_{\text{دو بار اول}} + \underbrace{\binom{3}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^3}_{\text{سه بار اول}} = 4 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$$

احتمال آنکه سکه حداکثر یک بار رو ظاهر شود همان  $\frac{4}{8}$  است.

$$\{(پ, پ, پ), (پ, پ, ر), (پ, ر, پ), (ر, پ, پ)\}$$

در کل ۸ حالت، دو پیشامد مستقل اند. پس احتمال مورد نظر برابر ضرب احتمال‌ها می‌شود:

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{8} = \frac{1}{4}$$



۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. احتمال قرمز بودن هر سه توپ یعنی توپ اول قرمز و توپ دوم و سوم قرمز باشد،  $A$  را پیشامد قرمز بودن توپ اول و  $B$  را پیشامد قرمز بودن دو توپ انتخابی در مرحله‌ی دوم می‌نامیم، پس:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B | A)$$

$$P(A \cap B) = \frac{5}{15} \times \frac{\binom{4}{2}}{\binom{14}{2}} = \frac{1}{3} \times \frac{6}{91} = \frac{2}{91}$$

۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

پیشامد آن که کیا سوال را بلد باشد:  $A$

پیشامد آن که کیا سوال را درست پاسخ دهد:  $B$

$$P(A|B) = \frac{P(A) \times P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{10}{100} \times 1}{\frac{10}{100} \times 1 + \frac{90}{100} \times \frac{1}{4}} = \frac{4}{4+9} = \frac{4}{13}$$

۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

در پرتاب تاس داریم:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$P(A) = \frac{1}{3} = \frac{2}{6} \Rightarrow n(A) = 2$$

بنابراین  $A$  هر پیشامد ۲ عضوی از فضای نمونه‌ای  $S$  می‌تواند باشد. به بیان دیگر در گزاره‌نمای  $P(A) = \frac{1}{3}$  مجموعه جواب همه زیرمجموعه‌های ۲ عضوی از  $S$  هستند پس داریم:

$$\binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

احتمال اینکه به ۳ سوال آخر پاسخ درست داده شده باشد  $\frac{1}{27} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$  است و احتمال آنکه به حداقل ۲ سوال از ۴ سوال اول پاسخ درست داده باشد، برابر است با:

$$\binom{4}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \binom{4}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \frac{2}{3} + \binom{4}{4} \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{24 + 8 + 1}{81} = \frac{33}{81}$$

بنابراین مطلوب سوال برابر است با:

$$\frac{1}{27} \times \frac{33}{81} = \frac{33}{3^7}$$



۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در پرتاب ۴ سکه فضای نمونه  $2^4$  یعنی ۱۶ تا عضو دارد که از بین آنها، آنهایی را می‌خواهید که حداقل ۲ سکه رو آمده پس فضای نمونه جدید برابر است با:

$$n(S) = C(4, 2) + C(4, 3) + C(4, 4) = 6 + 4 + 1 = 11$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{C(4, 3)}{11} = \frac{4}{11}$$

احتمال اینکه ۳ بار رو بیاید

۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0.1 \Rightarrow P(A \cap B) = 0.1P(B) \Rightarrow P(B) = 10P(A \cap B)$$

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0.2 \Rightarrow P(A \cap B) = 0.2P(A) \Rightarrow P(A) = 5P(A \cap B)$$

$$P(A) + P(B) = 15P(A \cap B) = 0.5 \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{30}$$

$$P(B | A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B - A)}{1 - P(A)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)}$$

$$= \frac{9P(A \cap B)}{1 - 5P(A \cap B)} = \frac{9 \times \frac{1}{30}}{\frac{5}{6}} = \frac{9}{25}$$

نکته: در صورتی که  $B$  پیشامدی باشد که  $P(B) > 0$ ، برای هر پیشامد  $A$ ، «احتمال  $A$  به شرط رخ دادن  $B$ » (که آن را  $P(A | B)$  به شرط  $B$  نیز می‌خوانیم) به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$P(\{b, c\}) = \frac{2}{3} \Rightarrow P(b) + \overbrace{P(c)}^{\frac{1}{3}} = \frac{2}{3} \Rightarrow P(b) = \frac{1}{3}$$

$$P(\{b, d\}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \underbrace{P(b)}_{\frac{1}{3}} + P(d) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(d) = \frac{1}{6}$$

$$P(c) = \frac{1}{3}$$

از طرفی:

$$P(a) + \underbrace{P(b)}_{\frac{1}{3}} + \underbrace{P(c)}_{\frac{1}{3}} + \underbrace{P(d)}_{\frac{1}{6}} = 1 \Rightarrow P(a) = \frac{1}{6}$$

$$P(\{a, b\}) = P(a) + P(b) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

الف)  $\binom{2}{2} \binom{7}{1} = 1 \times 7 = 7$

ب)  $\binom{3}{1} \binom{4}{1} \binom{2}{1} = 3 \times 4 \times 2 = 24$

ج)  $\binom{4}{1} \binom{5}{2} = 4 \times 10 = 40$

تعداد اعضای پیشامدهای «ب» و «ج» بر ۸ بخش پذیر است.

۱۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

دو برادر را با A و B نشان می دهیم، چهار حالت رخ می دهد.  
یک نفر بین A و B قرار دارد.

A  B

دو نفر بین A و B قرار دارد.

A   B

سه نفر بین A و B قرار دارد.

A    B

مثلاً در حالت سوم از ۶ نفر باقی مانده، ۳ نفر انتخاب می کنیم که بین A و B قرار گیرند. حال باید جابه جایی کل اشیا (۴!) را در جابه جایی برادرها (۲!) و در جابه جایی ۳ نفر بین A و B (۳!) ضرب نمود.

$$\frac{\binom{6}{3} 4! 2! 3! + \binom{6}{2} 5! 2! 2! + \binom{6}{1} 6! 2!}{8!} = \frac{15}{28}$$



۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow 0.25 = \frac{P(A \cap B)}{0.4} \Rightarrow P(A \cap B) = 0.1$$

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B - A)}{1 - P(A)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{0.3 - 0.1}{1 - 0.4} = \frac{1}{3}$$

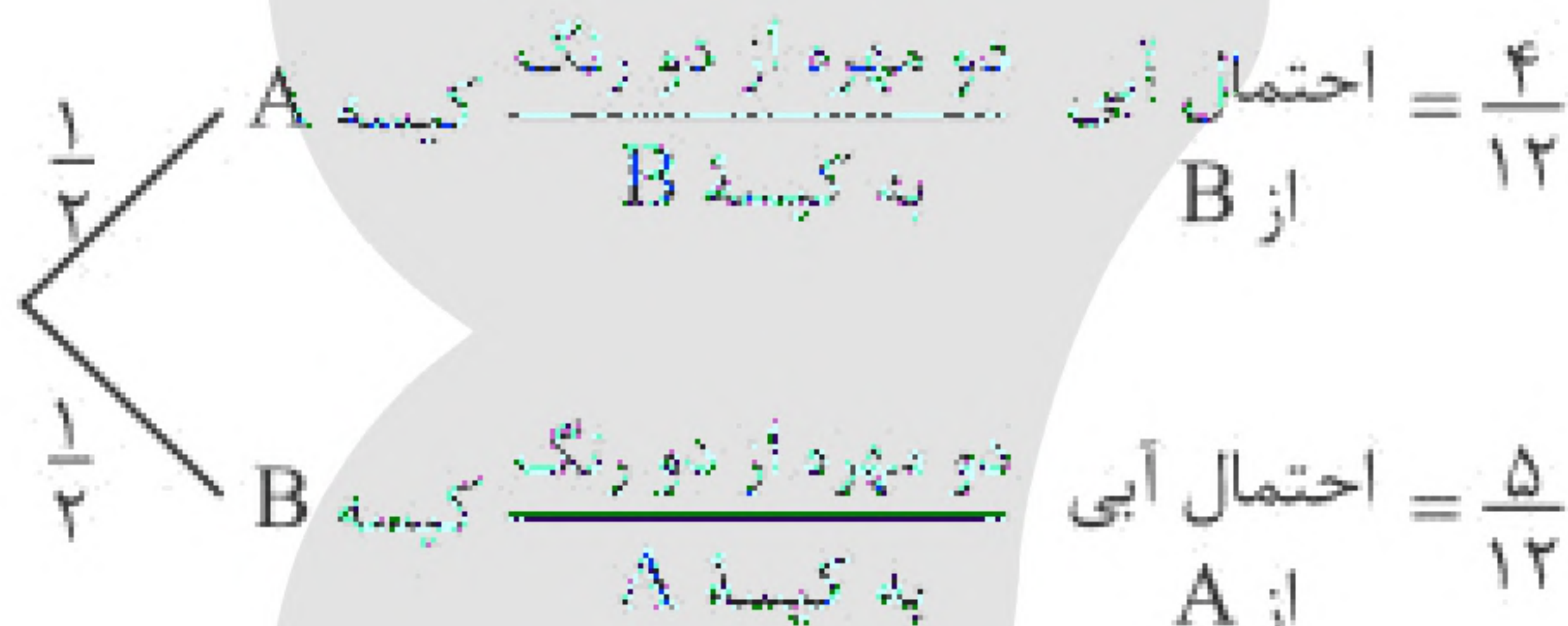
۱۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B)$$

$$= 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] = 1 - \left[ \frac{3}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right] = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

۱۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$P(\text{آبی}) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{12} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{12} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

فضای نمونه‌ای به صورت  $\{1, 2, 3\} \times \{1, 2, 3\}$  است که ۹ عضو دارد.

دو پیشامد  $A$  و  $B$  ناسازگار هستند هرگاه  $A \cap B = \emptyset$ ، پس پیشامدهایی مثل  $B$  با  $\{(1, 2)\}$  ناسازگار هستند که اشتراک آن‌ها با این مجموعه تهی باشد. مجموعه  $B$  می‌تواند شامل زوج مرتب‌های دیگر فضای نمونه (به غیر از  $(1, 2)$  باشد) یعنی ۸ زوج مرتب دیگر به غیر از  $(1, 2)$  وجود دارد که هر کدام ممکن است عضو  $B$  باشند یا نباشند، بنابراین مجموعه  $B$  تعداد  $256 = 2 \times 2 \times \dots \times 2$  حالت ممکن است داشته باشد.

۸ بار



۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. احتمال سالم بودن سیب خارج شده از سبد  $B_1$  در انتها را با  $P(A)$  نشان می‌دهیم:

۶ سالم ۲ لکه‌دار	۸ سالم ۴ لکه‌دار
$B_1$	$B_2$

$$P(A) = \frac{2}{10} \times \frac{8}{12} + \frac{8}{10} \times \frac{6}{8} = \frac{11}{15}$$

$\frac{2}{10}$  ↓ احتمال انتخاب سیب از سبدهایی که قبلاً در سبد  $B_2$  بوده‌اند  
 $\frac{8}{12}$  ↓ احتمال سالم بودن سیب در  $B_2$   
 $\frac{8}{10}$  ↓ احتمال انتخاب سیب از سبدهایی که قبلاً در سبد  $B_1$  بوده‌اند  
 $\frac{6}{8}$  ↓ احتمال سالم بودن سیب در  $B_1$

۱۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A = \{0, 1, -1\}$$

$$B = \{-1, 1, 3\}$$

$$A \times B = \{(0, -1), (0, 1), (0, 3), (1, -1), (1, 1), (1, 3), (-1, -1), (-1, 1), (-1, 3)\}$$

زوج‌های مرتبی که زیر آن‌ها خط کشیده شده مطلوب هستند (یعنی جمع مؤلفه‌های آن‌ها  $(x + y)$  منفی نیست). پس

احتمال موردنظر برابر  $\frac{7}{9}$  است.

۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

بازیکن ۵ انتخاب:

$$S = \{\text{چپ پایین, چپ بالا, راست پایین, راست بالا, وسط}\}$$

و دروازه‌بان نیز همین انتخاب‌ها را دارد، پس فضای نمونه یک ضربه (یعنی  $S \times S$ ) دارای  $5 \times 5 = 25$  عضو است.

طبق اصل ضرب فضای نمونه، دو ضربه پناستی  $25 \times 25 = 625$  عضو دارد.

۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

اگر احتمال ظاهر شدن هر عدد غیرمربع کامل را  $X$  در نظر بگیریم داریم:

$$P(1) = P(4) = 3x$$

$$P(2) = P(3) = P(5) = P(6) = x$$

$$P(S) = 1$$

$$\rightarrow 3x + x + x + 3x + x + x = 1 \Rightarrow 10x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{10}$$

$$A = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (1, 3), (3, 1), (1, 4), (4, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 2)\}$$

$$P(A) = (3x \times 3x) + 2(3x \times x) + 2(3x \times x) + 2(3x \times 3x) + (x \times x) + 2(x \times x)$$

$$= 9x^2 + 6x^2 + 6x^2 + 18x^2 + x^2 + 2x^2 = 42x^2 = 42 \times \frac{1}{100} = 0.42$$





۲۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

دو پیشامد  $A \cup B$  و  $A \cap B$ ، ناسازگارند پس:

$$(A \cup B) \cap (A \cap B) = \emptyset$$

از طرفی:

$$A \cap B \subseteq A \cup B$$

پس:

$$(A \cup B) \cap (A \cap B) = A \cap B$$

بنابراین:

$$(A \cap B) = \emptyset$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱):

$$P(B - A) = P(B) - \underbrace{P(B \cap A)}_{\text{صفر}} = P(B) \quad \checkmark$$

گزینه (۲):

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{\text{صفر}} = P(A) + P(B) \quad \checkmark$$

گزینه (۳):

$$\underbrace{P(A \cap B)}_{\text{صفر}} = P(A) \times P(B) \quad \text{لزوما درست نیست.}$$

گزینه (۴):

$$\underbrace{P(A \cap B)}_{\text{صفر}} = 1 - \underbrace{P(S)}_1 \quad \checkmark$$



۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فضای نمونه تولد ۳ فرزند، برای متغیر جنسیت دارای ۸ عضو است که از اینها دو

حالت (پ، پ، پ) و (د، د، د) عضو A نیستند، پس:

$$P(A) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

گزینه ۱)  $B = \{(پ، د، د)، (د، پ، د)، (د، د، پ)\} \Rightarrow P(B) = \frac{3}{8}$

$A \cap B = B \Rightarrow P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$

گزینه ۲)  $B = \{(پ، پ، د)، (پ، د، پ)، (د، پ، پ)\} \Rightarrow P(B) = \frac{3}{8}$

$A \cap B = B \Rightarrow P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$

گزینه ۳)  $B = \{(د، د، د)، (پ، د، د)، (د، پ، د)، (د، د، پ)\} \Rightarrow P(B) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$P(A \cap B) = \frac{3}{8}$

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \checkmark$

گزینه ۴)  $B = S - \{(د، د، د)\} \Rightarrow P(B) = \frac{7}{8}$

$P(A \cap B) = \frac{6}{8}$

$P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$

۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

A: پیشامد برد تیم فوتبال:

B: پیشامد قضاوت بد داور:

$P(A | B) = 0/6, P(A \cap B) = 0/24$

$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow 0/6 = \frac{0/24}{P(B)} \Rightarrow P(B) = 0/4$

$\Rightarrow P(B') = 1 - P(B) = 0/6$



۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} & P(A \cap B' \cap C') + P(A' \cap B \cap C') + P(A' \cap B' \cap C) \\ &= P(A) \times P(B') \times P(C') + P(A')P(B)P(C') + P(A')P(B')P(C) \\ &= \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} = \frac{6+3+2}{24} = \frac{11}{24} \end{aligned}$$

راه حل دوم:

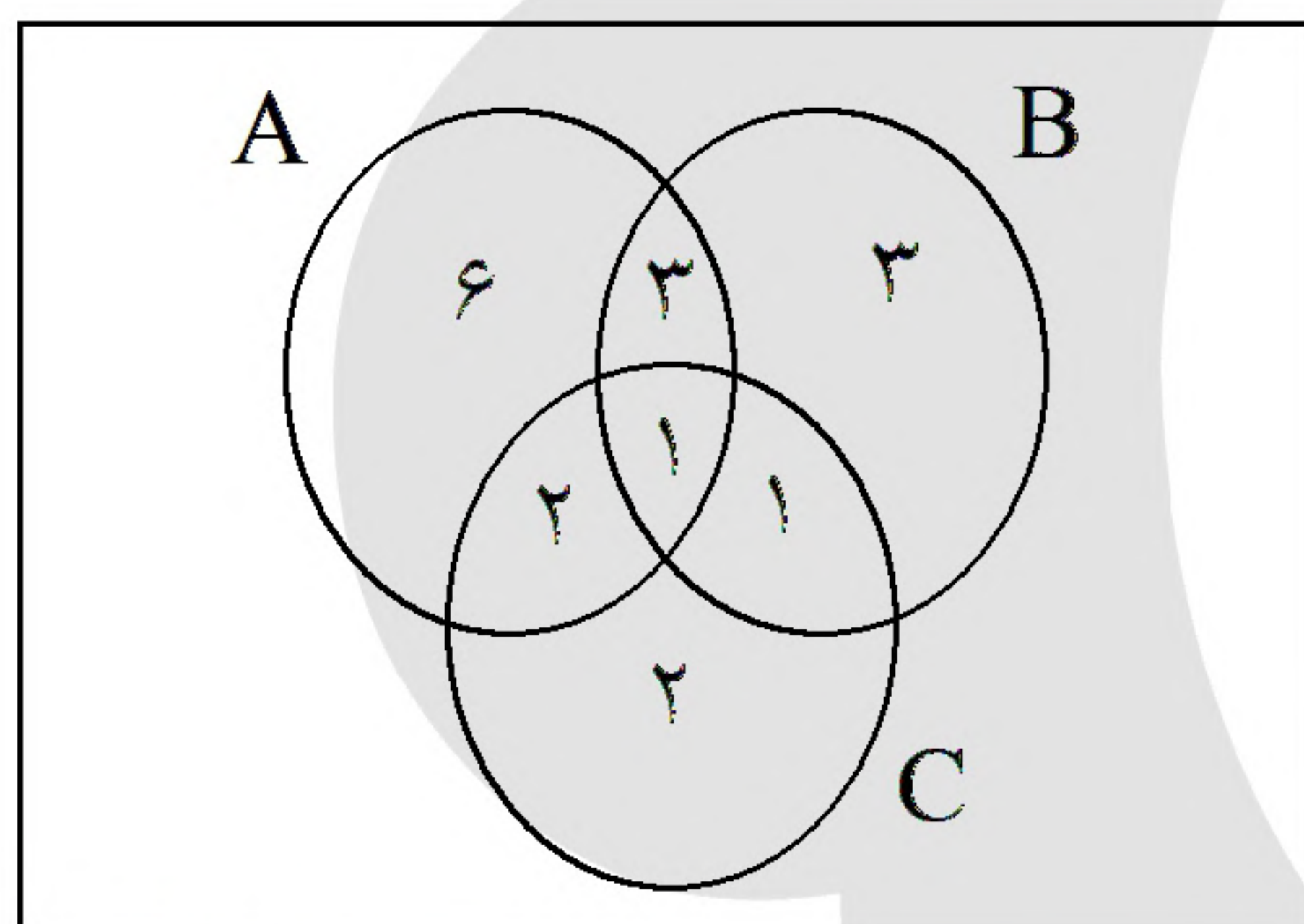
$$\left\{ \begin{array}{l} P(A) = \frac{1}{2} \times 24 \rightarrow 12 \\ P(B) = \frac{1}{3} \times 24 \rightarrow 8 \\ P(C) = \frac{1}{4} \times 24 \rightarrow 6 \end{array} \right.$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{6} \times 24 \rightarrow 4$$

$$P(A \cap C) = P(A) \times P(C) = \frac{1}{8} \times 24 \rightarrow 3$$

برای محاسبه راحت همه احتمالها در ۲۴ ضرب می‌کنیم.

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C) = \frac{1}{24} \times 24 \rightarrow 1$$



فقط یکی  $\rightarrow \frac{6+3+2}{24} = \frac{11}{24}$



۲۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

فضای نمونه  $216 = 6 \times 6 \times 6$  عضو دارد.

اگر  $x = -2$  ریشه معادله باشد در معادله صدق می‌کند، پس حالت‌هایی مطلوب هستند که  $4a - 2b + c = 3$ .

$$a = 1 \Rightarrow 4 - 2b + c = 3 \Rightarrow 2b - c = 1 \Rightarrow \begin{cases} b = 1 \text{ و } c = 1 \\ b = 2 \text{ و } c = 3 \\ b = 3 \text{ و } c = 5 \end{cases}$$

$$a = 2 \Rightarrow 8 - 2b + c = 3 \Rightarrow 2b - c = 5 \Rightarrow \begin{cases} b = 3 \text{ و } c = 1 \\ b = 4 \text{ و } c = 3 \\ b = 5 \text{ و } c = 5 \end{cases}$$

$$a = 3 \Rightarrow 12 - 2b + c = 3 \Rightarrow 2b - c = 9 \Rightarrow \begin{cases} b = 5 \text{ و } c = 1 \\ b = 6 \text{ و } c = 3 \end{cases}$$

جواب ندارد.  $a = 4 \Rightarrow 16 - 2b + c = 3 \Rightarrow 2b - c = 13$

به ازای  $a = 5, 6$  نیز معادله جوابی ندارد (با توجه به این که  $a$  و  $b$  و  $c$  عضو  $\{1, 2, \dots, 6\}$  هستند)، پس احتمال مورد نظر برابر است با:

$$\frac{8}{216} = \frac{1}{27}$$

۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} \text{مهره سفید از A به B} \\ \text{مهره سیاه از A به B} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{4}{10} \Rightarrow B \text{ به A} \\ \frac{6}{10} \Rightarrow B \text{ به A} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{مهره سفید از B به A} \\ \text{مهره سیاه از B به A} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{3}{11} \Rightarrow A \text{ به B} \\ \frac{8}{11} \Rightarrow A \text{ به B} \\ \frac{2}{11} \Rightarrow A \text{ به B} \\ \frac{9}{11} \Rightarrow A \text{ به B} \end{array}$$

$P(\text{مهره مشاهده شده سفید باشد} \mid \text{دو مهره جابه جا شده سیاه})$

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{6}{10} \times \frac{9}{11} \times \frac{4}{10}}{\frac{4}{10} \times \frac{3}{11} \times \frac{4}{10} + \frac{4}{10} \times \frac{8}{11} \times \frac{3}{10} + \frac{6}{10} \times \frac{2}{11} \times \frac{5}{10} + \frac{6}{10} \times \frac{9}{11} \times \frac{4}{10}} \\ & = \frac{216}{48 + 96 + 60 + 216} = \frac{216}{420} = \frac{18}{35} \end{aligned}$$



۲۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. احتمال قبولی نیکا را  $P(A)$  و احتمال قبولی هلسا را  $P(B)$  می‌نامیم مسئله از ما  $P(A \cup B)$  را خواسته و چون  $A$  و  $B$  مستقل از هم هستند. پس:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad \xrightarrow{P(A \cap B) = P(A) \times P(B)}$$

$$P(A \cup B) = \frac{8}{10} + \frac{7}{10} - \frac{56}{100} = \frac{15}{10} - \frac{56}{100} = \frac{94}{100}$$

۲۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} i = 1 &\Rightarrow P(2) = P(1) \\ i = 2 &\Rightarrow P(3) = 2P(2) \\ i = 3 &\Rightarrow P(4) = 3P(3) \\ i = 4 &\Rightarrow P(5) = 4P(4) \end{aligned}$$

اگر  $P(1) = x$  بگیریم داریم:

S	۱	۲	۳	۴	۵
P(i)	x	x	2x	6x	24x

$$x + x + 2x + 6x + 24x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{14}$$

$$P(\{1, 4\}) = P(1) + P(4) = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$$

$$P(3) = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{7}{2} = 3.5$$

۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

واضح است که ۱۰ را نباید برداریم ولی باید مهره‌های ۱۱ و ۱۲ را برداریم تا بزرگ‌ترین مهره ۱۰ باشد. از مهره‌های باقی‌مانده هم باید ۳ تا مهره دیگر برداریم:

$$P(A) = \frac{\binom{9}{3}}{\binom{12}{5}} = \frac{7}{66}$$

مجموعاً ۵ تا  $\left\{ \begin{array}{l} ۱۱ و ۱۲ را بردارید. \\ ۱۰ را بردارید. \\ از مهره‌های ۱ تا ۹ دقیقاً ۳ تا بردارید. \end{array} \right.$



۳۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

A: مهره‌ی اول سفید و مهره‌ی سوم سیاه

B: سه مهره‌ی هم‌رنگ نباشند

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)}$$

دقت کنید که  $A \subseteq B$ ، پس  $A \cap B = A$ .

$$\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{6}{10} \times \frac{4}{9}}{1 - \left( \underbrace{\frac{6}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8}}_{\text{هر سه تا سفید}} + \underbrace{\frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8}}_{\text{هر سه تا سیاه}} \right)} = \frac{\frac{6}{10} \times \frac{4}{9}}{1 - \frac{144}{10 \times 9 \times 8}} = \frac{1}{3}$$