

گنجینه سوال رایگان
+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



۱	۲	۳	۴
۱ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲ - <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ - <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ - <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۶ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۷ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ - <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۱ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۲ - <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ - <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۵ - <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۷ - <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ - <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ - <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۳ - <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۵ - <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ - <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۸ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۹ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ - <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



$$n(S) = \binom{10}{7} = \frac{10!}{3!7!} = 120$$

۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$n(A) = \binom{9}{6} = \frac{9!}{3!6!} = 84$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{84}{120} = 7/10$$

۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$P(A \cap B), P(A), P(B), P(A \cup B), P(S) = 1$$

$$\begin{array}{ccccccc} & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & & \\ & +P(A) & +P(A) & +P(A) & +P(A) & & \end{array}$$

$$P(A \cap B) + P(A) = P(A) \Rightarrow P(A \cap B) = 0$$

$$P(A) + P(A) = P(B) \Rightarrow P(B) = 2P(A)$$

$$P(B) + P(A) = P(A \cup B)$$

$$P(A \cup B) + P(A) = 1$$

$$\Rightarrow P(A) + 2P(A) + P(A) = 1$$

$$\downarrow$$

$$4P(A) = 1$$

$$\downarrow$$

$$P(A) = \frac{1}{4}$$

$$\downarrow$$

$$P(B) = 2P(A) = 2\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$\downarrow$$

$$P(B) = \frac{1}{2}$$

۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$P(1) = x, P(2) = 4x, P(3) = 9x, P(4) = 16x, P(5) = 25x, P(6) = 36x$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$x + 4x + 9x + 16x + 25x + 36x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{91}$$

$$\text{احتمال ظاهر شدن اعداد اول} = P(2) + P(3) + P(5) = \frac{4}{91} + \frac{9}{91} + \frac{25}{91} = \frac{38}{91}$$



۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر مهره‌های سیاه را با b و سفید را با w نشان دهیم، سه مهره انتقالی یکی از ۴ حالت زیر را دارد. (جایگشت این ۳ مهره اهمیتی ندارد):

$$bbb \Rightarrow \frac{\binom{4}{3} \binom{4}{0}}{\binom{8}{3}} \xrightarrow[\text{۲ سفید و ۶ سیاه}]{\text{وضعیت جدید جعبه ب}} \frac{\binom{6}{1}}{\binom{8}{1}} \Rightarrow \frac{4}{56} \times \frac{6}{8}$$

$$bbw \Rightarrow \frac{\binom{4}{2} \binom{4}{1}}{\binom{8}{3}} \xrightarrow[\text{۳ سفید و ۵ سیاه}]{\text{وضعیت جدید جعبه ب}} \frac{\binom{5}{1}}{\binom{8}{1}} = \frac{24}{56} \times \frac{5}{8}$$

$$bww \Rightarrow \frac{\binom{4}{1} \binom{4}{2}}{\binom{8}{3}} \xrightarrow[\text{۴ سفید و ۴ سیاه}]{\text{وضعیت جدید جعبه ب}} \frac{\binom{4}{1}}{\binom{8}{1}} \Rightarrow \frac{24}{56} \times \frac{4}{8}$$

$$www \Rightarrow \frac{\binom{4}{0} \binom{4}{3}}{\binom{8}{3}} \xrightarrow[\text{۵ سفید و ۳ سیاه}]{\text{وضعیت جدید جعبه ب}} \frac{\binom{3}{1}}{\binom{8}{1}} \Rightarrow \frac{4}{56} \times \frac{3}{8}$$

$$\text{احتمال سیاه بودن مهره نهایی} = \frac{24 + 120 + 96 + 12}{56 \times 8} = \frac{252}{448} = \frac{9}{16}$$

۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$P(A') = 0/55 \Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 0/45$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \Rightarrow 0/3 = 0/45 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0/15$$

$$P(B'|A) = 1 - P(B|A) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 1 - \frac{0/15}{0/45} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$P(\text{سالم}) = P(A) \times P(\text{سالم}|A) + P(B) \times P(\text{سالم}|B) + P(C) \times P(\text{سالم}|C) \\ = \frac{30}{100} \times \frac{99}{100} + \frac{45}{100} \times \frac{98}{100} + \frac{25}{100} \times \frac{96}{100} = 0/978 \Rightarrow \%97/8$$

۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$P(A|\text{آبی}) = \frac{P(A)}{P(B)} \times P(\text{آبی}|A) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \times \frac{5}{9} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{6}} \times \frac{5}{9} = \frac{\frac{5}{18}}{\frac{8}{18}} = \frac{5}{8}$$



۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون پیشامدهای A و B و C مستقل اند، بنابراین:

$P(\text{فقط یکی از } A \text{ یا } B \text{ یا } C \text{ رخ دهد}) =$

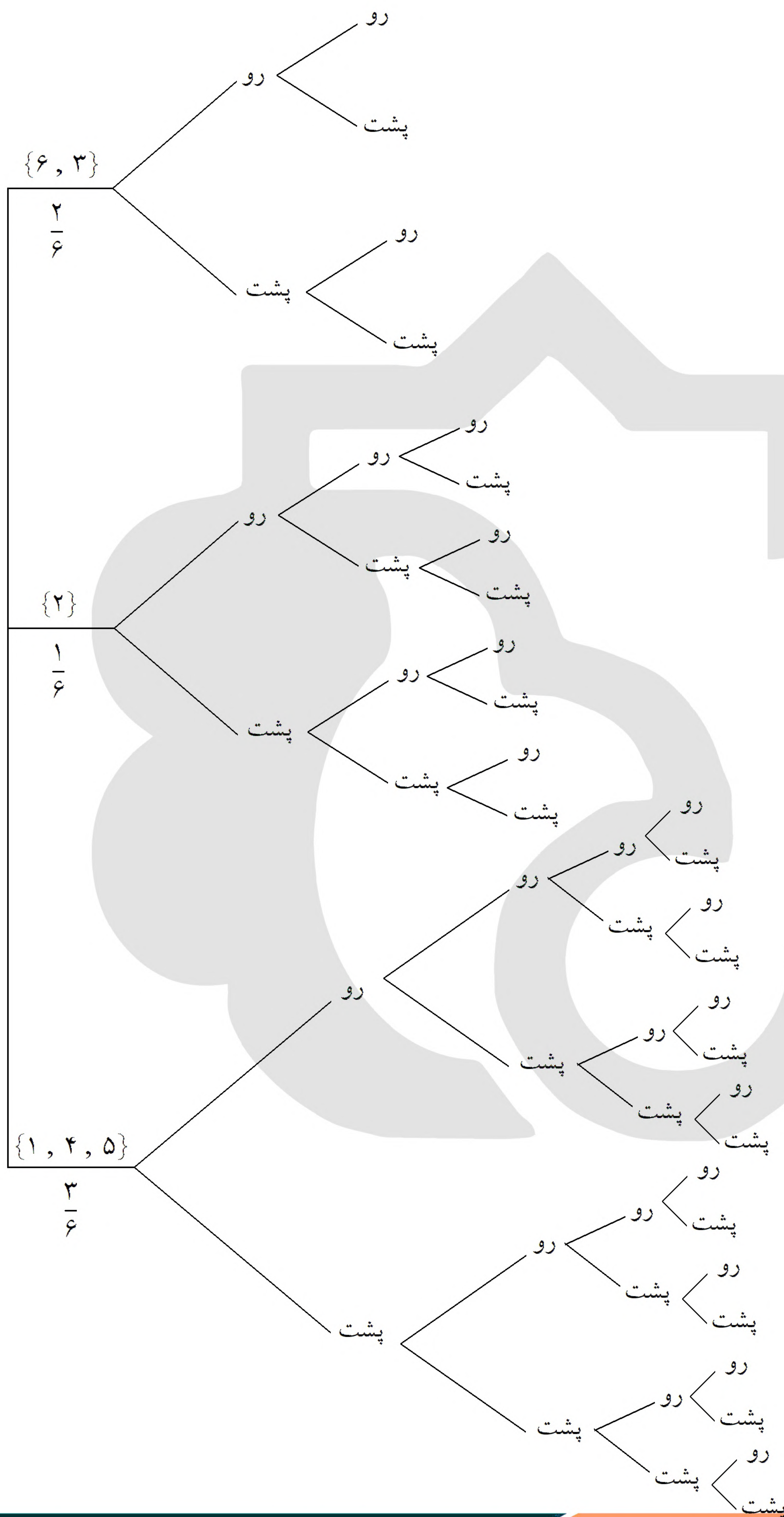
$$P(A) \times P(B') \times P(C') + P(A') \times P(B) \times P(C') + P(A') \times P(B') \times P(C)$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{4}\right) = \frac{11}{24}$$





۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.





۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

مهره اول سفید باشد: A

مهره دوم سفید باشد: B

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{\frac{3}{7} \times \frac{6}{8}}{\left(\frac{3}{7} \times \frac{6}{8}\right) + \left(\frac{4}{7} \times \frac{5}{8}\right)} = \frac{18}{18+20} = \frac{18}{38} = \frac{9}{19}$$

۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$p(\text{غیر اول}) = 3p(\text{اول})$$

$$p(\text{اول}) = x \Rightarrow p(\text{غیر اول}) = 3x$$

$$p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) + p(6) = 1$$

$$3x + x + x + 3x + x + 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{12}$$

$$p(\text{زوج}) = p(2) + p(4) + p(6) = x + 3x + 3x = 7x = \frac{7}{12}$$

۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$p(\text{مهره A قرمز | مهره B قرمز}) = p(\text{مهره A قرمز}) \times p(\text{مهره B قرمز | مهره A قرمز})$$

$$+ p(\text{مهره A آبی | مهره B آبی}) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{30}{56} = \frac{15}{28}$$

۱۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. احتمال مطلوب آن است که هر سه لامپ اول سالم و لامپ چهارم معیوب باشد:

$$\text{احتمال مطلوب} = \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{1}{8} \Rightarrow 12.5\%$$

۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عددی که بر ۲ و ۳ بخش پذیر است، الزاماً بر ۶ بخش پذیر است. مجموعه اعداد بخش پذیر بر ۶ را با A و اعداد بخش پذیر بر ۵ را با B نمایش می دهیم:

$$n(A) = \left[\frac{400}{6} \right] - \left[\frac{100}{6} \right] = 66 - 16 = 50$$

$$n(S) = 400 - 100 + 1 = 300$$

$$n(A \cap B) = \left[\frac{400}{30} \right] - \left[\frac{100}{30} \right] = 13 - 3 = 10$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{50}{300} - \frac{10}{300} = \frac{40}{300} = \frac{2}{15}$$

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$P(A \cup B) = P(A - B) + P(A \cap B) + P(B - A)$$

$$0.4 = 0.3 + P(A \cap B) + 0.35 \Rightarrow P(A \cap B) = 0.15$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \Rightarrow 0.3 = P(A) - 0.15 \Rightarrow P(A) = 0.45$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0.35 = P(B) - 0.15 \Rightarrow P(B) = 0.5$$

$$P(B'|A') + P(B|A) = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} + \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)} + \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$= \frac{1 - 0.4}{1 - 0.45} + \frac{0.15}{0.45} = \frac{4}{11} + \frac{1}{3} = \frac{23}{33}$$



۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$p(\text{اولین مهره آبی و دومین مهره قرمز}) + p(\text{اولین مهره قرمز و دومین مهره قرمز}) = p(\text{دومین مهره قرمز باشد})$$

$$= \frac{\binom{6}{1}}{\binom{15}{1}} \times \frac{\binom{5}{1}}{\binom{14}{1}} + \frac{\binom{9}{1}}{\binom{15}{1}} \times \frac{\binom{6}{1}}{\binom{14}{1}} = \frac{6 \times 5 + 9 \times 6}{15 \times 14} = \frac{84}{15 \times 14} = \frac{2}{5} \text{ یا } 40\%$$

روش دوم:

$$\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

زمانی که ندانیم در بارهای قبلی چه رخ داده است، مانند بار اول عمل می‌کنیم. یعنی:

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$P(B|A) + P(B') = 1 \Rightarrow P(B|A) = 1 - P(B') \Rightarrow P(B|A) = P(B) \Rightarrow$$

$$A, B \text{ مستقل اند. } P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{7}{12} = x + 3x - x \times 3x$$

$$3x^2 - 4x + \frac{7}{12} = 0, \begin{cases} x = \frac{1}{6} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{6} \\ x = \frac{7}{6} \text{ غ ق ق } (0 \leq P(A) \leq 1) \end{cases}$$

۱۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. حالات مطلوب A: سیاه و سفید و سیاه یا سفید و سیاه و سفید

$$P(A) = \frac{6}{10} \times \frac{4}{9} \times \frac{5}{8} + \frac{4}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{4 \times 6 \times 4}{10 \times 9 \times 8} = \frac{4}{15}$$

۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$P(\text{پسر}) = P(\text{انسانی}) \times P(\text{پسر} | \text{انسانی}) + P(\text{تجربی}) \times P(\text{پسر} | \text{تجربی}) + P(\text{ریاضی}) \times P(\text{پسر} | \text{ریاضی})$$

$$P(\text{پسر}) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{10} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{10} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

$$P(\text{پسر} | \text{تجربی}) = \frac{P(\text{تجربی})}{P(\text{پسر})} \times P(\text{پسر} | \text{تجربی}) = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{5}} \times \frac{4}{10} = \frac{1}{3}$$



۲۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$P(\text{معیوب بودن}) = \frac{60}{100} \times \frac{5}{100} + \frac{40}{100} \times \frac{3}{100} = 0.042$$

مطابق قاعده بیز:

$$P(A | \text{معیوب بودن}) = \frac{P(A)}{P(\text{معیوب بودن})} \times P(A | \text{معیوب بودن}) = \frac{\frac{60}{100}}{0.042} \times \frac{5}{100} = \frac{5}{7}$$

۲۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با فرض آنکه سیب انتخابی از باغ شمالی B_1 ، باغ مرکزی B_2 و باغ جنوبی B_3 باشد و پیشامد A را لکه‌دار بودن سیب انتخابی بنامیم:

$$P(A) = P(B_1) \times P(A | B_1) + P(B_2) \times P(A | B_2) + P(B_3) \times P(A | B_3)$$

$$P(A) = \frac{3}{10} \times \frac{10}{100} + \frac{5}{10} \times \frac{3}{100} + \frac{2}{10} \times \frac{5}{100}$$

$$P(A) = 0.055$$

۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

مجموع دو تاس	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد حالت‌ها	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

$\left\{ \begin{array}{l} \text{مجموع بیشتر از ۹} \\ \text{یعنی ۱۰ و ۱۱ و ۱۲} \end{array} \right. \rightarrow \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$	$\xrightarrow{\text{مهره آبی انتقالی}} \frac{3}{9}$	$\left[\begin{array}{l} \text{آبی ۵} \\ \text{قرمز ۵} \end{array} \right]$	$\times \frac{5}{10} \rightarrow \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{36}$
	$\xrightarrow{\text{مهره قرمز انتقالی}} \frac{6}{9}$	$\left[\begin{array}{l} \text{آبی ۴} \\ \text{قرمز ۶} \end{array} \right]$	$\times \frac{4}{10} \rightarrow \frac{1}{6} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{45}$
	$\xrightarrow{\text{مهره آبی انتقالی}} \frac{4}{9}$	$\left[\begin{array}{l} \text{آبی ۴} \\ \text{قرمز ۶} \end{array} \right]$	$\times \frac{4}{10} \rightarrow \frac{5}{6} \times \frac{4}{9} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{27}$
	$\xrightarrow{\text{مهره قرمز انتقالی}} \frac{5}{9}$	$\left[\begin{array}{l} \text{آبی ۳} \\ \text{قرمز ۷} \end{array} \right]$	$\times \frac{3}{10} \rightarrow \frac{5}{6} \times \frac{5}{9} \times \frac{3}{10} = \frac{5}{36}$
$\xrightarrow{\text{مجموع بیشتر از ۹}} \frac{5}{6}$			

$$P(\text{آبی}) = \frac{1}{36} + \frac{2}{45} + \frac{4}{27} + \frac{5}{36} = \frac{97}{270}$$



۲۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$0.4 = P(A) - 0.2 \rightarrow P(A) = 0.6 = \frac{3}{5}$$

شرط استقلال دو پیشامد A و B: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$$0.2 = 0.6 \times P(B) \rightarrow \boxed{P(B) = \frac{1}{3}}$$

دمورگان

$$P(A' \cap B') \equiv P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)$$

$$P(A' \cap B') = 1 - \frac{3}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{P(A' \cap B') = \frac{4}{15}}$$

۲۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با ارقام ۱, ۲, ۳, ..., ۸, ۹ می‌توان با مجاز بودن تکرار ارقام: $9^4 = 6561$ عدد چهار رقمی نوشت. در عدد ۴ رقمی با شرایط مسئله، رقم موردنظر می‌تواند ۲ یا ۳ یا ۴ بار تکرار شود:

الف) $\left(\begin{smallmatrix} 9 \\ 1 \end{smallmatrix}\right) \left(\begin{smallmatrix} 8 \\ 2 \end{smallmatrix}\right) \frac{4!}{2!} = 3024$

x	x	y	z
---	---	---	---

ب) $\left(\begin{smallmatrix} 9 \\ 1 \end{smallmatrix}\right) \left(\begin{smallmatrix} 8 \\ 1 \end{smallmatrix}\right) \frac{4!}{3!} = 288$

x	x	x	y
---	---	---	---

ج) $\left(\begin{smallmatrix} 9 \\ 1 \end{smallmatrix}\right) \left(\begin{smallmatrix} 8 \\ 0 \end{smallmatrix}\right) \frac{4!}{4!} = 9$

x	x	x	x
---	---	---	---

$$3321 = 3024 + 288 + 9 = \text{تعداد اعداد ۴ رقمی با شرایط مسئله}$$

$$P(A) = \frac{3321}{6561} = \frac{41}{81}$$

↓
پیشامد مطلوب سوال

۲۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون ۲ مهره خارج شده‌ی ابتدایی دیده نشده‌اند، پس مسئله مانند آن است که اتفاقی نیفتاده و همان ۱۰ مهره‌ی ابتدای ظرف است که ۲ مهره خارج می‌کنیم تا هر دو مهره هم‌رنگ باشند:

$$P(\text{دو مهره هم رنگ}) = \frac{\left(\begin{smallmatrix} 4 \\ 2 \end{smallmatrix}\right) \left(\begin{smallmatrix} 6 \\ 0 \end{smallmatrix}\right) + \left(\begin{smallmatrix} 6 \\ 2 \end{smallmatrix}\right) \left(\begin{smallmatrix} 4 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)}{\left(\begin{smallmatrix} 10 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$$



۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با فرض: پیشامد بخش پذیر بر $A = 3$ و پیشامد بخش پذیر بر $B = 7$

$$P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) \quad (1)$$

$$A = \{3, 6, 9, \dots, 996, 999\} \rightarrow n(A) = \frac{999 - 3}{3} + 1 = 333$$

$$B = \{7, 14, \dots, 987, 994\} \rightarrow n(B) = \frac{994 - 7}{7} + 1 = 142$$

$$A \cap B = \{21, 42, \dots, 945, 966\} \rightarrow n(A \cap B) = \frac{966 - 21}{21} + 1 = 46$$

$$(1) \Rightarrow P(A' \cap B') = 1 - 0/333 - 0/142 + 0/46 = 0/571 \Rightarrow 57/1\%$$

۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\binom{2}{2} \binom{7}{2} = 21$$

حالت اول: علی و محمد در گروه ۴ نفری باشند:

$$\binom{2}{2} \binom{7}{3} = 35$$

حالت دوم: علی و محمد در گروه ۵ نفری باشند:

$$P(\text{حضور علی و محمد در گروه ۴ نفری}) = \frac{21}{21 + 35} = \frac{21}{56} = \frac{3}{8}$$

۲۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$P(A \cap B') = \frac{2}{5} \Rightarrow P(A) - P(A \cap B) = \frac{2}{5} \quad (1)$$

$$P(B \cap A') = \frac{1}{4} \Rightarrow P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} \quad (2)$$

$$(1) - (2) \Rightarrow P(A) - P(A \cap B) - P(B) + P(A \cap B) = \frac{2}{5} - \frac{1}{4} \Rightarrow P(A) - P(B) = \frac{3}{20}$$

$$P(A) = \frac{3}{2} P(B) \rightarrow \frac{3}{2} P(B) - P(B) = \frac{3}{20} \Rightarrow \frac{P(B)}{2} = \frac{3}{20} \Rightarrow P(B) = \frac{3}{10}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(B) + P(A \cap B') = \frac{3}{10} + \frac{2}{5} = \frac{7}{10} = 0/7$$

۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فضای نمونه‌ای کاهش یافته عبارت است از حالتی که مجموع دو کارت زوج می‌شود. می‌دانیم زمانی مجموع دو عدد زوج است که هر دو زوج یا هر دو فرد باشند پس یا هر دو باید از مجموعه‌ی $\{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ باشند یا از مجموعه‌ی $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ و داریم:

$$n(S) = \binom{6}{2} + \binom{5}{2} = 15 + 10 = 25$$

و پیشامد آن که عددی روی هر دو کارت، زوج باشد، عبارت است از:

$$n(A) = \binom{6}{2} = 15$$

پس احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$



۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر دو پیشامد A و B ناسازگار باشند ($A \cap B = \emptyset$ باشد)، آن‌گاه:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \xrightarrow{P(A \cup B) = \frac{1}{6}} \frac{1}{6} = \frac{2}{3} P(B) + P(B)$$
$$P(A) = \frac{2}{3} P(B)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{5}{3} P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

