

بانک سوال رایگان

+ پاسخ
تشریحی

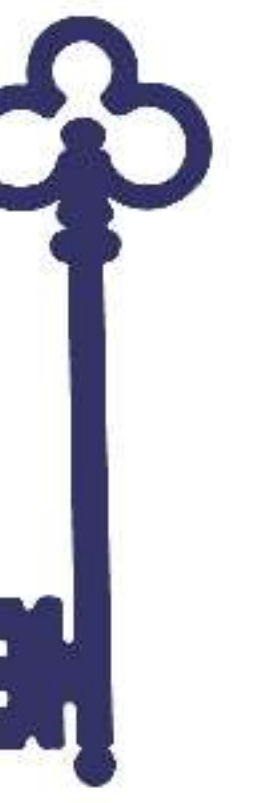
یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱ ۹۱۶ ۹۲۱ ۴۰



۱- بخش اول، به سه روش زیر قابل حل است:

$$(\vec{a} - \vec{b}) \perp (\vec{a} + \vec{b}) \Rightarrow \begin{cases} (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 0 \\ \begin{cases} (-m, 2, -m-4) \cdot (-m, -4, m) = 0 \Rightarrow m = -2 \\ |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 = 0 \Rightarrow |\vec{a}| = |\vec{b}| \\ \Rightarrow m = -2 \end{cases} \end{cases}$$

چهارضلعی بنا شده روی بردارهای \vec{a} و \vec{b} لوزی است
 $\Rightarrow |\vec{a}| = |\vec{b}| \Rightarrow m = -2$

بخش دوم، به سه روش زیر قابل حل است:

$$\vec{a} \times \vec{b} = (-6, 0, -6) \Rightarrow \begin{cases} V = |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{b})| = \sqrt{72} \\ \begin{vmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & -3 & 0 \\ -6 & 0 & -6 \end{vmatrix} = \sqrt{72} \Rightarrow V = \sqrt{72} \\ h = |\vec{a} \times \vec{b}| \Rightarrow V = Sh = |(\vec{a} \times \vec{b})|^2 = \sqrt{72} \end{cases}$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = 6\sqrt{3}, \quad \sin \theta = \frac{6\sqrt{3}}{4 \times 3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos \theta = \pm \frac{1}{2} \quad -2$$

$$a \cdot (a - b) = |\vec{a}|^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} = 4^2 - 4 \times 3 \times \left(\pm \frac{1}{2}\right) = 16 \pm 6$$

$$\vec{a} = (-1, 0, -\sqrt{3}) \quad -3$$

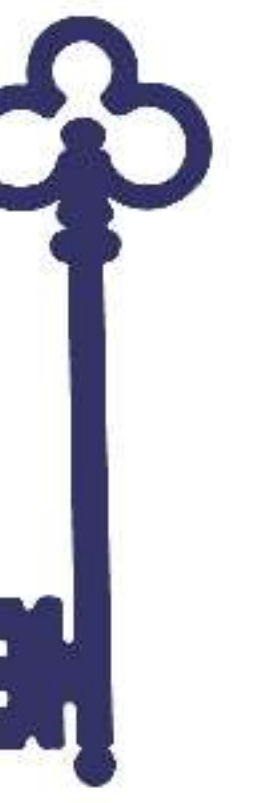
$$\vec{b}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|^2} \vec{a} = \frac{-2\sqrt{3}}{4} (-1, 0, -\sqrt{3}) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 0, \frac{3}{2}\right), \quad |\vec{b}'| = \sqrt{3}$$

۴- الف) $x = 2$ ب) بردار صفر یا \vec{O} ج) $\vec{x} = \vec{a} - \vec{b}$

۵- نادرست

$$S = \frac{1}{2} |\vec{a} \times (\vec{a} + \vec{b})| = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{a} + \vec{a} \times \vec{b}| \quad (\text{ص ۸۴}) \quad -6$$

$$S = \frac{1}{2} |0 + \vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| |\sin \theta| = 5 \times 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{25\sqrt{2}}{2}$$



$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = (-2, 1, 2) \quad (\text{ص ۸۴})$$

-۷

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b} \vec{d}}{|\vec{d}|^2} = \frac{(-2 - 3 + 8)}{(-2)^2 + 1^2 + 2^2} (-2, 1, 2) = \left(\frac{-2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right)$$

«بانک سوال یاوران دانش»

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \quad (\text{ص ۸۴})$$

-۸

$$\vec{a} \times \vec{b} = -3\vec{i} + 5\vec{j} + 7\vec{k} = (-3, 5, 7)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \Rightarrow 12 = 10 \times 2 \times \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{3}{5} \quad (\text{ص ۸۴})$$

-۹

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5} \right)^2} = \frac{4}{5} \quad (\theta \text{ حاده است})$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta = 2 \times 10 \times \frac{4}{5} = 16$$

۱۰- الف) نادرست (ص ۲۲) ب) درست (ص ۳۹) پ) درست (ص ۷۵)

۱۱- الف) $k = \frac{1}{2}$ (ص ۱۲)

ب) دو خط متقاطع (ص ۳۹)
پ) یک (ص ۸۲ و ۸۳)

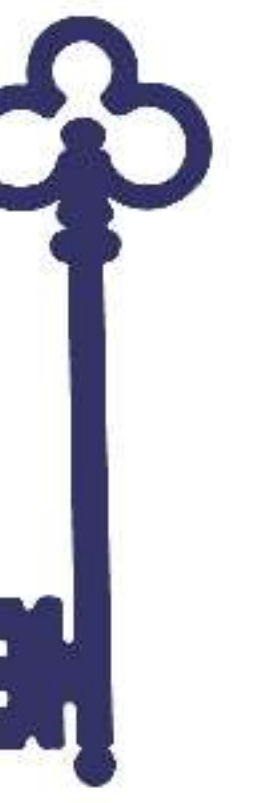
$$V = 0 \Rightarrow |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} m & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & m & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow m^2 - 2m + 1 = 0 \Rightarrow m = 1$$

-۱۲

$$\vec{u} = \vec{a} - \vec{j} = (-2, -1, 1), \quad \vec{u} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = -\vec{i} + 7\vec{j} + 5\vec{k}, \quad |\vec{u} \times \vec{b}| = \sqrt{75}$$

-۱۳

$$S = \frac{5\sqrt{3}}{2} \quad (\text{ص ۷۵ و ۸۴})$$



$$\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} = (1, 1, 1) \quad -14$$

$$\vec{v} = 2\vec{c} - \vec{b} = (3, -4, 0) \Rightarrow |\vec{v}| = 5, \vec{u} \cdot \vec{v} = -1$$

$$\vec{u}' = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|} \vec{v} \Rightarrow \vec{u}' = \left(-\frac{3}{25}, \frac{4}{25}, 0\right) \quad (\text{ص ۷۵ و ۸۴})$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \Rightarrow 2m = \left(\sqrt{m^2 + 4}\right) (2\sqrt{2}) \left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow 4m^2 = 2m^2 + 8 \quad -15$$

$$\Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 & \text{ق ق} \\ m = -2 & \text{غ ق ق} \end{cases} \quad (\text{ص ۷۸})$$

۱۶- صفر (ص ۸۲)

«بانک سوال یاوران دانش»

۱۷- درست (ص ۶۴)

$$\vec{a} \times \vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{b} \parallel \vec{a} \Rightarrow \vec{b} = (4k, -4k, 2k) \quad -18$$

$$|\vec{b}| = 6|k| = 12 \Rightarrow k = \pm 2 \Rightarrow k = -2 \Rightarrow \vec{b} = (-8, 8, -4) \quad (\text{ص ۸۲})$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \Rightarrow 3 = 3\sqrt{2} \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta = 45^\circ \quad (\text{ص ۷۸}) \quad -19$$

۲۰- حجم متوازی السطوح برابر با حاصل ضرب ارتفاع در مساحت قاعده است. (ص ۸۳)

حجم متوازی السطوح برابر 2 $|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = |(1, 1, 0) \cdot (1, 1, -1)| = 2$ است.

مساحت قاعده این متوازی السطوح که توسط بردارهای \vec{b} و \vec{c} تولید می شود برابر با: $|\vec{b} \times \vec{c}| = \sqrt{3}$ است.

$$h = \frac{|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|}{|\vec{b} \times \vec{c}|} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

در نتیجه:



۲۱- روش اول: بردار \vec{a}' با بردار \vec{b} موازی است، $\vec{a}' \parallel \vec{b} \Rightarrow \vec{a}' = k \vec{b}$ (ص ۷۹)

$$(\vec{a} - \vec{a}') \perp \vec{b} \Rightarrow (\vec{a} - \vec{a}') \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} - (k \vec{a}) \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow k = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2}$$

$$\Rightarrow \vec{a}' = k \vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$$

روش دوم: در مثلث قائم الزاویه، زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} را θ می‌نامیم

$$\cos \theta = \frac{|\vec{a}'|}{|\vec{a}|} \Rightarrow |\vec{a}'| = |\vec{a}| \cos \theta$$

$$\vec{a}' = k \vec{b} \Rightarrow |\vec{a}'| = k |\vec{b}| \Rightarrow k = \frac{|\vec{a}'|}{|\vec{b}|} = \frac{|\vec{a}| \cos \theta}{|\vec{b}|} = \frac{|\vec{b}| |\vec{a}| \cos \theta}{|\vec{b}|^2} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2}$$

$$\xrightarrow{\vec{a}' = k \vec{b}} \vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$$

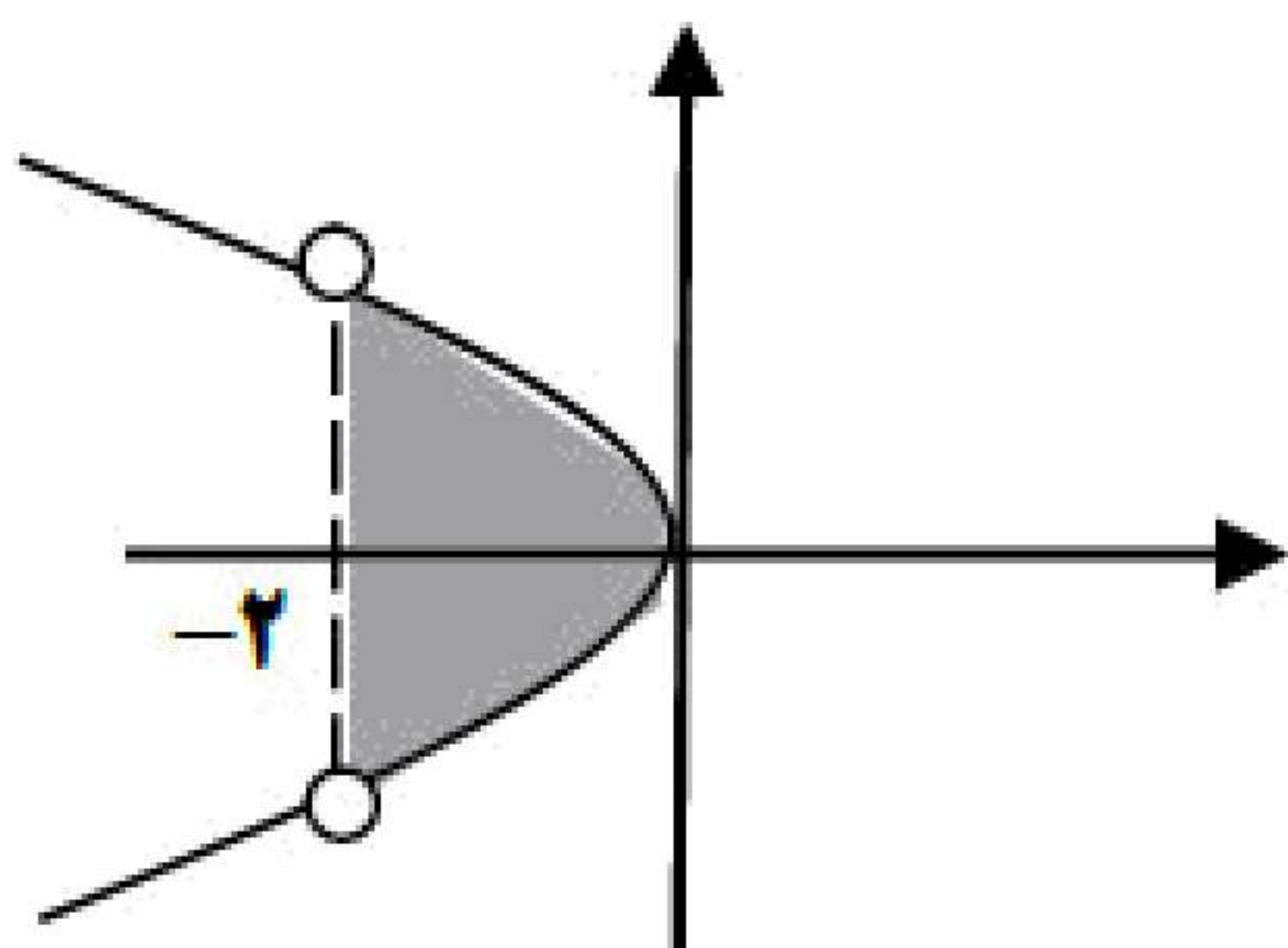
۲۲- مختصات نقطه $A(0, 0, 3)$ ، مختصات وسط AB برابر با $M\left(\frac{1}{2}, 0, 2\right)$ و فاصله تا مبدأ مختصات $\frac{\sqrt{17}}{2}$ است. (ص ۶۶)

۲۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (ص ۸۱ و ۸۲)

۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (ص ۸۰)

۲۵- درست (ص ۸۱)

۲۶- Zها (ص ۶۷)



(ص ۶۳)

۲۷-