

بانک سوال رایگان

+ پاسخ
تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱ ۹۱۶ ۹۲۱ ۴۰



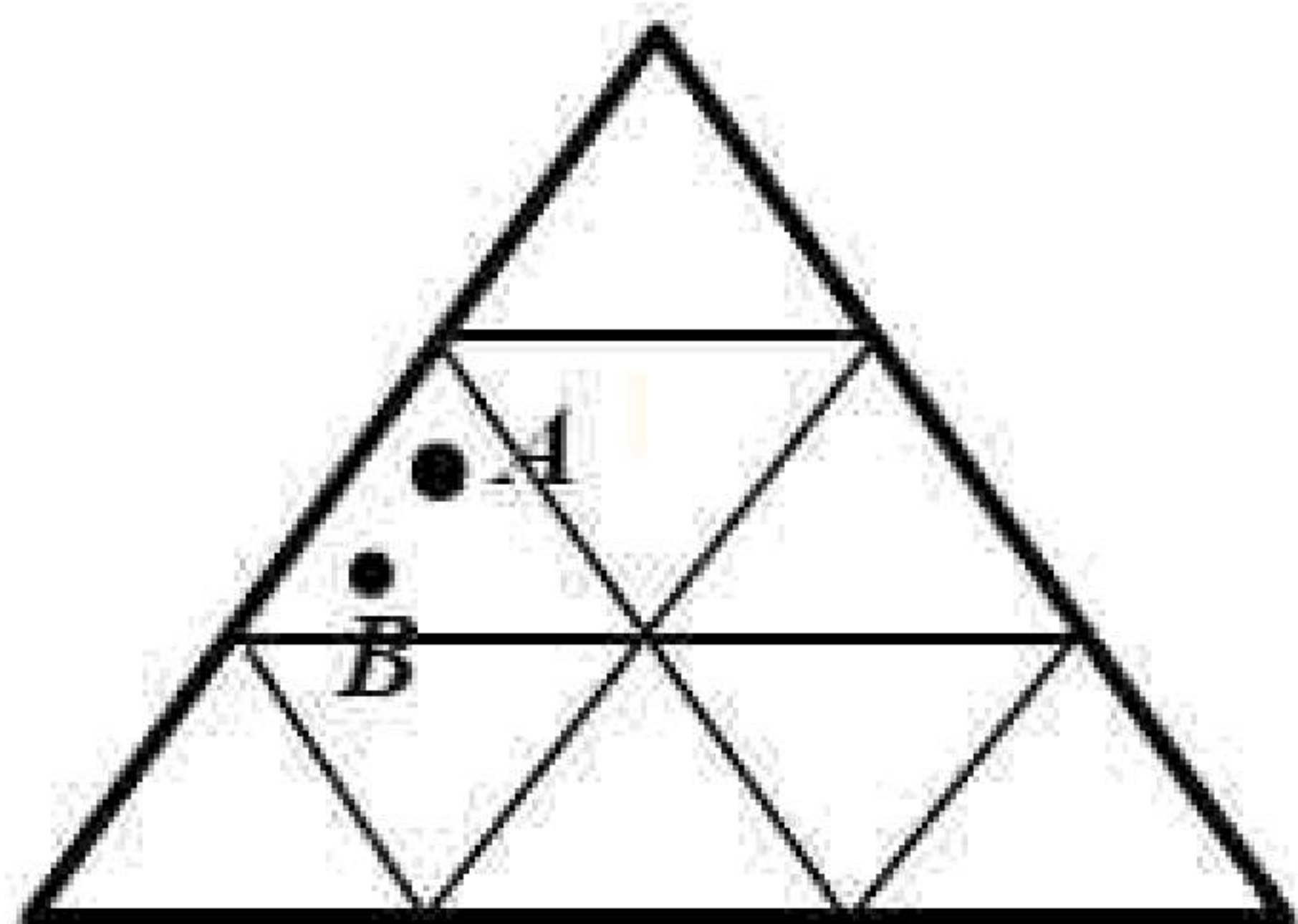
$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}, B = \{b_1, b_2, b_3\}, \quad -1$$

$$A_j = \{f: A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_j, 1 \leq i \leq 4\}, 1 \leq j \leq 3$$

$$|S| = 3^4 = 81, |A_j| = 2^4 = 16$$

$$|A_1 \cap A_2| = |A_1 \cap A_3| = |A_2 \cap A_3| = 1, |A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 0$$

$$|\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3}| = 81 - (3 \times 16 - 3 \times 1 + 0) = 36 \quad (\text{ص ۷۷})$$



۲- ۱۰ نقطه را کبوتر و هریک از ۹ قسمت مثلث را لانه فرض می‌کنیم. طبق اصل لانه کبوتری حداقل دو کبوتر در یک لانه جای می‌گیرند. یعنی حداقل دو نقطه در یک مثلث کوچک قرار خواهند گرفت به طوری که $|AB| < 1$. (ص ۸۰)

$$\frac{7!}{2! \times 3!} \quad (\text{ص ۵۸})$$

-۳

۴- به هر کدام از x_1, x_2, \dots, x_k عدد ۱- را اضافه می‌کنیم.

$$(x_1 - 1) + (x_2 - 1) + \dots + (x_k - 1) = n - k$$
 معادله جدید

لذا تعداد حالات جواب از رابطه $\binom{n-k+k-1}{k-1} = \binom{n-1}{k-1}$ به دست می‌آید. (ص ۶۱)

۵- در مربع لاتین دوم عدد دو رقمی تکراری نداریم. بنابراین مربع لاتین ارائه شده با مربع لاتین مورد سؤال متعامد هستند.

۱	۳	۲
۲	۱	۳
۳	۲	۱

 \rightarrow

۱۱	۳۳	۲۲
۲۳	۱۲	۳۱
۳۲	۲۱	۱۳

(توجه: به سایر مربع‌های لاتینی که شرایط مسأله را برقرار کنند، نمره داده شود.) (ص ۷۲)

۶- ۱۲ (ص ۷۹)

۷- ندارد - یک (ص ۶۶)

$$k+1=3 \Rightarrow k=2, n=3 \times 4=12 \Rightarrow kn+1=12 \times 2+1=25 \quad (\text{ص ۸۲}) \quad -۸$$

$$|A| = \left[\frac{500}{5} \right] = 100, |B| = \left[\frac{500}{4} \right] = 125, |A \cap B| = \left[\frac{500}{20} \right] = 25 \quad -۹$$

$$|\overline{A} \cap \overline{B}| = |\overline{A \cup B}| = 500 - (100 + 125 - 25) = 300 \quad (\text{ص ۷۵})$$



۱۰- نوشتن شرط متعامد بودن

۲	۳	۱
۳	۱	۲
۱	۲	۳

۳	۱	۲
۲	۳	۱
۱	۲	۳

هر کدام از مربع‌های لاتین (ص ۶۴ و ۶۵)

۱۱- $x_1 + x_3 + x_4 = 8$ (ص ۶۱)

$x_4 - 3 = y_4 \Rightarrow x_1 + x_3 + y_4 = 5 \Rightarrow \binom{7}{2} = 21$

«بانک سوال یاوران دانش»

۱۲- $\frac{8!}{4! \times 3! \times 1!}$ (ص ۵۸)

۱۳- $3! \times 4! \times 2! = 288$ (ص ۷۲)

۱۴- $n = 12 \times 5 = 60 \Rightarrow$ تعداد حالات یک‌کان زوج کدملی \times تعداد ماه‌ها = تعداد لانه‌ها

$k + 1 = 5 \Rightarrow k = 4$ تعداد کبوترها $= nk + 1 \xrightarrow[k=4]{n=60} 60 \times 4 + 1 = 241$

طبق تعمیم اصل لانه کبوتری حداقل ۲۴۱ نفر موردنیاز است. (ص ۸۳)

۱۵- $|S| = 5^4$ (ص ۷۵) : تعداد کل رمزها

$|A| = 4^4$: تعداد رمزهای فاقد ۳

$|B| = 4^4$: تعداد رمزهای فاقد ۲

$|A \cap B| = 3^4$: تعداد رمزهای فاقد ۲ و ۳

$|\overline{A \cap B}| = |S| - |A \cup B| = 5^4 - (4^4 + 4^4 - 3^4)$

	a	b	c
شنبه	۱	۲	۳
یکشنبه	۳	۱	۲
دوشنبه	۲	۳	۱

و

	a	b	c
شنبه	۱	۳	۲
یکشنبه	۳	۲	۱
دوشنبه	۲	۱	۳

\Rightarrow

	a	b	c
شنبه	۱۱	۲۳	۳۲
یکشنبه	۳۳	۱۲	۲۱
دوشنبه	۲۲	۳۱	۱۳

(ص ۷۲)

۱۶-

اگر مربع‌های لاتین متعامد صحیح دیگری نیز بتوانید به دست آورید، درست است.



$$\begin{cases} x_4 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 10 \Rightarrow \binom{12}{2} = 66 \\ x_4 = 1 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 8 \Rightarrow \binom{10}{2} = 45 \end{cases} \Rightarrow 66 + 45 = 111 \quad (\text{ص } 71) \quad -17$$

$$\binom{3}{2} \times \binom{6}{6} \times 6! \quad (\text{ص } 71) \quad -18$$

$$19\text{-الف) } p-1 \text{ (ص } 53) \quad \text{ب) } 4 \text{ (ص } 63) \quad \text{ج) } \frac{5!}{2!} = 60 \text{ (ص } 78)$$