

بانک سوال رایگان

+ پاسخ
تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱ ۹۱۶ ۹۲۱ ۴۰



$$\left. \begin{array}{l} \text{حد چپ } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (2[x] + 1) = 2(-2) + 1 = -3 \\ \text{حد راست } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (x^2 + 4x) = 1 - 4 = -3 \\ f(-1) = -3 \end{array} \right\} \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1) \Rightarrow \text{تابع پیوسته است} \quad -1$$

۲- الف) ۳

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -2} x + \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 2 + 4 = 6$$

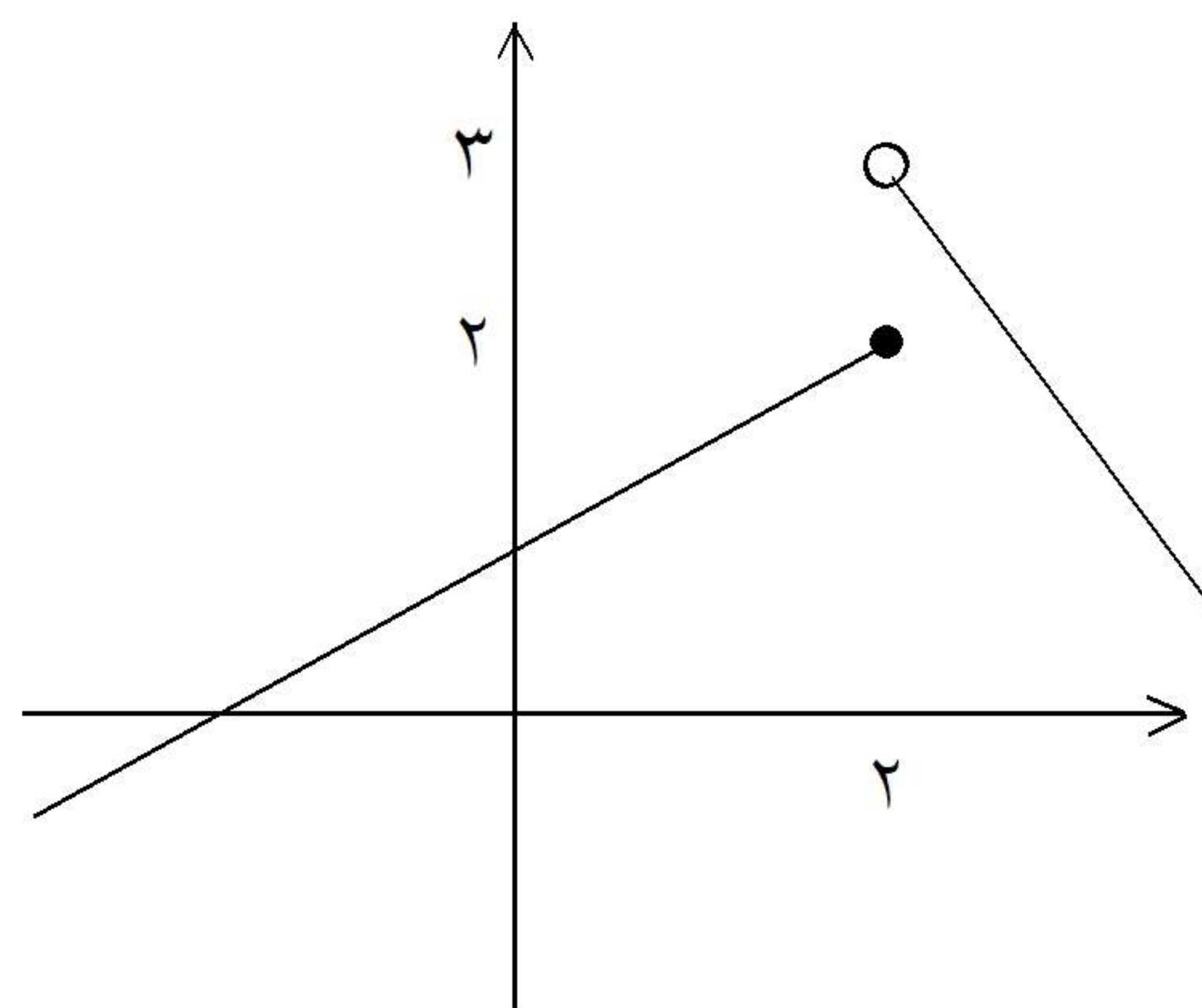
۳- چپ

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} (3 - 2x^2) = -5, \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} ([x]) - 2 = -3 - 2 = -5, \quad f(-2) = -5 \quad -4$$

تابع در $x = -2$ پیوسته است.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-1)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)}{(x+2)} = \frac{1}{4} \quad -5$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{[x] + 1}{\cos(-\pi x)} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-2 + 1}{-1} = 1$$



-۶

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{x-2} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \sqrt{x-2} \text{ حد چپ ندارد.} \Rightarrow \text{در } x=2 \text{ ناپیوسته است.}$$

$$x \rightarrow 2^-$$

۸- الف) ۳- ب) وجود ندارد ج) ۱



۹- نادرست

۱۰- الف) ۱

ب) ۱) ۳

۲) ۱

۳) وجود ندارد

x	۲/۱	۲/۰۱	۲/۰۰۱	→ ۲
f(x)	۰	۰	۰	۰

۱۱-

۱۲- چون حد تابع و مقدار تابع برابر است، پس تابع در $X = ۲$ پیوسته می باشد.

$$۲ - ۵ = -۳ = ۲^۲ - ۷ \Rightarrow -۳ = -۳ = -۳$$

$$-۲(۰) + a = (۰)^۲ + ۲ = b + ۱$$

$$a = ۲, b = ۱$$

۱۳-

۱۴- نادرست.

$$f(۱) = ۲$$

۱۵-

$$\lim_{x \rightarrow ۱^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow ۱^+} (x^۲ + b) = ۱ + b = ۲ \Rightarrow b = ۱$$

$$\lim_{x \rightarrow ۱^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow ۱^-} (ax + ۳) = a + ۳ = ۲ \Rightarrow a = -۱$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow ۳} \frac{x^۲ - ۹}{x^۲ - ۳x} = \lim_{x \rightarrow ۳} \frac{(x - ۳)(x + ۳)}{x(x - ۳)} = ۲$$

۱۶-

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow ۲^-} \frac{x + ۳}{[x]} = \lim_{x \rightarrow ۲^-} \frac{۲ + ۳}{[۲^-]} = \frac{۵}{۱} = ۵$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{۴}} (\tan x + \cot x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{۴}} ۱ + ۱ = ۲$$

۱۷- نادرست.



«بانک سوال یاوران دانش»

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x(x-1)} = 2$$

-۱۸

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + 1}{[x]} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2^2 + 1}{[2^+]} = \frac{5}{2}$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin x - \cos x) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x - 4}{x} = \frac{-5}{-1} = 5$$

-۱۹

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2x + 3}{[x] + 2} = \frac{2(-2) + 3}{-3 + 2} = \frac{-1}{-1} = 1$$

-۲۰ صفر

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 0$$

-۲۱

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 2$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$$

$$f(0) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = a, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -a$$

-۲۲

$$a = 0 \Rightarrow f(0) \neq \lim_{x \rightarrow 0} f(x), \quad a \neq 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$$

تابع در $x = 0$ پیوسته نیست.



$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{x+8}}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{9 - (x+8)}{(x-1)(x+1)(3 + \sqrt{x+8})} \quad -23$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x+1)(3 + \sqrt{x+8})} = \frac{-1}{12}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[x]}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \cdot = \cdot$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2 \cos 2x}{x \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1 - \cos 2x)}{x \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(2 \sin^2 x)}{x \sin x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin x \times \sin x}{x \sin x} = 4$$

۲۴- خیر. با توجه به دامنه تابع، همسایگی راست یک، وجود ندارد.

$$x - x^2 \geq 0 \Rightarrow D = [0, 1]$$

$$f(0) = \frac{-a}{4}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 + x - 1}{x(\sqrt{1+x} + 1)} = \frac{1}{2} \quad -25$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = b - \frac{1}{4} \Rightarrow a = -2, \quad b = 1$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2|x| - 8}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{x - 2} = 12 \quad -26$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 2x}{5 \times 2x} = \frac{2}{5}$$

$$2 \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + 3f(1) - \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2(-1) + 3(2) - 4 = 0 \quad -27$$

$$x - 1 = 3 \Rightarrow x = 4, \quad 2y + 5 > 3 \Rightarrow y > -1 \quad -28$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \quad -29 \text{ برای اینکه تابع در } x = 2 \text{ پیوسته باشد، باید:}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4 + a, \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2b + 1, \quad f(2) = 3$$

$$4 + a = 3 \Rightarrow a = -1$$

$$2b + 1 = 3 \Rightarrow b = 1$$



$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \cdot \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - 2 \sin^2 x)}{x \cdot \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{x \cdot \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x}{x} = 2 \quad -30$$

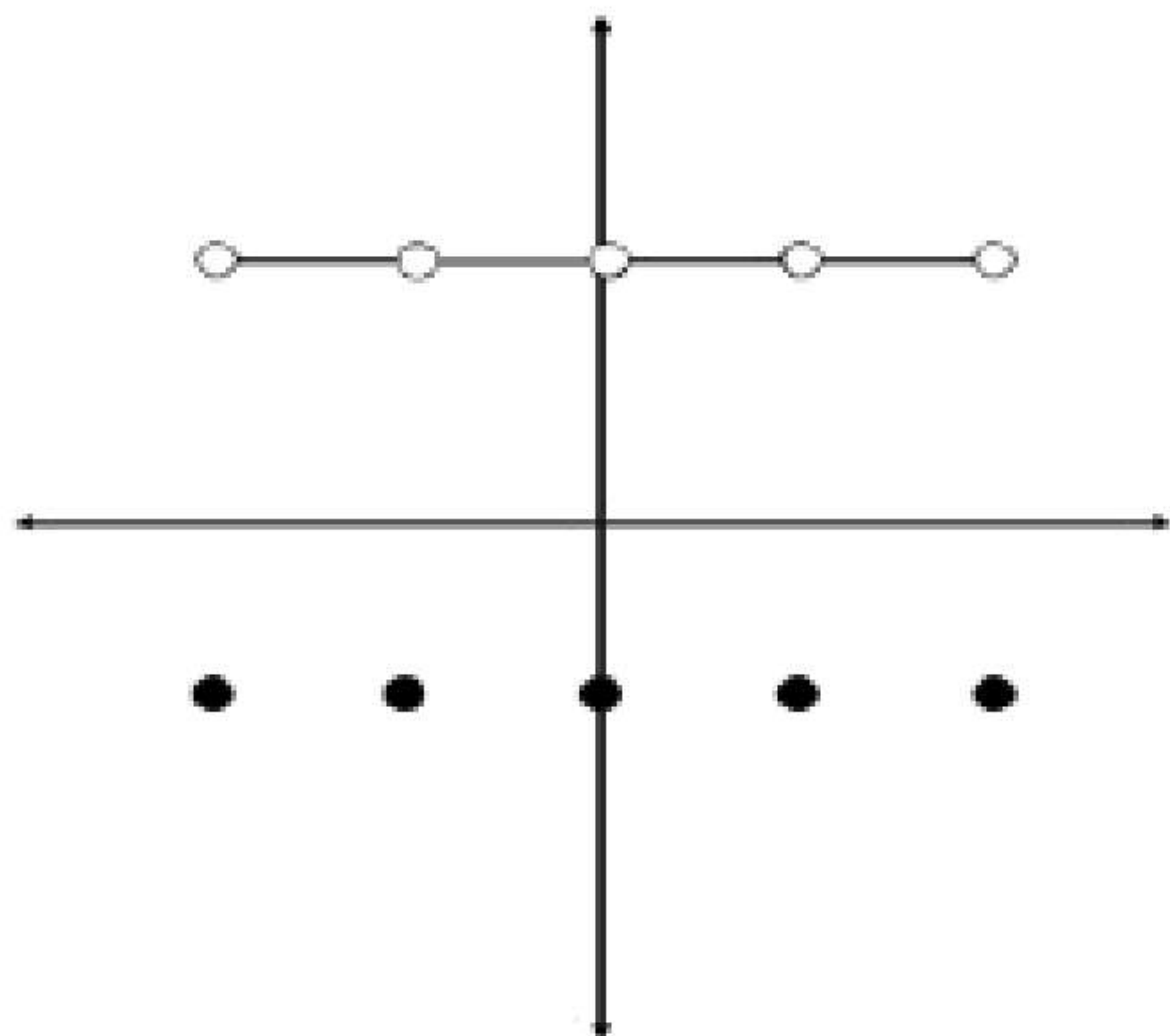
$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^2 + x - 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^2 + x - 6} \times \frac{x + \sqrt{x+2}}{x + \sqrt{x+2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - (x+2)}{(x+3)(x-2)(x + \sqrt{x+2})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{(x+3)(x-2)(x + \sqrt{x+2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)}{(x+3)(x + \sqrt{x+2})} = \frac{3}{20}$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۳۱- با توجه به دامنه تابع: $D = (-\infty, +\infty) - [3, 4)$ ، متغیر x نمی‌تواند با مقادیر بیشتر از ۳ به ۳ نزدیک شود. بنابراین حد راست تابع در نقطه $x = 3$ وجود ندارد.



$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3 \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3 \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$$

-۳۲

a -۳۳

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x - 9) = -5$$

-۳۴

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (-2x^2 + 3) = -5$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -5 = f(2)$$

در نتیجه تابع f در $x = 2$ پیوسته است.

ج) صفر

ب) ۴

۳۵- الف) ۱



$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x}{x+3} = \frac{1}{2}$$

-۳۶

۳-۳۷

مقدار تابع = حد چپ = حد راست شرط پیوستگی

$$f(-1) = a(-1) + b = -a + b$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (-1) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} x^2 - b = (-1)^2 - b = 1 - b$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} x^2 - b = (-1)^2 - b = 1 - b$$

$$\begin{cases} 1 - b = -1 \Rightarrow b = 2 \\ -a + b = -1 \Rightarrow -a + 2 = -1 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 - b = -1 \Rightarrow b = 2 \\ -a + b = -1 \Rightarrow -a + 2 = -1 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x-3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{3}{3+3} = \frac{1}{2}$$

-۳۹

ب) ۱۴۰۱

$$\text{ج) } \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$3 - 3(-1) + 3(1) = 9$$

-۴۰

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{2+a}{1}, \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4b+4, f(2) = b-1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{2+a}{1}, \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4b+4, f(2) = b-1$$

$$4b+4 = b-1 \Rightarrow b = \frac{-5}{3}, 2+a = b-1 \Rightarrow a = \frac{-14}{3}$$

۴۱- برای اینکه تابع در $x = 2$ پیوسته باشد باید:



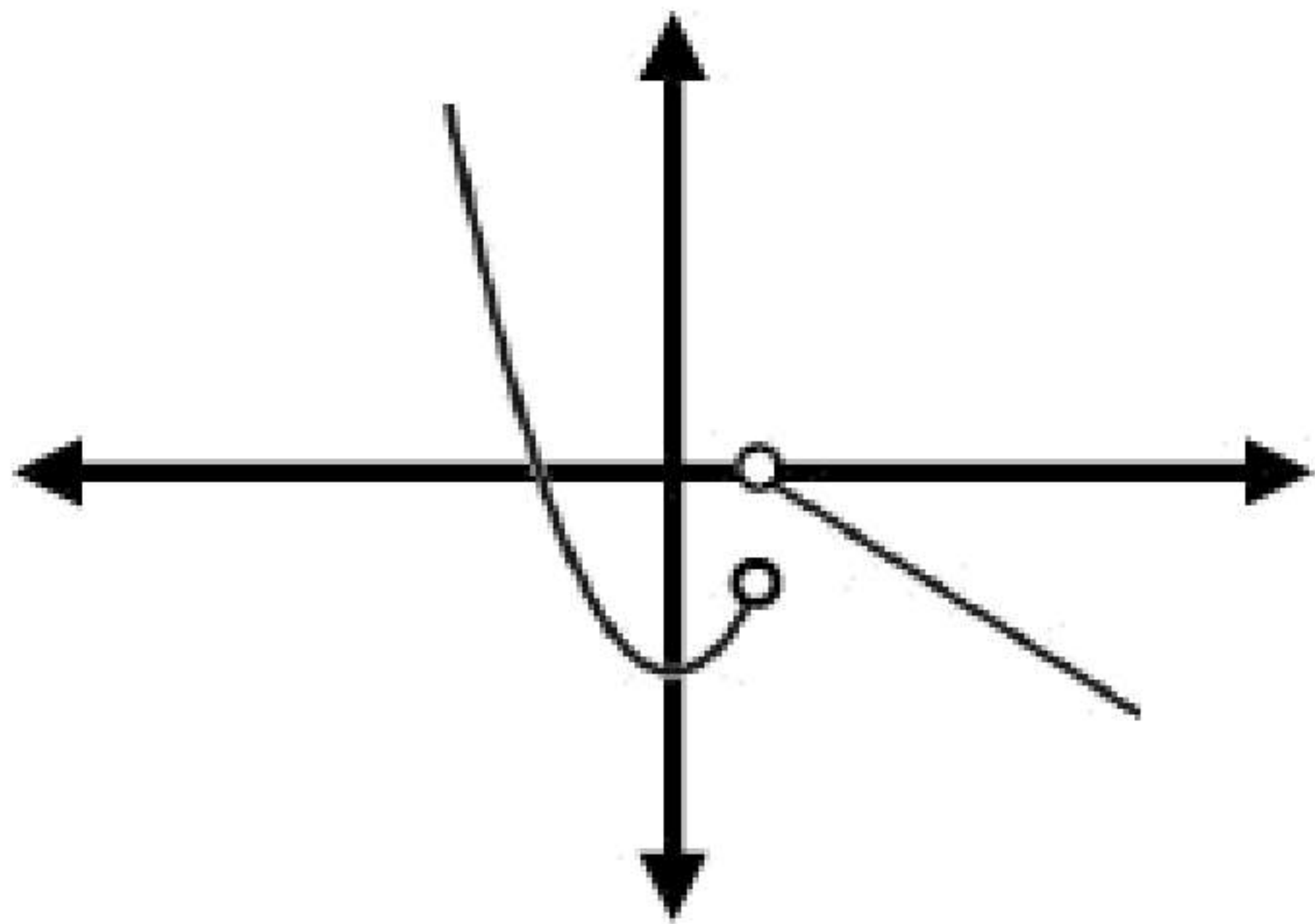
«بانک سوال یاوران دانش»

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{\cos x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{4}}{\cos x - \sin x} \quad -42$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x}{\cos x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos x - \sin x)}{\cos x - \sin x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{(x - 1)(x + 1)(\sqrt{x} + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x + 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{1}{4}$$



$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \text{ وجود ندارد}$$

-43

44- مقدار ثابت C

45- درست

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} ([x] - a)[x] = \lim_{x \rightarrow -2^-} [-2^-] - a[-2^-] = (-3 - a)(-3) = 9 + 3a \quad -46$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} ([x] - a)[x] = \lim_{x \rightarrow -2^+} [-2^+] - a[-2^+] = (-2 - a)(-2) = 4 + 2a$$

$$f(-2) = ([-2] - a)[-2] = (-2 - a)(-2) = 4 + 2a$$

$$9 + 3a = 4 + 2a \Rightarrow a = -5$$

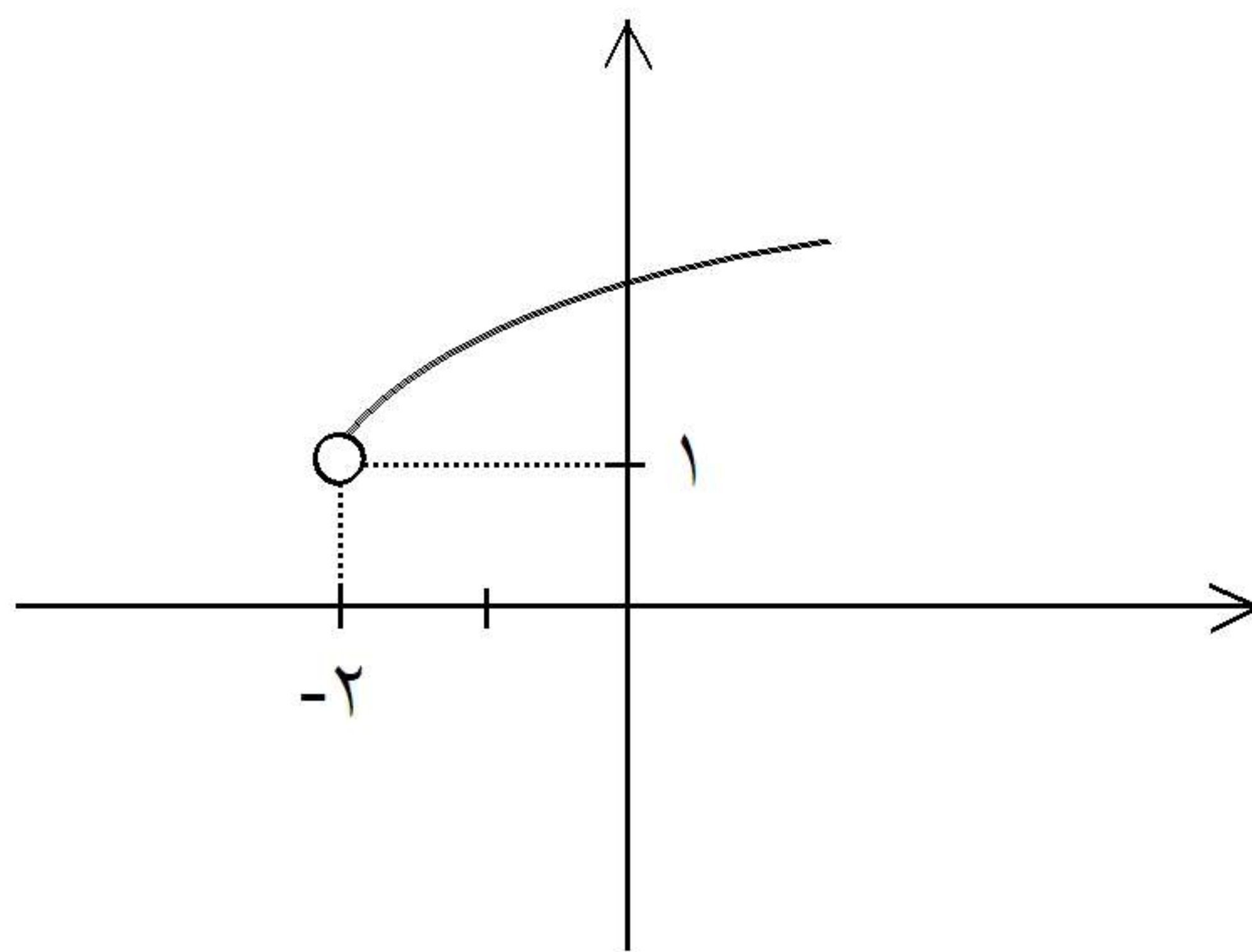
برای بررسی پیوستگی باید در نقطه $x = -2$ حد چپ و راست و مقدار تابع برابر باشند.



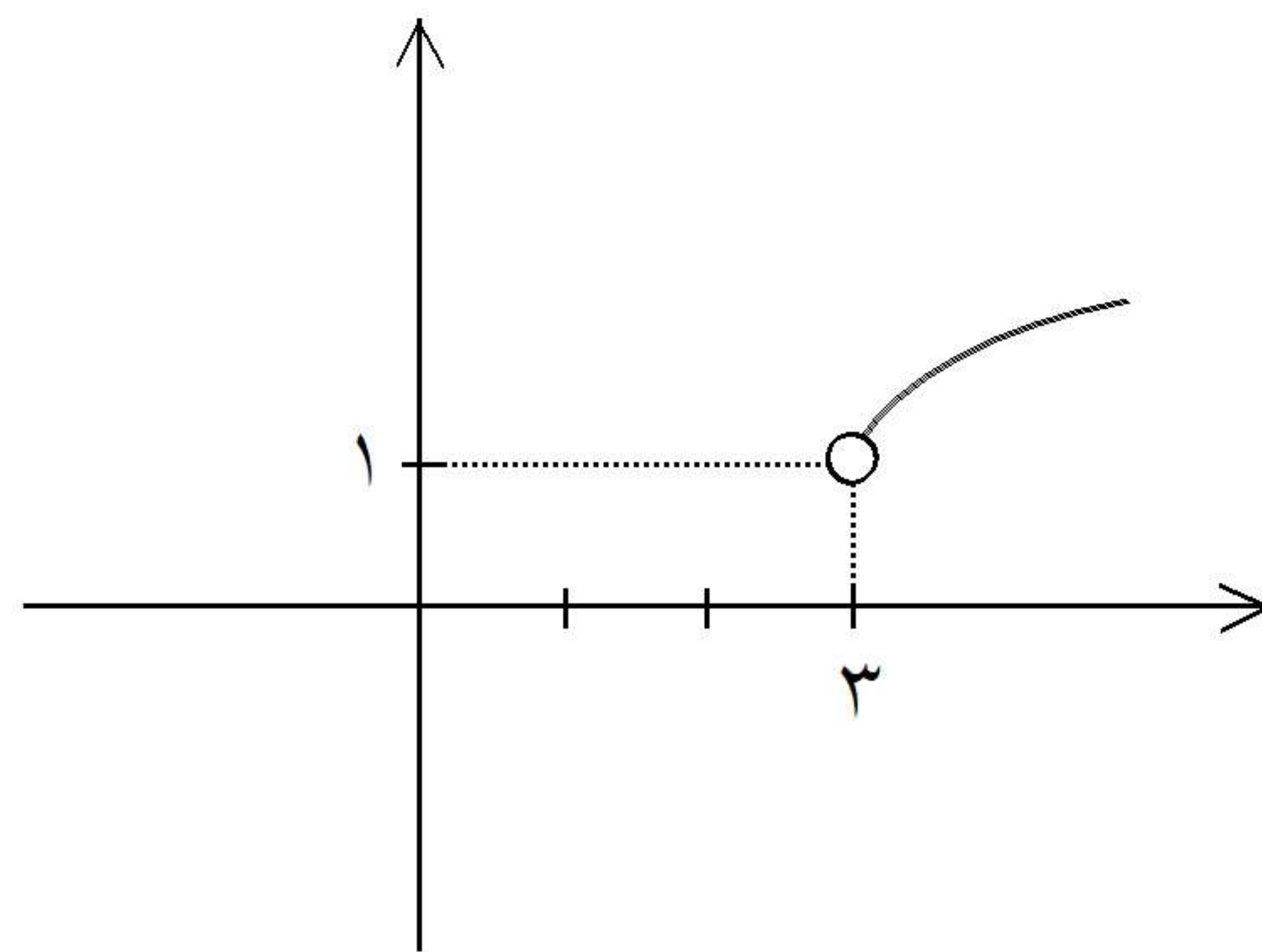
$$\begin{aligned} \text{الف) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{3x - 5} - 2} &= \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{3x-5}+2)}{(\sqrt{3x-5}-2)(\sqrt{3x-5}+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{3x-5}+2)}{3x-5-4} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{3x-5}+2)}{3(x-3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+3)(\sqrt{3x-5}+2)}{3} = \frac{24}{3} = 8 \end{aligned}$$

-۴۷

$$\begin{aligned} \text{ب) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2\cos 2x}{x \sin x} &= \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1 - \cos 2x)}{x \sin x} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(2\sin^2 x)}{x \sin x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4\sin x}{x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin x} = 4 \times 1 = 4 \end{aligned}$$



-۴۸



-۴۹

۵۰- درست