

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار از دو نقطه روی محورها عبور کرده که می‌تواند $(-2, 0)$ یا $(2, 0)$ روی محور x ها و $(0, 2)$ یا $(0, -2)$ روی محور y ها باشند. در نتیجه نقاط را به صورت $(n, 0)$ و $(0, m)$ و $n = \pm 2$ و

$$k + 4^{na-b} = 0 \Rightarrow k + \frac{4^{na}}{4^b} = 0 \Rightarrow k = -\frac{4^{na}}{4^b} \quad m = \pm 2 \text{ در نظر می‌گیریم:}$$

$$k + 4^{-b} = m \Rightarrow k + \frac{1}{4^b} = m \Rightarrow \frac{1}{4^b} - \frac{4^{na}}{4^b} = m \Rightarrow 4^{na} - 1 = -4^b \times m \Rightarrow 2^{2na} + 2^{2b} \times m = 1$$

$$\frac{m = -2}{n = 2} \rightarrow 2^{2a} - 2^{2b+1} = 1 \Rightarrow \begin{cases} 2^a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \\ 2^{2b+1} = 0 \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\frac{4^{na}}{4^b} = 0 \Rightarrow k + \frac{4^{\frac{1}{2}}}{4^{-\frac{1}{2}}} = 0 \Rightarrow k = -4 \Rightarrow bk = \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-4) = 2$$

دنباله هندسی $\rightarrow y^2 = xy$

دنباله هندسی $\rightarrow 6y = x + 5z \Rightarrow y = \frac{x+5z}{6} \Rightarrow \left(\frac{x+5z}{6}\right)^2 = xz$

$$\Rightarrow x^2 + 25z^2 + 1 - xz = 36xz \Rightarrow x^2 + 25z^2 - 26xz = 0$$

$$\xrightarrow{\div Z^2} \left(\frac{x}{z}\right)^2 + 25 - 26\left(\frac{x}{z}\right) = 0 \xrightarrow{\frac{x}{z} = t} t^2 - 26t + 25 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-25) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 1 & \text{غ ق ق} \\ t = 25 & \text{ق ق} \end{cases}$$

به ازای $t = 1$ نتیجه می‌گیریم که $\frac{x}{z} = 1$ در نتیجه $x = z$ طبق فرض جملات با برابر $x \neq z$ پس $t = 25$ قابل قبول است.

۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A = \sqrt[7]{3^3} \times \sqrt[3]{3^5} \times 3^{\frac{7}{3}} = \sqrt[7]{3^3} \times 3^{\frac{5}{3}} \times 3^{\frac{7}{3}} = \sqrt[7]{3^3} \times 3^{\frac{12}{3}} = \sqrt[7]{3^3} \times 3^4$$

$$= 3^{\frac{2}{7}} \times 3^{\frac{28}{7}} = 3^3 = 27 \Rightarrow (5 + A)^{-\frac{1}{5}} = (32)^{-\frac{1}{5}} = \left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{2}$$



۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$9 \times \sqrt{0.4} 5^x + 5^{x+1} = 170 \Rightarrow 9 \times \frac{2}{10} 5^x + 5 \times 5^x = 170 \Rightarrow 1/5 5^x + 5 \times 5^x = 170$$

$$\Rightarrow 5^x (6/5) = 170 \Rightarrow 5^x = \frac{170}{6/5} = 25 \Rightarrow 5^x = 5^2 \Rightarrow x = 2$$

۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a_6}{a_3} = r \Rightarrow \frac{\frac{4}{3}}{\frac{36}{3}} = r \Rightarrow \frac{1}{27} = r \Rightarrow r = \frac{1}{3} \Rightarrow a_1 = \frac{a_3}{r^2} = \frac{36}{\frac{1}{9}} = 9 \times 36$$

$$S_6 = \frac{a_1 (1 - r^6)}{1 - r} = \frac{9 \times 36 \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^6\right)}{1 - \frac{1}{3}} = \left(9 \times 36 - \frac{9 \times 36}{3^6}\right) \frac{3}{2} = \left(9 \times 36 - \frac{4}{9}\right) \frac{3}{2} = 27 \times 18 - \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow S_6 + \frac{2}{3} = 27 \times 18 = 486$$

۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(0) = \frac{1}{2} f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \Rightarrow \begin{cases} f(0) = 2 \Rightarrow 5 - 3^b = 2 \\ f\left(\frac{1}{2}\right) = 4 \Rightarrow 5 - 3^{\frac{a}{2} + b} = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 5 - 3^b = 2 \Rightarrow 3^b = 3 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow 5 - 3^{\frac{a}{2} + 1} = 4 \Rightarrow 3^{\frac{a}{2} + 1} = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2} = -1 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow f(x) = 5 - 3^{-2x+1}$$

$$f\left(-\frac{1}{4}\right) = 5 - 3^{-2 \times \left(-\frac{1}{4}\right) + 1} = 5 - 3^{\frac{3}{2}} = 5 - \sqrt{27} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{4}\right) = 5 - \sqrt{27}$$

$$-1 < 5 - \sqrt{27} < 0 \Rightarrow [5 - \sqrt{27}] = -1$$



۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{a_2}, \sqrt{a_9}, \sqrt{a_{16}}$$

$$\left(\sqrt{a_9}\right)^2 = \sqrt{a_2 \times a_{16}} \Rightarrow a_9 = \sqrt{a_2 \times a_{16}}$$

$$a_1 + 8d = \sqrt{(a + d)(a + 15d)} \Rightarrow (a + 8d)^2 = a^2 + 15ad + ad + 15d^2$$

$$a^2 + 16ad + 64d^2 - a^2 - 16ad - 15d^2 = 0 \Rightarrow 49d^2 = 0 \Rightarrow d = 0$$

وقتی d در حسابی صفر است پس دنباله ثابت و نسبت مشترک دنباله هندسی برابر ۱ است.

۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{72} + \sqrt{3}(\sqrt{96} - \sqrt{12}) - \sqrt{162} = \sqrt[3]{3 \times 72} + \sqrt{3}(\sqrt{6 \times 16} - \sqrt{3 \times 4}) - \sqrt{2 \times 81} \\ & = \sqrt[3]{3^3 \times 2^3} + \sqrt{3}(4\sqrt{6} - 2\sqrt{3}) - 9\sqrt{2} = 6 + 4\sqrt{3 \times 6} - 2\sqrt{3 \times 3} - 9\sqrt{2} \\ & = 6 + 12\sqrt{2} - 6 - 9\sqrt{2} = 3\sqrt{2} = \sqrt{18} \end{aligned}$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

$$\frac{a_8}{a_4} = 81 \Rightarrow r^4 = 81 \Rightarrow r^2 = 9$$

۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} a_5 = a_3 r^2 = (-18)9 \\ a_7 = a_3 r^4 = (-18)81 \end{cases} \Rightarrow a_5 - a_7 = (-18)9 - (-18)81 = 9(18)(9 - 1) = 1296$$

$$r^2 = \frac{a_5}{a_3} = \frac{4x}{x} = 4 \Rightarrow r = \pm 2 \Rightarrow r = 2$$

۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x = ry, z = rx \Rightarrow z = 2x, y = \frac{x}{2}$$

متغیر y واسطه‌ی هندسی x و $x - \frac{3}{2}$ است:

$$y^2 = x \left(x - \frac{3}{2} \right) \Rightarrow \frac{x^2}{4} = x^2 - \frac{3x}{2} \xrightarrow{\times 4} x^2 = 4x^2 - 6x \Rightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow 3x(x - 2) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \text{ ق ق } \\ x = 2 \Rightarrow y = 1, z = 4 \Rightarrow |x| + |y| + |z| = 2 + 1 + 4 = 7 \end{cases}$$



۱۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$3^{\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{1}{8}} \times 3^{\frac{1}{16}} \times \dots \times 3^{\frac{1}{256}} = 3^{\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{256}} = A$$

از طرفی مجموع $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{256}$ ، مجموع n جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی با $a_1 = \frac{1}{4}$ و $r = \frac{1}{2}$ است:

$$S_n = \frac{a_1 - ra_n}{1 - r} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{256} \right)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{512}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{512} = \frac{256}{512} \Rightarrow A = 3^{\frac{256}{512}}$$

۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقاط به مختصات $(-1, 0)$ و $(0, 2)$ در ضابطه‌ی تابع صدق می‌کنند:

$$\begin{cases} (-1, 0) \Rightarrow 0 = a \left(\frac{1}{2} \right)^{-1} + b \Rightarrow 0 = a \left(\frac{2}{1} \right)^{+1} + b \Rightarrow 2a + b = 0 \Rightarrow b = -2a \quad (*) \\ (0, 2) \Rightarrow 2 = a \left(\frac{1}{2} \right)^0 + b \Rightarrow a + b = 2 \quad (**) \Rightarrow (*), (**): \Rightarrow a - 2a = 2 \\ \Rightarrow a = -2, b = -2a = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = -2 \left(\frac{1}{2} \right)^x + 4 \Rightarrow f(1) = -2 \left(\frac{1}{2} \right)^1 + 4 = -1 + 4 = 3$$

۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \Rightarrow S_8 = \frac{64 \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^8 \right)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{64 \left(1 - \frac{1}{256} \right)}{\frac{1}{2}} = 128 \left(1 - \frac{1}{256} \right)$$

$$= 128 - \frac{128}{256} = 128 - \frac{1}{2} = 127\frac{1}{2}$$

۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2^{0/76} \times 2^{0/24} \times 2^{-1} = 2^0 = 1$$

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

مجموع ۶ عدد

$$4, 12, 36, 108, 324, 972 \xrightarrow{\text{مجموع ۶ عدد}} 1456$$

$$\frac{972}{4} = q^5 \Rightarrow q^5 = 243 = 3^5 \Rightarrow q = 3$$



۱۶- نمودار تابع نمایی $f(x) = k - \left(\frac{1}{9}\right)^{ax+b}$ محورهای طول و عرض را در نقاطی به فاصله ۶ واحدی از مبدأ

مختصات قطع می‌کند. مقدار bk کدام است؟

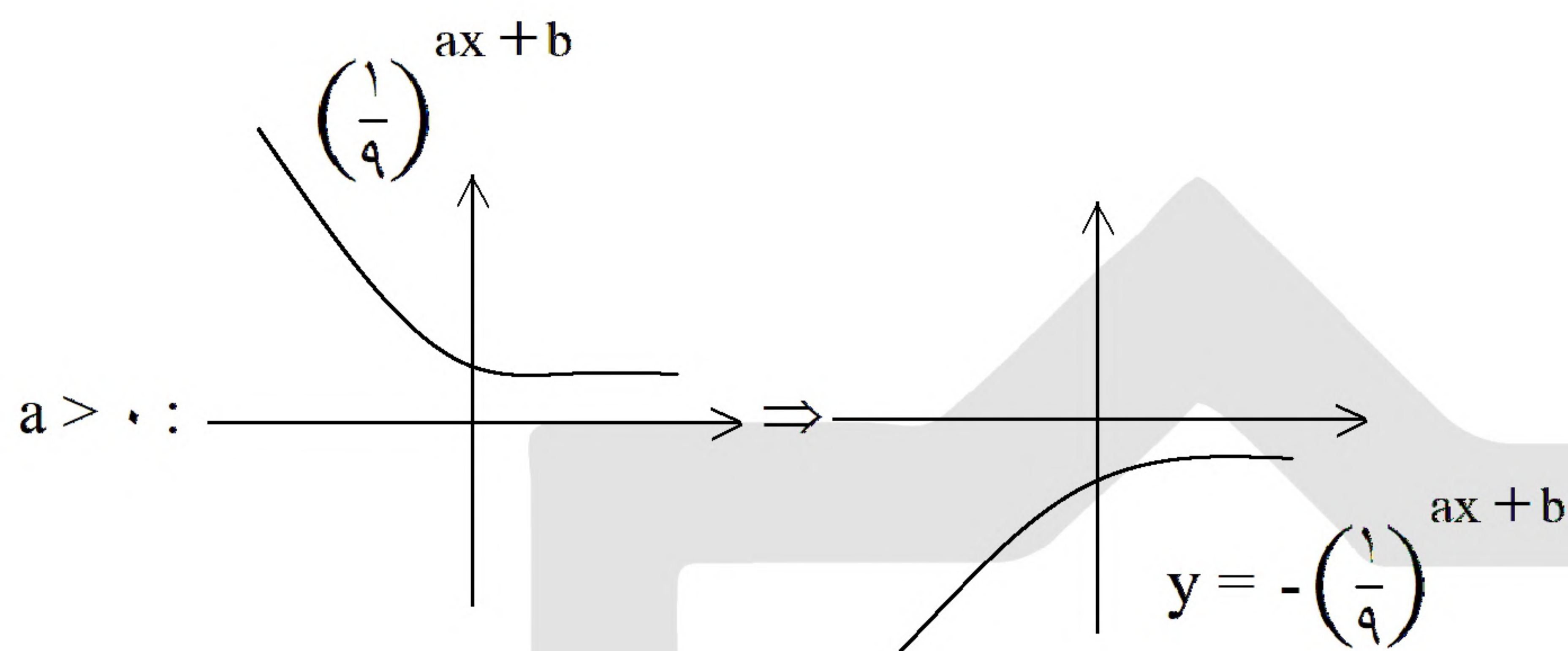
(۴) $-3/5$

(۳) $-4/5$

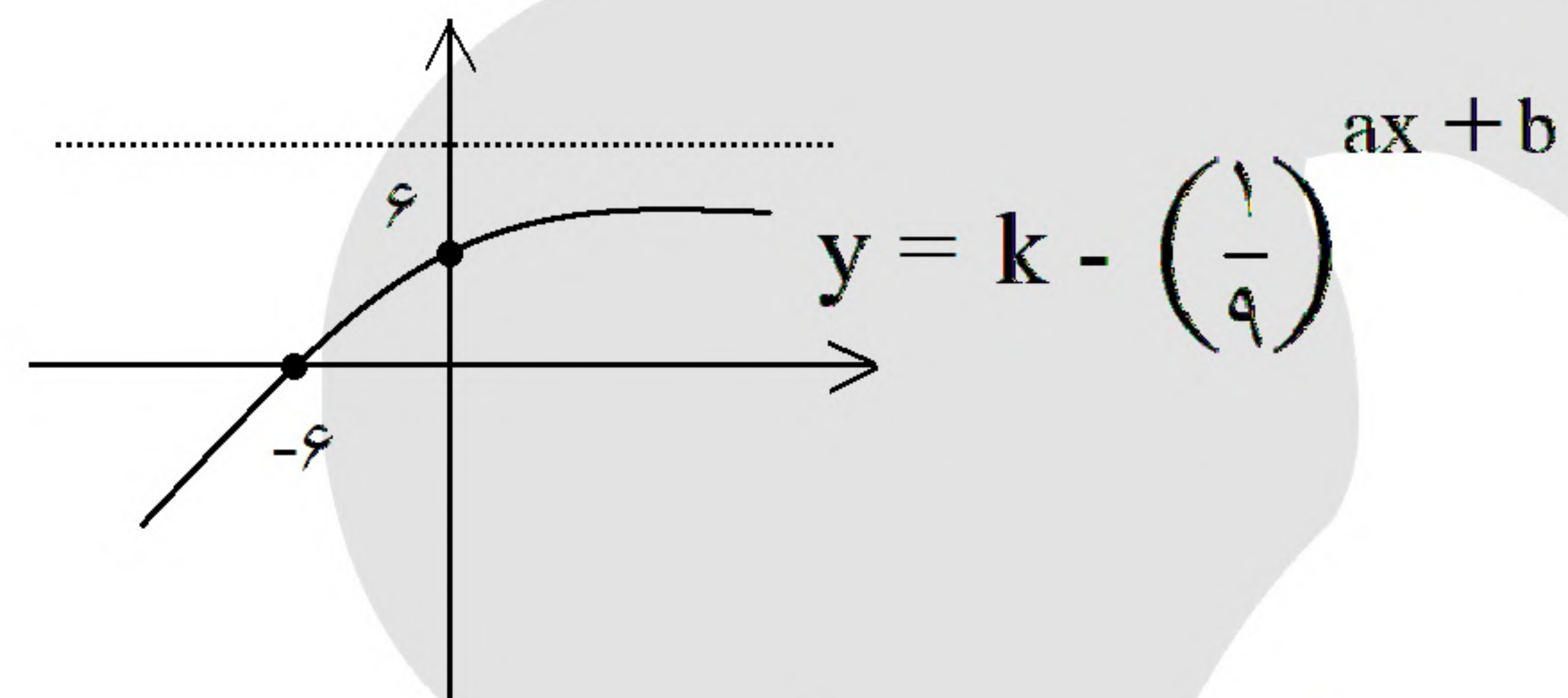
(۲) $-2/5$

(۱) $-5/5$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



در این حالت حتماً $k > 0$ و طول از مبدأ منفی و عرض از مبدأ مثبت است.



$$f(0) = 6 \Rightarrow k - \left(\frac{1}{9}\right)^b = 6 \Rightarrow \left(\frac{1}{9}\right)^b = k - 6$$

$$f(-6) = 0 \Rightarrow k - \left(\frac{1}{9}\right)^{-6a+b} = 0 \Rightarrow k = \left(\frac{1}{9}\right)^{-6a+b}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{9}\right)^b = \left(\frac{1}{9}\right)^{-6a+b} - 6 \Rightarrow 3^{-2b} = 3^{12a-2b} - 6$$

$$3^{-2b}(3^{12a} - 1) = 6 \Rightarrow \begin{cases} -2b = 1 \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \Rightarrow k = 9 \\ 12a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{12} \end{cases} \Rightarrow bk = \left(-\frac{1}{2}\right)(9) = -4/5$$

برای $a < 0$ نیز به همین نتیجه می‌رسد.



۱۷- در دنباله هندسی $\frac{1}{3}, a, b, c, \frac{1}{3}, d, e, \dots$ مقدار e کدام است؟ ($d > 0$)

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ (۴) $\frac{2}{3\sqrt{2}}$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $\frac{1}{3}, a, b, c, \frac{1}{3}, d, e, \dots$

$$a_1 = \frac{1}{3}, a_5 = \frac{1}{3} \Rightarrow r^{5-1} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} \Rightarrow r^4 = 1 \xrightarrow{r > 0} r = \sqrt[4]{1} = 1$$

$$e = a_7 \Rightarrow e = a_1 r^6 = \frac{1}{3} \times \left(\sqrt[4]{1}\right)^6 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{24}$$

۱۸- جمله ی پنجم یک دنباله ی حسابی با اختلاف مشترک ناصفر، واسطه ی هندسی بین جملات سوم و نهم آن دنباله است. اگر جمله ی پنجم دنباله ۷ باشد، جمله ی صد و یکم دنباله، کدام است؟

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۱۷۵ (۳) ۱۵۰ (۴) ۱۲۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. روش اول:

$$a + 2d, a + 4d, a + 8d \Rightarrow (a + 4d)^2 = (a + 2d)(a + 8d) \Rightarrow a^2 + 8ad + 16d^2 = a^2 + 10ad + 16d^2 \Rightarrow 2ad = 0 \xrightarrow{d \neq 0} a_1 = 0, a_5 = 7$$

$$d = \frac{7-0}{5-1} = \frac{7}{4} \Rightarrow a_{101} = a_1 + 100d = 7 \times 25 = 175$$

$$r = \frac{9-5}{5-3} = 2, a_3, a_5, a_9 \Rightarrow a_9 = ra_5 = 14$$

روش دوم:

$$\Rightarrow d = \frac{14-7}{9-5} = \frac{7}{4} \Rightarrow \dots$$

۱۹- اگر $Y, X-1, X, X+2, Z$ جملات متوالی یک دنباله ی هندسی باشند، مقدار XYZ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

$$X^2 = (X-1)(X+2) \Rightarrow X^2 = X^2 + X - 2 \Rightarrow X = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\xrightarrow{\text{جاگذاری}} Y, 1, 2, 4, Z \Rightarrow \begin{cases} Z = 2(4) = 8 \\ Y = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow XYZ = 8$$



۲۰- اگر $\frac{3^{\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{1}{8}} \times 9^{\frac{1}{32}} \times 9^{\frac{1}{64}}}{3^{\frac{1}{2}} \times 4^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{3}{8}} \times 4^{\frac{3}{8}}} = 3^A \times 12^B$ باشد، مقدار $A + B$ ، کدام است؟

$-\frac{13}{16}$ (۴)

$\frac{13}{16}$ (۳)

$\frac{13}{32}$ (۲)

$-\frac{13}{32}$ (۱)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{3^{\frac{1}{4}} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}}{3^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{8} \times 4^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{2} + \frac{3}{8}} = 3^{-\frac{13}{32}} \times 4^{-\frac{7}{8}} = 3^A \times (3 \times 4)^B$$

$$\Rightarrow 3^{A+B} \times 4^B = 3^{-\frac{13}{32}} \times 4^{-\frac{7}{8}} \Rightarrow A + B = -\frac{13}{32}$$

۲۱- نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = a\left(\frac{1}{3}\right)^x$ در نقطه‌ای به عرض ۴ محور y ها راقطع می‌کند. مقدار تابع در $x = -2$ ، کدام است؟

۳۶ (۴)

۲۷ (۳)

$\frac{9}{4}$ (۲)

$\frac{4}{9}$ (۱)

$$y = a\left(\frac{1}{3}\right)^x \xrightarrow{(0, 4)} a\left(\frac{1}{3}\right)^0 = 4 \Rightarrow a = 4$$

$$\Rightarrow y = 4\left(\frac{1}{3}\right)^x \xrightarrow{x = -2} y = 4\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 4(3)^2 = 36$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



۲۲- جمله‌های دوم و پنجم یک دنباله‌ی هندسی، به ترتیب، $\frac{1}{4}$ و ۴ هستند. مجموع هشت جمله‌ی اول دنباله، کدام است؟

۶۷/۷۵ (۴)

۶۴/۵ (۳)

۶۳/۷۵ (۲)

۶۳/۵ (۱)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{a_5}{a_2} = \frac{a_1 r^4}{a_1 r^1} = r^3 \Rightarrow r^3 = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} = 1 \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2 \\ a_5 &= 4 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4, 8, 16, 32$$

$$S_n = \frac{a_1 (1 - r^n)}{1 - r}$$

$$S_8 = \frac{1}{4} \left(\frac{1 - 2^8}{1 - 2} \right) = \frac{1 - 256}{-4} = \frac{-255}{-4} = 63.75$$

۲۳- حاصل $2^{-\frac{1}{3}} (\sqrt[3]{16}) \left(\frac{1}{4}\right)^{-0.5}$ ، کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

۱ (۱)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$2^{-\frac{1}{3}} \times (\sqrt[3]{16}) \left(\frac{1}{4}\right)^{-0.5} = 2^{-\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}} \times 2^1 = 2^2 = 4$$

$$\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^4} \quad \left(\frac{1}{4}\right)^{-0.5} = \left(\frac{1}{2^2}\right)^{-0.5}$$

۲۴- در یک دنباله‌ی هندسی جمله‌ی اول ۲۲۴ با قدرنسبت $\frac{1}{2}$ ، جمله‌ی n ام آن ۷ می‌باشد. مجموع جملات این دنباله از

۲۲۴ تا عدد ۷ و خود این اعداد، کدام است؟

۴۵۸ (۴)

۴۴۱ (۳)

۴۲۰ (۲)

۳۶۹ (۱)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$224, 112, 56, 28, 14, 7$$

که مجموع این جملات برابر با ۴۴۱ می‌باشد.