

گنجینه سوال رایگان
+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



۱	۲	۳	۴	۱	۲	۳	۴
۱ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۱ - <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۴۲ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۳ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۴ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۵ - <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۶ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۷ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۸ - <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۹ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۱۰ - <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۱۱ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>				
۱۲ - <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۱۳ - <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۱۴ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>				
۱۵ - <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۱۶ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>				
۱۷ - <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۱۸ - <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۱۹ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>				
۲۰ - <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۲۱ - <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۲۲ - <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۲۳ - <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۲۴ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۲۵ - <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۲۶ - <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۲۷ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>				
۲۸ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۲۹ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۳۰ - <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۳۱ - <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۳۲ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۳۳ - <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۳۴ - <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۳۵ - <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۳۶ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۳۷ - <input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۳۸ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>				
۳۹ - <input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
۴۰ - <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>				



۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{6} \circ \underbrace{\circ \circ \dots \circ}_m \frac{27}{2}$$

$$\frac{1}{6} \times q^{m+1} = \frac{27}{2} \Rightarrow (\sqrt{3})^{m+1} = 81 = 3^4 \Rightarrow 3^{\frac{m+1}{2}} = 3^4$$

$$\Rightarrow \frac{m+1}{2} = 4 \Rightarrow m = 7$$

۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

جملات را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$-2d, -d, 0, d, 2d$$

$$(-2d)^2 + (-d)^2 + 0 + (d)^2 + (2d)^2 = 10d^2 = 1210$$

$$\Rightarrow d^2 = 121 \Rightarrow d = \pm 11$$

جملات به صورت زیر خواهند بود:

$$-22, -11, 0, 11, 22$$

$$22 - (-22) = 44: \text{تفاضل بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین جمله}$$

۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$S_{2n} = \frac{2n}{2}(2a_1 + (2n-1)d) = n(-2 + 2(2n-1)) \Rightarrow S_{2n} = 4n^2 - 2n$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) = \frac{n}{2}(-2 + 2(n-1)) = -n + n^2 - n = n^2 - 2n$$

$$\Rightarrow S_{2n} = 5S_n \Rightarrow 4n^2 - 2n = 5n^2 - 10n \Rightarrow n^2 = 6n \Rightarrow n = 6$$

۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$a_8 = ka_7 \Rightarrow a_1 + 7d = k(a_1 + 6d)$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_{51} = \frac{51}{2}(2a_1 + 50d) = 0 \Rightarrow a_1 = -25d$$

$$\Rightarrow -25d + 7d = k(-25d + 6d) \Rightarrow -18d = k(-19d) \Rightarrow k = 3$$

۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دنباله ... ۹, ۱۲, ۱۵ دنباله حسابی است:

$$d = 12 - 9 = 3, a_1 = 9$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

با توجه به جمله عمومی دنباله داریم:

$$\xrightarrow{n=100} a_{100} = a_1 + 99d = 9 + 99(3) = 9 + 297 = 306$$



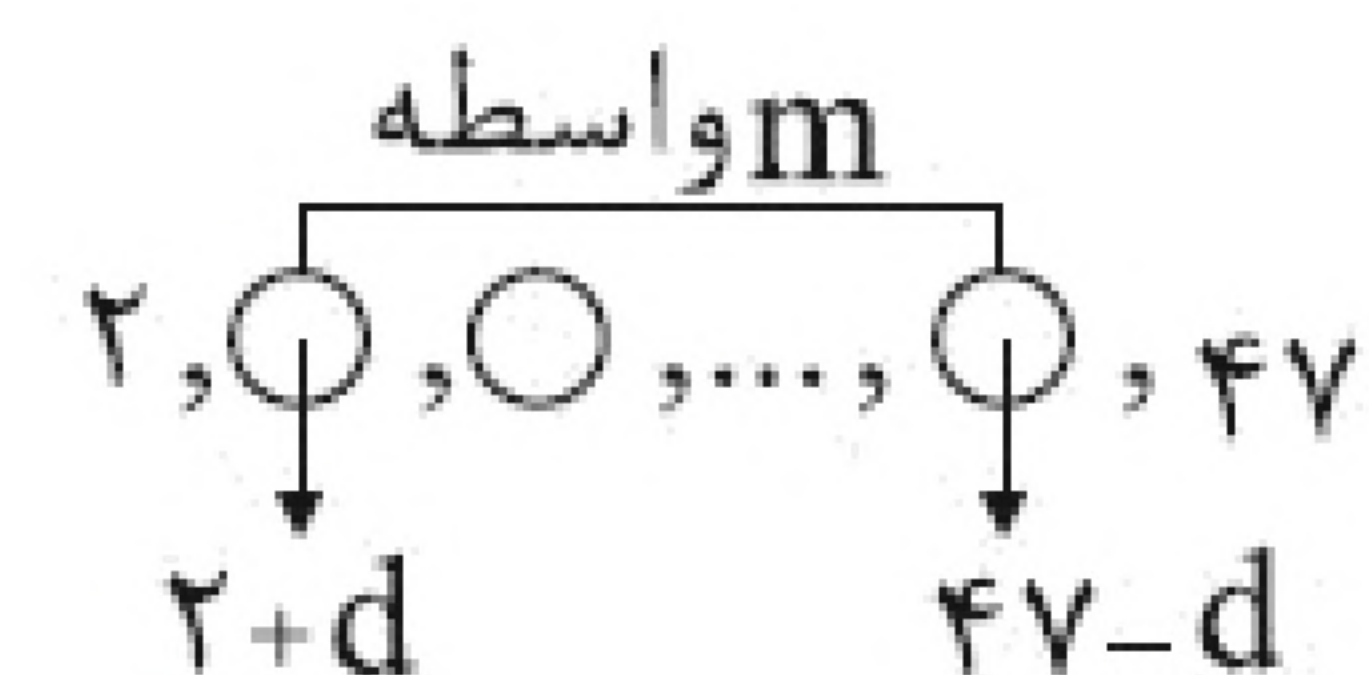
۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$n = 1 \Rightarrow a_3 = a_2 - a_1 = 2 - 1 = 1$$

$$n = 2 \Rightarrow a_4 = a_3 + a_2 = 1 + 2 = 3$$

$$n = 3 \Rightarrow a_5 = a_4 - a_3 = 3 - 1 = 2$$

۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\frac{47 - d}{2 + d} = 6 \Rightarrow 47 - d = 12 + 6d \Rightarrow 35 = 7d \Rightarrow d = 5$$

می دانیم وقتی بین a و b ، m واسطه‌ی حسابی درج می‌کنیم، قدرنسبت دنباله به صورت $d = \frac{b - a}{m + 1}$ به دست

$$d = \frac{47 - 2}{m + 1} = 5 \Rightarrow \frac{45}{m + 1} = 5 \Rightarrow m + 1 = 9 \Rightarrow m = 8$$

می‌آید، بنابراین:

۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بین دو عدد ۵ و ۱۷، دو جمله آمده است، بنابراین اختلاف مشترک از رابطه زیر به دست

$$d = \frac{17 - 5}{2 + 1} = \frac{12}{3} = 4$$

می‌آید:

$$1, 5, 9, 13, 17, 21, \dots$$

حالا کل دنباله را بازنویسی می‌کنیم:
در این صورت داریم:

$$x = 1, y = 9, z = 13, k = 21 \Rightarrow x + y + z - k = 2$$

۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون اختلاف مشترک مثبت است، پس $a_1 = 3$ است. اگر بین دو عدد a و b ، تعداد k

$$d = \frac{b - a}{k + 1} \Rightarrow d = \frac{18 - 3}{10} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

واسطه حسابی درج کنیم؛ آنگاه:

واسطه ششم، همان جمله هفتم این دنباله حسابی است. چون اختلاف مشترک مثبت است، جمله اول عدد ۳ است.

$$\Rightarrow a_7 = a_1 + 6d = 3 + 6\left(\frac{3}{2}\right) = 3 + 9 = 12$$

بنابراین:

۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. جمله چهارم دنباله a_n برابر $\frac{3}{8}$ است، پس به جای n ها عدد ۴ و به جای a_n عدد $\frac{3}{8}$ را

$$\frac{3}{8} = \frac{4k - 3}{4 + 6} \Rightarrow 8(4k - 3) = 30 \Rightarrow 32k - 24 = 30 \Rightarrow 32k = 54 \Rightarrow k = \frac{54}{32} = \frac{27}{16}$$

قرار می‌دهیم:

جمله شانزدهم برابر است با:

$$a_n = \frac{\frac{27}{16}n - 3}{n + 6} \xrightarrow{n = 16} a_{16} = \frac{\frac{27}{16}(16) - 3}{16 + 6} = \frac{24}{22} = \frac{12}{11}$$



۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در دنباله حسابی داریم:

$$70, 68, \dots \Rightarrow d = 68 - 70 = -2$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow -1200 = 70 + (n-1)(-2) \Rightarrow -1200 = 70 - 2n + 2$$

$$\Rightarrow 2n = 72 + 1200 \Rightarrow 2n = 1272 \Rightarrow n = \frac{1272}{2} = 636$$

۱۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون جمله عمومی یک دنباله حسابی باید درجه یک باشد بنابراین جمله n^2 باید در مخرج حذف شود. پس:

$$a_n = \frac{2kn + 18}{(k+2)n^2 + k - 1} \xrightarrow{k=-2} a_n = \frac{-4n + 18}{-3}$$

$$a_n = \frac{4}{3}n - 6 < 0 \Rightarrow \frac{4n}{3} < 6 \Rightarrow n < \frac{18}{4} \Rightarrow n < 4.5 \Rightarrow n = \{1, 2, 3, 4\}$$

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از جمله عمومی، جمله اول و اختلاف مشترک را محاسبه می‌کنیم:

$$a_n = 8n - 1 \Rightarrow a_1 = 8 \times (1) - 1 = 7$$

$$a_2 = 8 \times (2) - 1 = 15$$

$$d = a_2 - a_1 = 8$$

نکته ۱: در جمله عمومی دنباله حسابی، ضریب n برابر اختلاف مشترک است.

نکته ۲: رابطه مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی به صورت $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$ است.

با استفاده از نکته ۲ و با توجه به صورت سؤال داریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(2 \times 7 + (n-1) \times 8) = \frac{n}{2}(6 + 8n) \Rightarrow S_n = 3n + 4n^2 = hn + kn^2$$

$$\Rightarrow k = 4, h = 3 \Rightarrow h + k = 7$$

۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به اطلاعات سؤال داریم:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 18 \Rightarrow a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 18$$

$$\Rightarrow 3a_1 + 3d = 18 \Rightarrow a_1 + d = 6 \quad (*)$$

$$a_4 + a_8 + a_9 = 36 \Rightarrow a_1 + 3d + a_1 + 7d + a_1 + 8d = 36$$

$$\Rightarrow 3a_1 + 18d = 36 \Rightarrow a_1 + 6d = 12 \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*, **)} \begin{cases} a_1 + d = 6 \\ a_1 + 6d = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a_1 = 5 \\ d = 1 \end{matrix} \Rightarrow a_{20} = a_1 + 19d = 24$$

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$t_V = t_1 + 6d \xrightarrow{d' = d+3} t'_V = t_1 + 6(d+3) = t_1 + 6d + 18 = t_V + 18$$

بنابراین، ۱۸ واحد به جمله هفتم افزوده می‌شود.



۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. جملات سوم و پنجم دنباله $t_n = (a-1)n^2 + bn$ ، به ترتیب برابر ۳ و ۶ هستند، پس:

$$t_3 = (a-1)(3)^2 + b(3) = 3 \Rightarrow 9a - 9 + 3b = 3 \Rightarrow 9a + 3b = 12 \xrightarrow{\div 3} 3a + b = 4 \quad (1)$$

$$t_5 = (a-1)(5)^2 + b(5) = 6 \Rightarrow 25a - 25 + 5b = 6 \Rightarrow 25a + 5b = 31 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{1, 2} \begin{cases} 3a + b = 4 \\ 25a + 5b = 31 \end{cases} \xrightarrow{\times (-5)} \begin{cases} -15a - 5b = -20 \\ 25a + 5b = 31 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} 10a = 11 \Rightarrow a = \frac{11}{10}, b = \frac{7}{10}$$

$$t_n = \frac{1}{10}n^2 + \frac{7}{10}n$$

$$t_{10} = \frac{1}{10}(10)^2 + \frac{7}{10}(10) = 10 + 7 = 17$$

جمله دهم دنباله برابر است با:

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم جمله عمومی هر دنباله حسابی باید به شکل $a_n = a_1 + (n-1)d$ باشد، ولی

جمله عمومی $a_n = \frac{1}{2} \times 3^{n-1}$ را نمی‌توان به شکل گفته شده نوشت، پس دنباله $a_n = \frac{10n+2}{6}$ حسابی است و خواهیم داشت:

$$a_n = \frac{10n+2}{6} \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{n=1} a_1 = \frac{10(1)+2}{6} = \frac{12}{6} = 2 \\ \xrightarrow{n=2} a_2 = \frac{10(2)+2}{6} = \frac{22}{6} = \frac{11}{3} \\ \xrightarrow{n=3} a_3 = \frac{10(3)+2}{6} = \frac{32}{6} = \frac{16}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1 \times a_3}{a_2} = \frac{2 \times \frac{16}{3}}{\frac{11}{3}} = \frac{32}{11}$$

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳ جمله اول دنباله حسابی را بر طبق قاعده زیر در نظر می‌گیریم:

جمله وسط را t در نظر گرفته و بر حسب اختلاف مشترک (d) می‌نویسیم:

$$t-d, t, t+d$$

$$(t-d) + t + (t+d) = 30 \Rightarrow 3t = 30 \Rightarrow t = 10$$

$$(t-d) \times t \times (t+d) = 840 \Rightarrow (10-d)(10+d) = 84 \Rightarrow 100 - d^2 = 84$$

$$\Rightarrow 100 - 84 = d^2 \Rightarrow 16 = d^2 \xrightarrow{d>0} 4 = d$$

$$t = 10 \Rightarrow a_1 = 6, \text{ جملات دنباله } (10-4, 10, 10+4) \quad \underbrace{\quad}_6 \quad \underbrace{\quad}_{14}$$

$$a_n = 50 \Rightarrow a_1 + (n-1)d = 50 \Rightarrow (n-1) \times 4 = 50 - 6 \Rightarrow n-1 = \frac{44}{4} \Rightarrow n-1 = 11 \Rightarrow n = 12$$



۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. سه جمله دوم دنباله، جمله‌های چهارم و پنجم و ششم هستند.

$$a_4 + a_5 + a_6 = 57 \Rightarrow a_1 + 3d + a_1 + 4d + a_1 + 5d = 57 \Rightarrow 3a_1 + 12d$$

$$\Rightarrow a_1 + 4d = 19$$

$$a_1 + 9d = 39$$

از طرفی $a_{10} = 39$ یعنی:

دستگاه تشکیل داده و جمله اول (a_1) و قدرنسبت (d) را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} a_1 + 4d = 19 \\ a_1 + 9d = 39 \end{cases} \Rightarrow d = 4 \Rightarrow a_1 = 3$$

$$a_{21} = a_1 + 20d = 3 + 80 = 83$$

برای جمله ۲۱ام داریم:

۲۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا جملات سیزدهم و سی‌ام را حساب و سپس با هم جمع می‌کنیم:

$$a_n = \frac{1-2n}{3} \Rightarrow a_{13} = \frac{1-2(13)}{3} = \frac{-25}{3}$$

$$a_n = \frac{1-2n}{3} \Rightarrow a_{30} = \frac{1-2(30)}{3} = \frac{-59}{3}$$

$$\Rightarrow a_{13} + a_{30} = \frac{-84}{3} = -28$$

۲۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به اطلاعات سؤال داریم:

$$a_2 + a_4 = 8 \Rightarrow a_1 + d + a_1 + 3d = 8 \Rightarrow 2a_1 + 4d = 8 \Rightarrow a_1 + 2d = 4 \Rightarrow a_3 = 4$$

$$a_3 \times a_9 = 32 \xrightarrow{a_3 = 4} a_9 = \frac{32}{4} = 8$$

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 4 \\ a_1 + 8d = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a_1 - 2d = -4 \\ a_1 + 8d = 8 \end{cases} \Rightarrow 6d = 4 \Rightarrow d = \frac{2}{3}$$

۲۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر c و b و a سه جمله متوالی دنباله حسابی باشند، آنگاه:

$$2b = a + c$$

$$2 \times \frac{(x + \sqrt{2})}{4} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{x + \sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{1} \Rightarrow x + \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = 6\sqrt{2} - \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}, \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{2}}{4}, 2\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{2}, \frac{6\sqrt{2}}{4}, 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow d = \frac{6\sqrt{2}}{4} - \sqrt{2} = \frac{6\sqrt{2} - 4\sqrt{2}}{4} = \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

جمله‌ها عبارت‌اند از:



۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

تعداد مثلث های سفید

$$\begin{aligned} 1 \text{ مرحله} &= 1 = \frac{1 \times 2}{2} \\ 2 \text{ مرحله} &= 1 + 1 = 2 = \frac{2 \times 3}{2} \\ 3 \text{ مرحله} &= 1 + 2 + 1 = 4 = \frac{3 \times 4}{2} \\ 4 \text{ مرحله} &= 1 + 2 + 3 + 1 = 6 = \frac{4 \times 5}{2} \\ &\vdots \\ 20 \text{ مرحله} &= 1 + 2 + 3 + \dots + 20 = \frac{20 \times 21}{2} = 210 \end{aligned}$$

در الگوی داده شده برای شکل n ام داریم:

$$a_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

۲۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در دنباله حسابی داریم:

$$\begin{cases} a_4 = a_1 + 3d = 10 \\ d = 3a_1 \end{cases} \Rightarrow a_1 + 3(3a_1) = 10 \Rightarrow 10a_1 = 10 \Rightarrow a_1 = 1 \Rightarrow d = 3$$

با توجه به جمله عمومی داریم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_{10} = a_1 + 9d = 1 + 9 \times (3) = 28$$

۲۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. داریم $a_1 = 1$ و $a_{n+1} = a_n + 2n + 1$ ؛ بنابراین می توان نوشت:

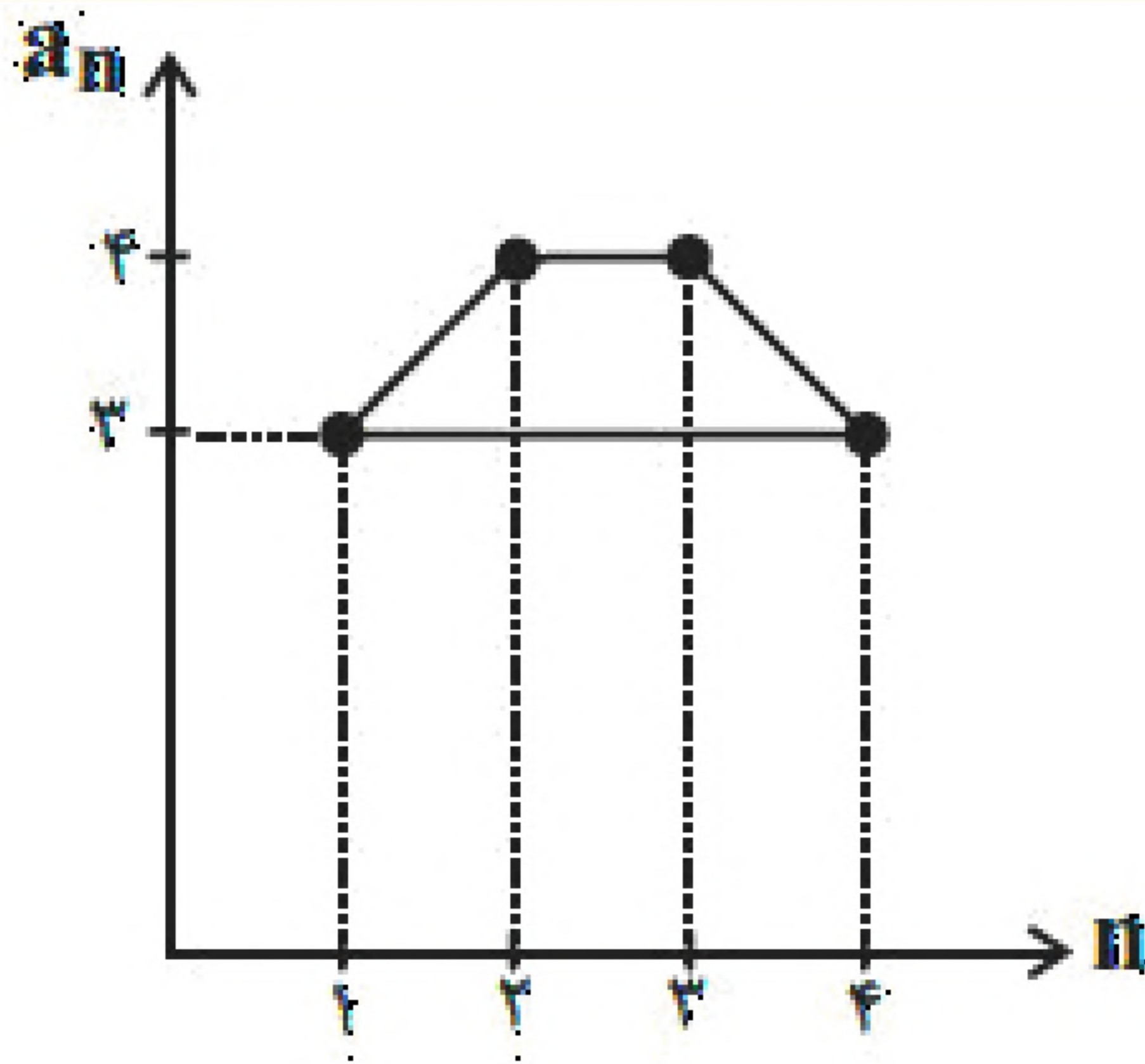
$$\begin{aligned} n=1 &\Rightarrow a_2 = a_1 + 2(1) + 1 = 1 + 2 + 1 = 4 = 2^2 \\ n=2 &\Rightarrow a_3 = a_2 + 2(2) + 1 = 4 + 4 + 1 = 9 = 3^2 \\ n=3 &\Rightarrow a_4 = a_3 + 2(3) + 1 = 9 + 6 + 1 = 16 = 4^2 \\ &\vdots \\ &\Rightarrow a_{19} = 19^2 = 361 \end{aligned}$$

۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$2, -2, -6, \dots \Rightarrow a_1 = 2, d = a_2 - a_1 = -2 - 2 = -4$$

واسطه حسابی خواسته شده

$$\begin{aligned} &= \frac{a_3 + a_8}{2} = \frac{(a_1 + 2d) + (a_1 + 7d)}{2} = \frac{2a_1 + 9d}{2} \\ &= \frac{2(2) + 9(-4)}{2} = \frac{4 - 36}{2} = \frac{-32}{2} = -16 \end{aligned}$$



۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به دنباله a_n می توان نتیجه گرفت:

$$a_1 = 3, \quad a_2 = 4$$

$$a_3 = 4, \quad a_4 = 3$$

با وصل کردن این نقاط به هم، یک دوزنقه ایجاد می شود.

$$S = \frac{\text{ارتفاع} \times (\text{قاعده بزرگ} + \text{قاعده کوچک})}{2}$$

$$= \frac{(1+3) \times 1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

۲۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با قرار دادن $n = 19$ در رابطه داده شده، داریم:

$$a_{n+1} = \frac{2}{a_n} - 3n \xrightarrow{n=19} a_{20} = \frac{2}{a_{19}} - 3(19) \Rightarrow 100 = \frac{2}{a_{19}} - 57 \Rightarrow \frac{2}{a_{19}} = 157 \Rightarrow a_{19} = \frac{2}{157}$$

۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$a_n \text{ دنباله عمومی دنباله } a_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$F_7 = 13 \Rightarrow \dots, 13, 8, 5, 3, 2, 1, 1, 1 \text{ : دنباله فیبوناتچی}$$

جمله هفتم

$$b_n \text{ دنباله عمومی دنباله } b_n = n^2 \Rightarrow b_4 = 16 \Rightarrow a_n = F_7 + b_4 - 8$$

$$\Rightarrow a_n = 13 + 16 - 8 \Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 21 \Rightarrow n^2 + n - 42 = 0 \Rightarrow (n-6)(n+7) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n=6 & \checkmark \\ n=-7 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$a_n = bn - b + 3b + 1 = bn + 2b + 1$$

۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

ضریب n برابر قدرنسبت و مساوی $b = -4$ است.

$$a_n = -4n - 7 = -35 \Rightarrow -4n = -28 \Rightarrow n = 7$$

۳۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به جمله عمومی دنباله حسابی و رابطه داده شده، داریم:

$$\frac{a_1 + a_2}{a_3 + a_4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a_1 + a_1 + d}{a_1 + 2d + a_1 + 3d} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2a_1 + d}{2a_1 + 5d} = \frac{1}{2} \Rightarrow 4a_1 + 2d = 2a_1 + 5d$$

$$a_1 = d + 1$$

$$\Rightarrow 2a_1 = 3d \xrightarrow{a_1 = d+1} 2d + 2 = 3d \Rightarrow d = 2 \Rightarrow a_1 = 2 + 1 = 3$$

$$\Rightarrow a_5 = a_1 + 4d = 3 + 4 \times 2 = 11$$

جمله پنجم برابر است با:



۳۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. الگوی داده شده مربوط به یک الگوی مثلثی است که جمله عمومی آن به صورت $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ می باشد که در آن n ، تعداد دایره ها در مرحله n ام است. بنابراین می توان نوشت:

$$\frac{n(n+1)}{2} = 3240 \Rightarrow n(n+1) = 6480 = 80 \times 81 \Rightarrow n = 80$$

۳۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. داریم $a_1 = 1$ و $a_{n+1} = a_n + 2n + 1$ بنابراین می توان نوشت:

$$n = 1 \Rightarrow a_2 = a_1 + 2(1) + 1 = 1 + 2 + 1 = 4 = 2^2$$

$$n = 2 \Rightarrow a_3 = a_2 + 2(2) + 1 = 4 + 4 + 1 = 9 = 3^2$$

$$n = 3 \Rightarrow a_4 = a_3 + 2(3) + 1 = 9 + 6 + 1 = 16 = 4^2$$

$$\Rightarrow a_{19} = 19^2 = 361$$

۳۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به جمله عمومی دنباله مثلثی داریم:

$$b_n = \frac{n(n+1)}{2} \xrightarrow{n=20} b_{20} = \frac{20 \times 21}{2} = 210$$

$$a_n = 2n - 10 \xrightarrow{a_n = 210} 210 = 2n - 10 \Rightarrow 2n = 220 \Rightarrow n = 110$$

۳۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a_1 = 1 = 1^2, a_2 = 4 = 2^2, a_3 = 9 = 3^2 \Rightarrow a_n = n^2 \Rightarrow a_7 = 7^2 = 49$$

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 \Rightarrow 13 + 49 - 7 = 55$$

↓
جمله هفتم

دنباله b_n به دنباله مثلثی معروف است که جمله عمومی آن به صورت $b_n = \frac{n(n+1)}{2}$ است؛ در نتیجه:

$$\frac{n(n+1)}{2} = 55 \Rightarrow n(n+1) = 110 \Rightarrow n = 10$$

۳۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$t_{10} - t_4 = 24 \Rightarrow (t_1 + 9d) - (t_1 + 3d) = 24 \Rightarrow 6d = 24 \Rightarrow d = 4$$

$$t_{30} - t_{18} = (t_1 + 29d) - (t_1 + 17d) = 12d = 12 \times 4 = 48$$

بنابراین:



۳۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $d = -4$: قدرنسبت $\Rightarrow 37, 33, 29, \dots$

$$t_n = 37 + (n-1)(-4) \Rightarrow t_n = -4n + 41$$

$$t_n < 0 \Rightarrow -4n + 41 < 0 \Rightarrow 4n > 41 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n \geq 11$$

اولین جمله منفی، جمله یازدهم است. از آنجا که این دنباله یازده جمله منفی دارد، جمله آخر آن، برابر است

$$t_{11} = -4 \times 11 + 41 = -43$$

با:

۳۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دستمزد کارگر در هر هفته، مقدار ثابتی اضافه می شود، پس دستمزد وی در هفته های متوالی، تشکیل یک دنباله حسابی با جمله اول $t_1 = 750$ و قدرنسبت $d = 25$ می دهد:

$$t_n = 750 + (n-1)(25) \Rightarrow 2000 = 750 + (n-1) \times 25 \Rightarrow n-1 = \frac{2000-750}{25} = 50 \Rightarrow n = 51$$

پس کارگر در پایان هفته ی ۵۱م به دستمزد ۲۰۰۰ واحد می رسد.

۳۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در الگوی خطی، جمله n^2 و درجات بالاتر از آن را نداریم، پس ضریب جمله n^2 باید صفر باشد، بنابراین: $a + 2 = 0$ ، در نتیجه: $a = -2$. پس جمله عمومی الگوی خطی برابر است با:

$$t_n = -2n - b, \text{ از طرفی } t_4 = 8 \text{ است:}$$

$$-2 \times 4 - b = 8 \Rightarrow b = -16 \Rightarrow t_n = -2n + 16$$

$$t_n \geq 0 \Rightarrow -2n + 16 \geq 0 \Rightarrow 2n \leq 16 \Rightarrow n \leq 8 \Rightarrow \text{۸ جمله نامنفی دارد.}$$

۴۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا اولین جمله مشترک را می یابیم که ۵ است. دنباله جملات مشترک یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک (قدرنسبت) کوچکترین مضرب مشترک اختلاف مشترک قدرنسبت دو دنباله است.

$$\left. \begin{array}{l} d_1 = 2 \\ d_2 = 3 \end{array} \right\} \text{م.م.ك} = 6 \Rightarrow C_n = C_1 + (n-1)d$$

دنباله جملات مشترک

$$\Rightarrow C_n = 5 + (n-1)(6) \Rightarrow C_n = 6n - 1$$

$$a_{30} = 3 + 2 \times 29 = 61$$

$$b_{30} = 2 + 3 \times 29 = 89$$

پس $6n - 1$ باید کوچکتر مساوی ۶۱ باشد.

$$6n - 1 \leq 61 \Rightarrow 6n \leq 62 \Rightarrow n \leq \frac{62}{6} \Rightarrow n \leq 10 \Rightarrow \text{۱۰ جمله مشترک دارند.}$$



۴۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای به دست آوردن جمله اول به ترتیب جمله سوم و دوم را باید به دست آوریم:

$$\xrightarrow{n=3} a_{3+1} = 3 \times a_3 - 2 \Rightarrow a_4 = 3 \times a_3 - 2 \Rightarrow 82 = 3 \times a_3 - 2$$

$$\Rightarrow 84 = 3 \times a_3 \Rightarrow 28 = a_3$$

$$\xrightarrow{n=2} a_{2+1} = 3 \times a_2 - 2 \Rightarrow a_3 = 3 \times a_2 - 2 \Rightarrow 28 = 3 \times a_2 - 2 \Rightarrow 30 = 3 \times a_2 \Rightarrow 10 = a_2$$

$$\xrightarrow{n=1} a_{1+1} = 3 \times a_1 - 2 \Rightarrow a_2 = 3 \times a_1 - 2 \Rightarrow 10 = 3 \times a_1 - 2 \Rightarrow 12 = 3a_1 \Rightarrow 4 = a_1$$

۴۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. جمله n ام را برابر $\frac{7}{12}$ قرار می دهیم:

$$\frac{3n-1}{5n+7} = \frac{7}{12} \Rightarrow 36n-12 = 35n+49 \Rightarrow n = 49+12 = 61$$

۴۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$a_n = n^2 \Rightarrow a_4 = 4^2 = 16 \quad \text{جمله سوم دنباله حسابی}$$

$$b_n = \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow b_8 = \frac{8(8+1)}{2} = 36 \quad \text{جمله هشتم دنباله حسابی}$$

با توجه به جمله عمومی دنباله حسابی داریم:

$$\begin{cases} a_3 = 16 \\ a_8 = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 2d = 16 \\ a_1 + 7d = 36 \end{cases} \Rightarrow 5d = 20 \Rightarrow d = 4$$

$$a_1 + 2(4) = 16 \Rightarrow a_1 = 8$$

$$\Rightarrow a_{10} = a_1 + 9d = 8 + 9(4) = 44$$

جمله دهم برابر است با:

۴۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون دنباله t_n حسابی است، ضریب n^2 در مخرج باید صفر باشد. بنابراین داریم:

$$k+1 = 0 \Rightarrow k = -1 \Rightarrow t_n = \frac{-2n-3}{3}$$

مجموع n جمله اول دنباله حسابی از رابطه $S_n = \frac{n}{2}(t_1 + t_n)$ به دست می آید.

$$n = 20 \Rightarrow S_{20} = \frac{20}{2}(t_1 + t_{20})$$

$$\begin{cases} t_1 = \frac{-2 \times 1 - 3}{3} = -\frac{5}{3} \\ t_{20} = \frac{-2 \times (20) - 3}{3} = -\frac{43}{3} \end{cases} \Rightarrow S_{20} = 10 \left(-\frac{5}{3} + \left(-\frac{43}{3} \right) \right) \Rightarrow S_{20} = 10 \left(-\frac{48}{3} \right) = 10 \times (-16)$$

$$\Rightarrow S_{20} = -160$$