

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

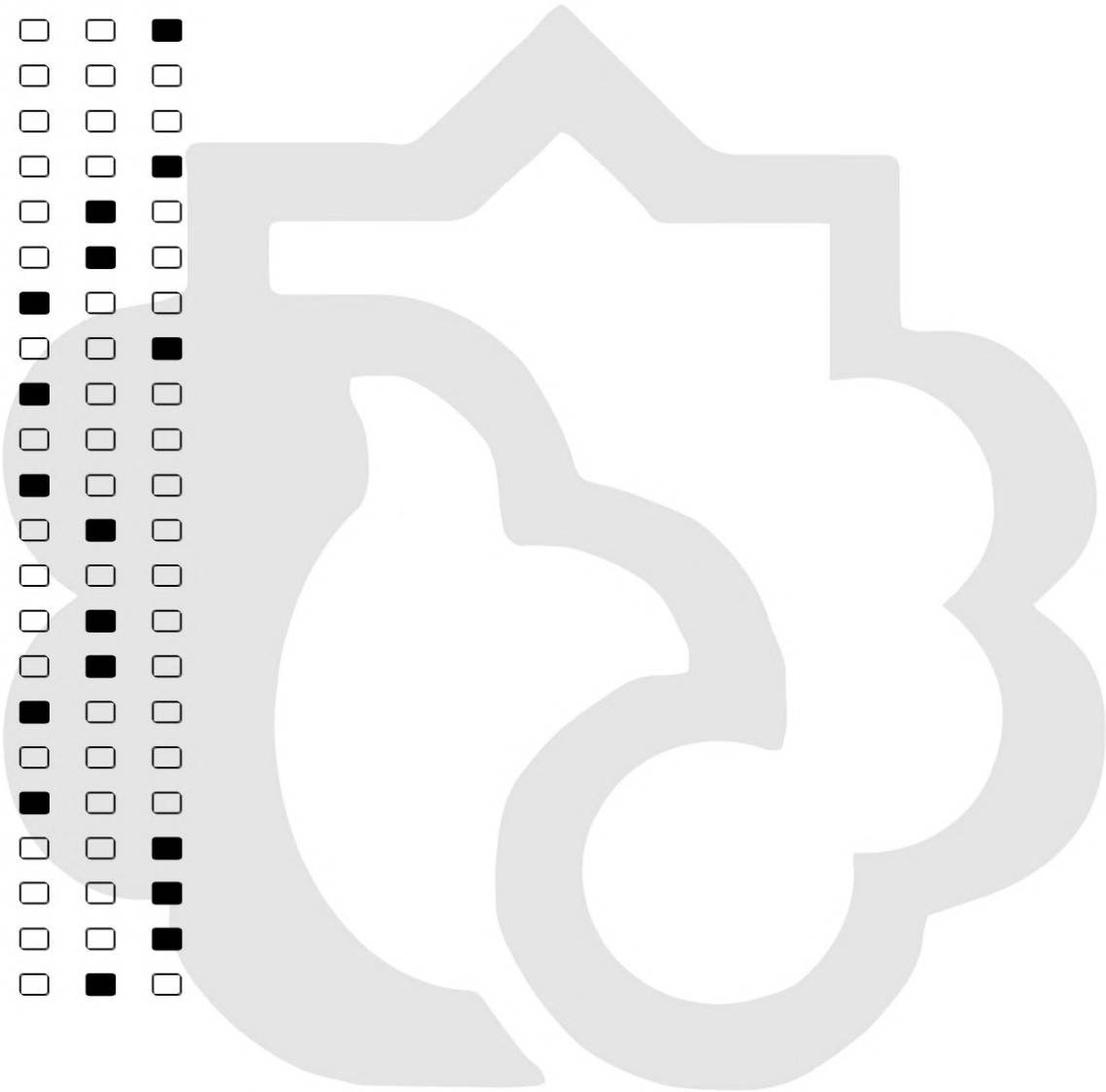
www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



| | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
|------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ۱ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۵ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۶ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۷ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۸ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۹ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۰ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۱ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۱۲ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۳ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۴ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۵ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۱۶ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۷ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۸ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۹ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۰ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۱ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۲ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۳ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۴ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۵ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۶ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲۷ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲۸ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲۹ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |





$$n(S) = \binom{7}{5} = \binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$$

۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$n(A) = \underbrace{\binom{2}{2} \times \binom{3}{3}}_{\text{والدین و ۳ دختر}} + \underbrace{\binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{3}{3}}_{\text{یکی از والدین و یک پسر و ۳ دختر}} + \underbrace{\binom{2}{2} \times \binom{2}{1} \times \binom{3}{2}}_{\text{والدین و ۱ پسر و ۲ دختر}}$$

$$= 1 + 4 + 6 = 11 \Rightarrow P(A) = \frac{11}{21}$$

۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{4}{4} \times \frac{3}{3} \times \frac{2}{2} \times \frac{2}{2} = 48 \\ \frac{4}{4} \times \frac{3}{3} \times \frac{2}{2} \times \frac{2}{2} = 36 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{جمع}} 48 + 36 = 84$$

حسن از ورودی که علی وارد شده نمی‌تواند وارد شود هم‌چنین از خروجی که علی خارج شده نمی‌تواند خارج شود پس دو حالت برای ورود حسن در نظر می‌گیریم حالتی که حسن از دری غیر از خروجی علی وارد شود که ۲ حالت می‌شود و حالتی که حسن دقیقاً از خروجی علی وارد شود که یک حالت می‌شود. سپس به کمک اصل جمع داریم:
 $48 + 36 = 84$

۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون داده‌های نیمه اول کوچک‌تر از ۱۰ و زوج هستند و از طرفی پراکندگی داده‌ها در نیمه اول جعبه (داده‌های بین Q_1 و Q_2) متمرکزند پس داده‌های نیمه اول را به صورت زیر می‌توان در نظر گرفت.

$$6, 8, 8, 8 \Rightarrow \bar{x} = \frac{30}{4} = 7.5$$

۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

احتمال عدد دوم زوج \times احتمال عدد اول زوج + احتمال عدد دوم زوج \times احتمال عدد اول فرد

$$= \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. وقتی عدد زوج و فرد کنار هم قرار نگیرند، یعنی هر ۳ رقم یا زوج است یا فرد.

$$\Rightarrow 120 = 60 + 60 = 120$$

حالت فرد : $\underline{5} \underline{4} \underline{3} : 5 \times 4 \times 3 = 60$
 حالت زوج : $\underline{5} \underline{4} \underline{3} : 5 \times 4 \times 3 = 60$

$$n(s) = 7!$$

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\boxed{3} \times \overbrace{(1+4=5)}^{5!} \times \boxed{2}}{7!} = \frac{3 \times 5! \times 2}{7!} = \frac{5! \times 3 \times 2}{7 \times 6 \times 5!} = \frac{1}{7}$$

نفر اول نفر آخر



$$A: \underline{1} \underline{2} \underline{3}$$

یا

$$B = \underline{\quad} \underline{\quad} \underline{\quad}$$

$$2! \times 2! \times 3! = 2 \times 2 \times 6 = 24$$

$$2! \times 3! = 2 \times 6 = 12$$

۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

الف) حسن و علی در A باشند:

ب) حسن و علی در B باشند:

پس کل حالات برابر $24 + 12 = 36$ است.

۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. قسمت هاشورخورده برابر است با:

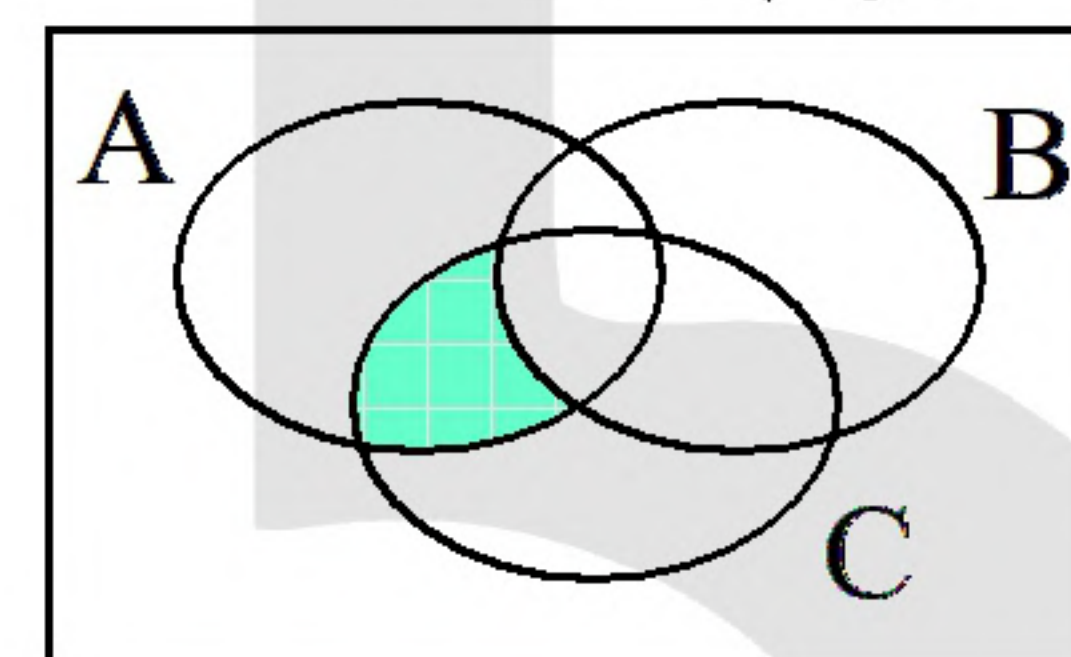
$$(A \cap B) \cup (A \cap C) = A \cap (B \cup C)$$

گزینه ۱ و ۲

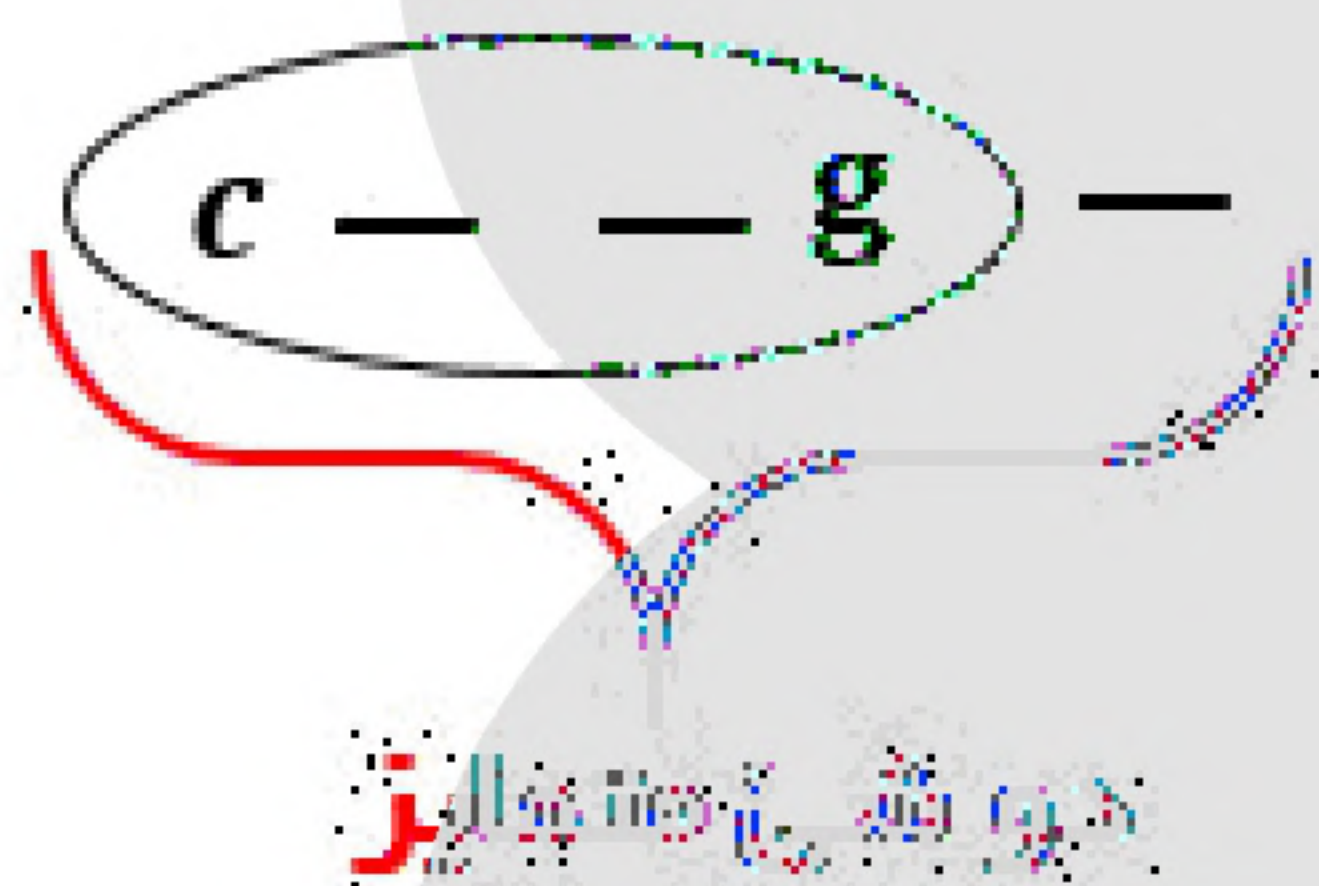
از طرفی:

$$A - (A - B) = A \cap B, \quad A - (A - C) = A \cap C \Rightarrow (A - (A - B)) \cup (A - (A - C)) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

بنابراین گزینه ۴ جواب است.



$$4 \text{ گزینه } ((A - (A \cap B)) \cap (A \cap C) = (A - B) \cap (A \cap C))$$



۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دروازه‌بان، کاپیتان و دو نفری که قرار است بین‌شان قرار بگیرد را درون یک بسته قرار می‌دهیم. از طرفی این بسته به همراه نفر پنجم تشکیل دو شیء متمایز می‌دهند که به $2!$ طریق جایگشت دارند. جایگشت درون بسته: دروازه‌بان و کاپیتان به $2!$ طریق با یکدیگر و دو نفری که بین‌شان قرار می‌گیرند به $2! \times \binom{3}{2}$ طریق جایگشت دارند.

$$\text{تعداد حالات مطلوب} = \binom{3}{2} \times 2! \times 2! \times 2! = 24$$

$$\text{تعداد کل حالات} = 5! = 120$$

$$\text{احتمال} = \frac{24}{120} = \frac{1}{5}$$

۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عدد ۴ را کنار می‌گذاریم و از طرفی تکلیف یکی از چهار عضو مشخص است (عدد ۸).

حال باید ۳ عضو دیگر را از ۵ عدد باقیمانده (۰, ۱, ۲, ۶, ۹) انتخاب کرد:

$$\binom{5}{3} = 10$$

۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از پیشامد متمم استفاده می‌کنیم:

$$P(\text{حداقل در دو موضوع مختلف}) = 1 - P(\text{هم موضوع}) = 1 - \frac{\binom{5}{4}}{\binom{10}{4}} = 1 - \frac{5}{210} = 1 - \frac{1}{42} = \frac{41}{42}$$



«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

$$S - A = A'$$

۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. متمم مجموعه‌ی دلخواه A برابر است با:

اکنون متمم مجموعه‌ی $(A - B) \cup (B - A)$ برابر است با:

$$S - ((A - B) \cup (B - A)) = S - ((A \cup B) - (A \cap B)) = A \cap B \Rightarrow S = A \cup B$$

$$S - ((A \cup B) - (A \cap B)) = A \cap B \Rightarrow S = A \cup B$$

طبق فرض سوال:

روش دوم: از روی نمودار ون

۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

یکی سیاه دو تا سفید

$$P(A) = \frac{\binom{5}{2} \times \binom{4}{1}}{\binom{5+4}{3}} = \frac{\frac{5!}{3! \times 2!} \times \frac{4!}{3! \times 1!}}{\frac{9!}{6! \times 2!}} = \frac{10 \times 4}{9 \times 8 \times 7} = \frac{40}{28 \times 3} = \frac{10}{21}$$

۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{3 \text{ حالت}}{\text{راننده}} \times \frac{4}{4 \text{ نفر مانده}} \times \frac{3}{3 \text{ نفر مانده}} \times \frac{2}{2 \text{ نفر مانده}} \times \frac{1}{1 \text{ نفر مانده}} = 72$$

۱۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. قسمت هاشورخورده برابر است با:

$$A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)' = A \cap (B' \cap C')$$

همچنین برای قسمت هاشورخورده می‌توان نوشت:

$$(A - C) \cap (A - B)$$

$$(A - C) \cup (A - B) = A$$

اما در گزینه‌ی ۴ داریم:

۱۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\binom{4}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{6 + 3}{\frac{7 \times 6}{2}} = \frac{9 \times 3 \times 2}{7 \times 6} = \frac{3}{7}$$

۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

سکه رو

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

تاس مضرب ۳



۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{array}{l} \text{بخش پذیر بر ۵} \left\{ \begin{array}{l} \text{یکان صفر} \Rightarrow 5 \times 4 \times 3 \times 1 = 60 \\ \text{یکان ۵} \Rightarrow 4 \times 4 \times 3 \times 1 = 48 \end{array} \right. \xrightarrow{+} 108 \end{array}$$

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9!}{6! \times 3!} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$$

۲۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$n(A) = \binom{4}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} = 4 \times 3 \times 2 = 24 \Rightarrow P(A) = \frac{24}{84} = \frac{2}{7}$$

ممتنع مخالف موافق

$$\text{اعداد زوج} = \{2, 4, 6, 8\}, \text{اعداد فرد} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

۲۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

حالت اول: ۳ عضو زوج و ۲ عضو فرد

حالت دوم: ۴ عضو زوج و ۱ عضو فرد

$$\binom{4}{3} \times \binom{5}{2} = 4 \times 10 = 40$$

$$\binom{4}{4} \times \binom{5}{1} = 1 \times 5 = 5$$

$$\xrightarrow{\text{اصل جمع}} 40 + 5 = 45$$

$$n(S) = 6 \times 6 \times 6$$

۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. روش اول:

$$A: \text{مجموع } 10 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1, 3, 6 \Rightarrow 3! = 6 \\ 1, 4, 5 \Rightarrow 3! = 6 \\ 2, 3, 5 \Rightarrow 3! = 6 \\ 2, 4, 4 \Rightarrow 3 \\ 2, 2, 6 \Rightarrow 3 \\ 3, 3, 4 \Rightarrow 3 \end{array} \right. \Rightarrow n(A) = 27$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{27}{6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{8}$$

روش دوم: جدول

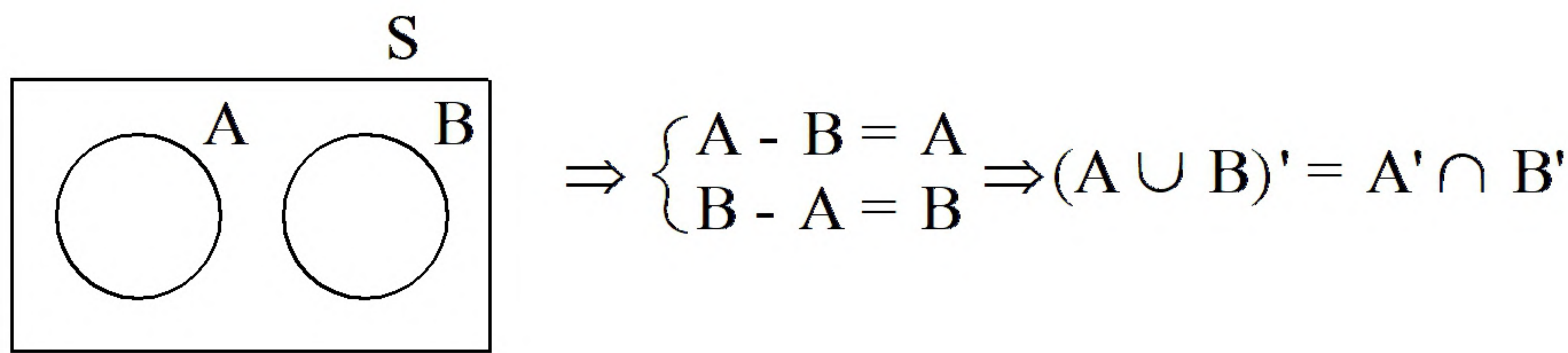
| | | | | | | | | |
|-------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----|----|
| | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ |
| مجموع ۳ تاس | ۱۸ | ۱۷ | ۱۶ | ۱۵ | ۱۴ | ۱۳ | ۱۲ | ۱۱ |
| تعداد حالات | $\binom{2}{2}$ | $\binom{3}{2}$ | $\binom{4}{2}$ | $\binom{5}{2}$ | $\binom{6}{2}$ | $\binom{7}{2}$ | ۲۵ | ۲۷ |

$$\Rightarrow P(A) = \frac{27}{6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{8}$$

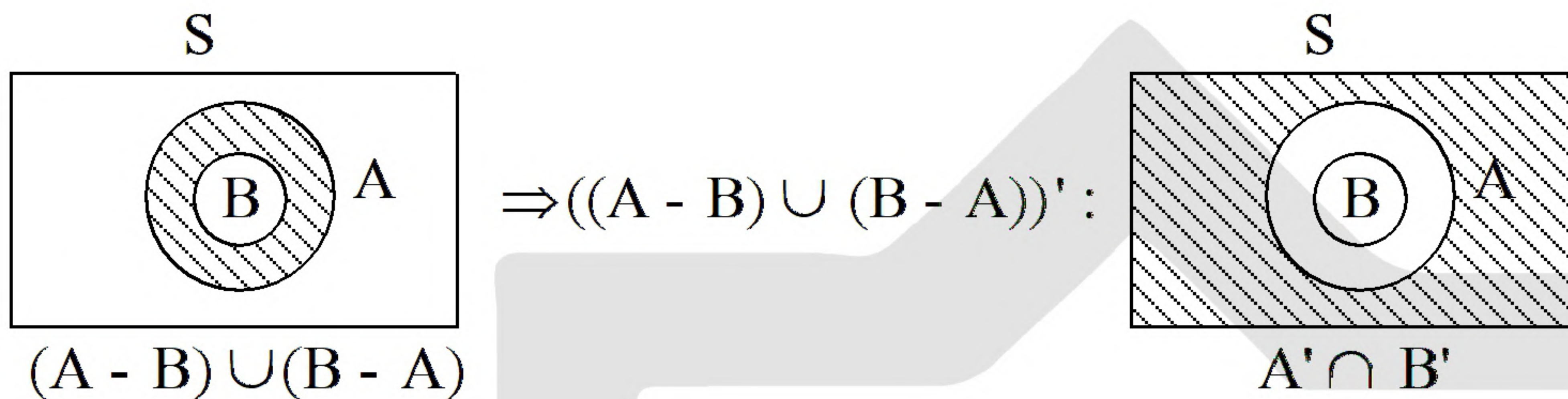


«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



یا:



$(A - B) \cup (B - A)$

$S = \{1, 2, 3\}$

$A = \{1\} \Rightarrow A - B = \{1\}$

$B = \{2\} \Rightarrow B - A = \{2\}$

$\Rightarrow (A - B) \cup (B - A) = \{1, 2\}$

متمم

$\rightarrow = \{3\}$

بررسی گزینه ها

گزینه ۱: $A \cap B = \Phi \times$

گزینه ۲: $A' \cap B' = \{3\} \checkmark$

گزینه ۳: $A \cup B = \{1, 2\} \times$

گزینه ۴: $A' \cup B' = \{1, 2, 3\} \times$

روش دیگر: فرض می کنیم:

۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$n(s) = 6 \times 2^2 = 24$

$\frac{3}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$

۲۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جایگشت دایره‌ای

صف $\Rightarrow \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---}$
 $5! \times 2! = 240$

$\frac{5!}{5} \times 2!$

$\frac{4!}{4} \times 2! = 48$

۲۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{8}{2} \times \binom{4}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{28 \times 4}{6 \times 11 \times 10} = \frac{28}{55}$$

۲۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در پرتاب ۲ تاس $n(s) = 36$ (فضای نمونه ای ۳۶ عضو دارد)

جمع اعداد روی دو تاس بیشتر یا مساوی ۱۰ $A' = \{(6, 6)(6, 5)(5, 6)(5, 5)(4, 6)(6, 4)\}$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{6}{36} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

رقم فرد

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 2 = 240$$