

# گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

## یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۴۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۴۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۴۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۵۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>					
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۱۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>					
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>					
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۲۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>					
۳۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۴۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					



۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر گل‌ها  $n$  تا باشد، جایگشت ۳ تایی آنها،  $n(n-1)(n-2)$  حالت دارد که باید  $n = 6$  پس:  $120 = 6 \times 5 \times 4$

۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون می‌خواهیم اعداد کوچک‌تر از ۶۰۰۲ باشند، پس اولین عدد سمت چپ می‌بایست ۲، ۳ و ۴ باشد. توجه داشته باشید هر عدد چهار رقمی که با ۶ شروع شود و با ارقام داده شده ساخته شود (چون تکرار ارقام مجاز نیست) الزاماً از ۶۰۰۲ بزرگ‌تر خواهد بود و هر عدد چهار رقمی که با ارقام داده شده ساخته شود و با ۲ یا ۳ یا ۴ شروع شود کوچک‌تر از ۶۰۰۲ است.

$$\frac{3}{\{2, 3, 4\}} \times \frac{5}{-} \times \frac{4}{-} \times \frac{3}{-} = 3 \times 5 \times 4 \times 3 = 180$$

۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. کل حالات برابر است با:  
پیشامد دختر بودن حتمی فرزند سوم و چهارم برابر است با:

$$A = \{(b, b, g, g), (b, g, g, g), (g, b, g, g), (g, g, g, g)\} \Rightarrow n(A) = 4$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون می‌خواهیم سه حرف A کنار هم بیایند آنها را در یک جعبه قرار می‌دهیم. حال به جای ۷ شیء، ۵ شیء داریم که تعداد جایگشت‌های آنها ۵! است.

$$S \quad L \quad M \quad T \quad \boxed{A \quad A \quad A}$$

$$5! = 120$$

تذکر: توجه داشته باشید که قرارگیری سه حرف یکسان A کنار هم، جایگشت متفاوتی نخواهد داشت.

۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در اولین رقم سمت چپ باید یکی از ارقام ۲، ۳، ۴، ۵ قرار بگیرد، چون تکرار ارقام مجاز نیست، پس در جایگاه بعدی از ۴ رقم باقی مانده استفاده می‌کنیم و به همین ترتیب جایگاه‌های بعدی را انتخاب می‌کنیم. بنابراین:

$$4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 96$$

۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا فرض می‌کنیم اولین حرف سمت چپ، حرف S باشد:

$$\frac{1}{S} \times \frac{5}{N, I, P, E, R} \times \frac{4}{N, I, P, E} \times \frac{3}{N, I, P} = 1 \times 5 \times 4 \times 3 = 60$$

حال S می‌تواند در خانه‌های دیگر هم باشد.

پس S می‌تواند در هریک از چهار خانه‌ی ممکن باشد لذا جواب به دست آمده را در ۴ ضرب می‌کنیم.

$$60 \times 4 = 240$$

۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$S = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\} \Rightarrow n(S) = 10$$

$$A = \{1, 9, 15\}$$

$$B = \{1, 9\}$$

$$A \cap B = \{1, 9\} \Rightarrow (A \cap B)' = \{3, 5, 7, 11, 13, 15, 17, 19\} \Rightarrow n[(A \cap B)'] = 8$$



۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد کل حالات انتخاب ۴ نفر از این ۱۱ نفر برابر است با:

$$\binom{11}{4} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 7!} = 330$$

حالات نامطلوب آن است که ۴ دانش آموز انتخاب شده همگی از رشته تجربی یا همگی از رشته انسانی باشند.

$$\text{حالات نامطلوب} = \binom{5}{4} + \binom{4}{4} = 5 + 1 = 6$$

$$330 - 6 = 324$$

تعداد حالات مطلوب برابر است با:

۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا تعداد اعداد ۵ رقمی بزرگتر از ۳۲۰۴۷ را حساب می‌کنیم:

$$1) \frac{2}{\{4, 7\}} \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 48$$

$$2) \frac{1}{\{3\}} \times \frac{2}{\{4, 7\}} \times 3 \times 2 \times 1 = 12$$

$$3) \frac{1}{\{3\}} \times \frac{1}{\{2\}} \times \frac{2}{\{4, 7\}} \times 2 \times 1 = 4$$

$$4) \frac{1}{\{3\}} \times \frac{1}{\{2\}} \times \frac{1}{\{0\}} \times \frac{1}{\{7\}} \times 1 = 1$$

$$+ \rightarrow 65$$

پس ۳۲۰۴۷ عدد ۶۶ ام خواهد بود.

۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. احتمال وقوع هر کدام از برآمدها عددی مخالف صفر است.

۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $1! = 1$  و  $0! = 1$  پس:

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 9 = 1 \\ x^2 - 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 10 \Rightarrow x = \pm\sqrt{10} \\ x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3 \end{cases}$$

پس ۴ ریشه دارد.

۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{انتخاب ۲ کارت از ۶ کارت} = n(S) = \binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = \frac{30}{2} = 15$$

$$\text{انتخاب ۲ رقم از ۳ رقم فرد} = n(A) = \binom{3}{2} = \frac{3 \times 2}{2 \times 1} = 3$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$



۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} \text{میثم و جواد هست} \\ \text{ولی علی نیست} \end{array} \right\} \text{یا} \left. \begin{array}{l} \text{علی و جواد هست ولی} \\ \text{میثم نیست} \end{array} \right\} \text{یا} \left. \begin{array}{l} \text{جواد هست ولی} \\ \text{علی و میثم نیست} \end{array} \right\} = \text{حالت های ممکن}$$

$$\text{تعداد حالت ها} = \binom{5}{3} + \binom{5}{2} + \binom{5}{2} = 10 + 10 + 10 = 30$$

۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$n(S) = \binom{7}{2} = \frac{7!}{2!5!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{5! \times 2} = 21$$

$$n(A) = \text{هر دو قرمز یا آبی} = \binom{4}{2} + \binom{3}{2} = 6 + 3 = 9$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

۱۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دو حالت داریم: حالت اول این است که عدد تاس زوج بیاید یعنی ۲ یا ۴ یا ۶ بیاید. آن گاه به ترتیب ۲ و ۴ و ۶ سکه می اندازیم، پس تعداد اعضای فضای نمونه ای این حالت ها برابر است با:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2^6 = 64 \\ 2^4 = 16 \Rightarrow \text{تعداد حالات وقتی تاس زوج بیاید} = 4 + 16 + 64 = 84 \\ 2^2 = 4 \end{array} \right.$$

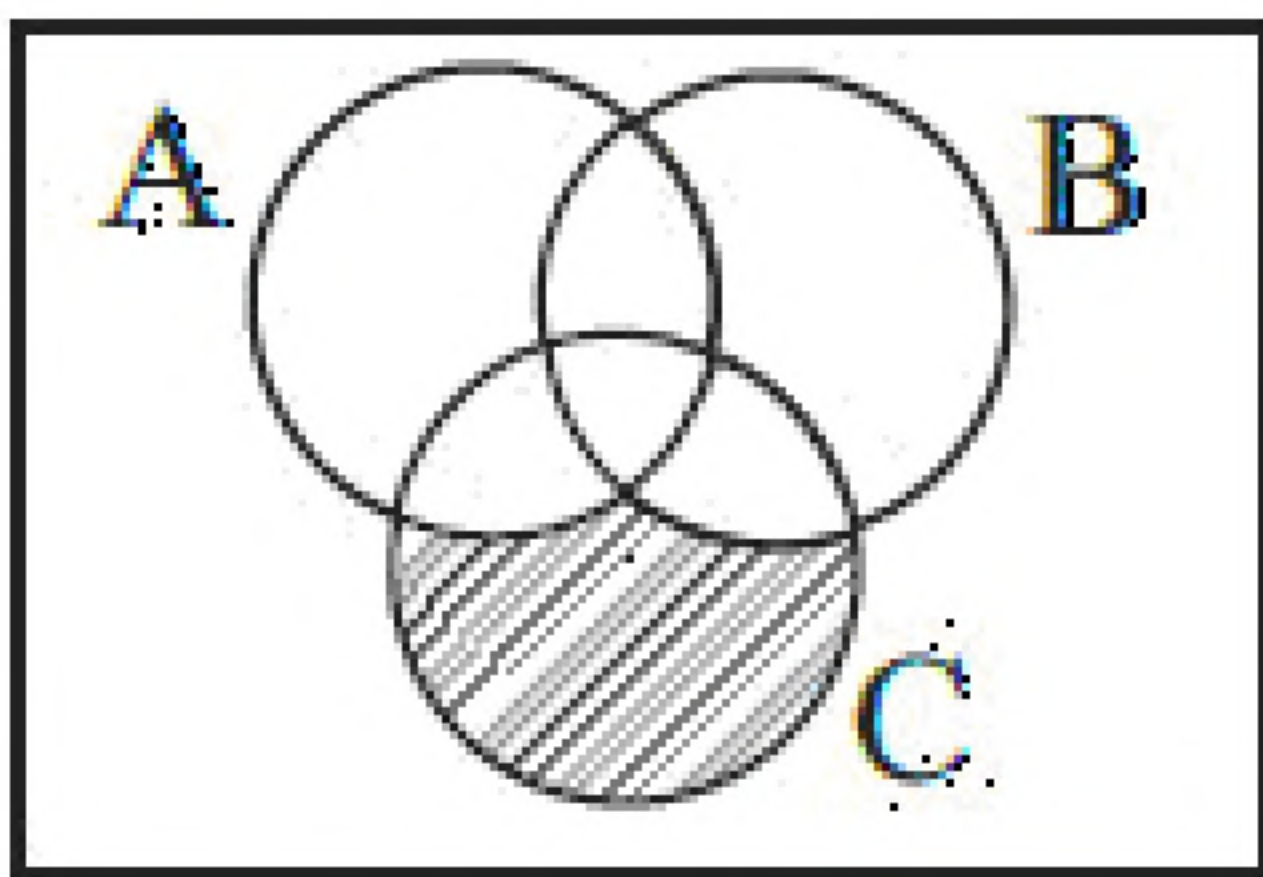
حالت دوم: اگر تاس ۱ و ۳ و ۵ بیاید دو تاس دیگر می اندازیم که تعداد حالات آن برابر  $6 \times 6 \times 3 = 108$  است.  $\Rightarrow$  تعداد کل حالات  $= 108 + 84 = 192$

۱۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون  $(x+2)$  بزرگتر از  $(x+1)$  است. پس صورت کسر را باز می کنیم تا به مخرج برسیم.

$$\frac{(x+2)!}{(x+1)!} = 4 \Rightarrow \frac{(x+2)(x+1)!}{(x+1)!} = 4 \Rightarrow x+2 = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow 4x = 4 \times 2 = 8$$

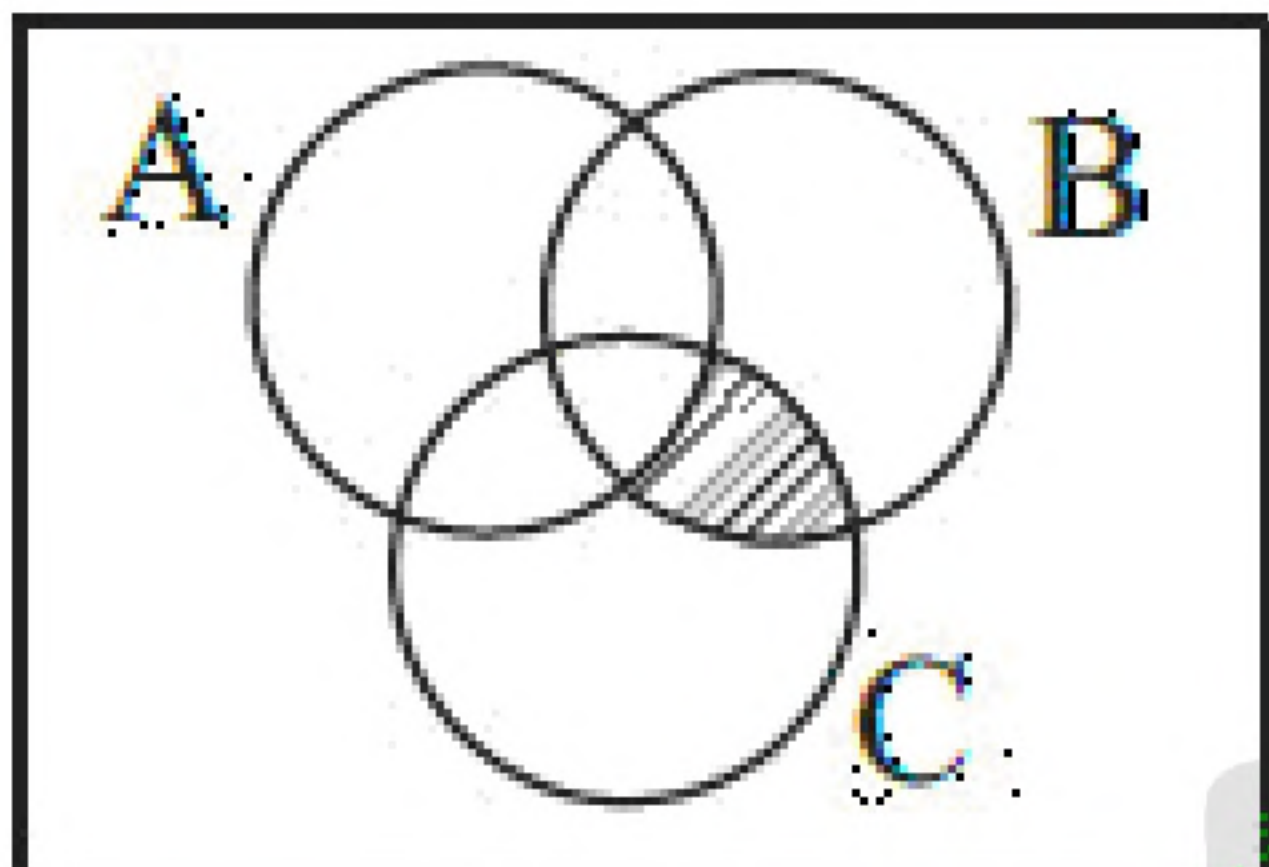


۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

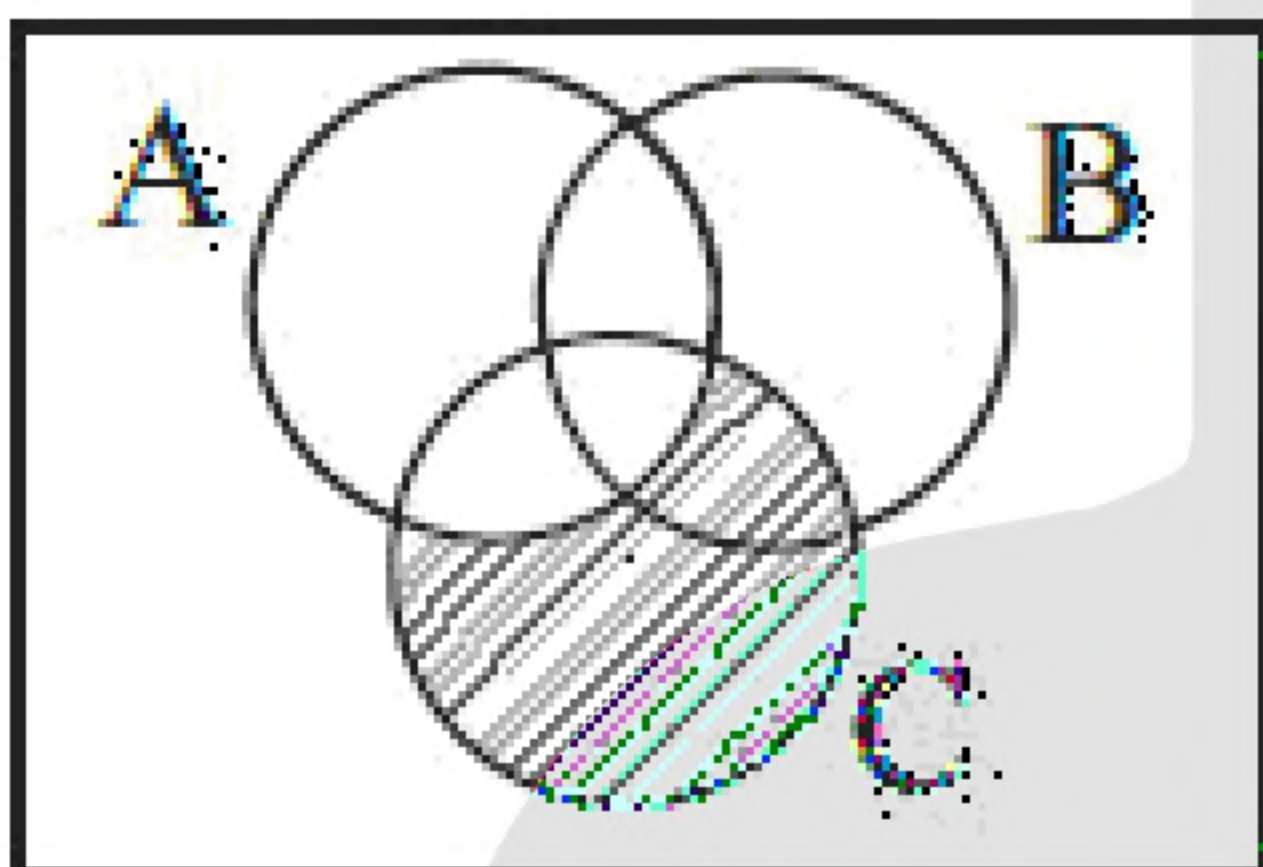


پیشامد C رخ دهد ولی پیشامدهای (A یا B) رخ ندهد:

پیشامد B و C رخ دهد ولی پیشامد A رخ ندهد:



$$(B \cap C) - A$$



اجتماع دو قسمت هاشورخورده‌ی بالا، به صورت مقابل است:

که برابر با  $C - A$  می‌باشد.

$$\bar{x} = 11, \sigma = 2$$

$$A = (3 \times 11) \times 2 = 33 \times 2 = 66$$

۱۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از نمودار داده شده، نتیجه می‌گیریم که:  
لذا داریم:

۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای ساختن عدد ۳ رقمی باید از ۷ رقم داده شده ۳ رقم انتخاب شود و با توجه به شرط گفته شده در سؤال ترتیب نوشتن ارقام مشخص و با هر مجموعه‌ی ۳ تایی ارقام انتخاب شده فقط یک عدد می‌توان

$$\binom{7}{3} \times 1 = \frac{7!}{3!4!} \times 1 = 35$$

ساخت، پس:

۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عدد ۳ رقمی موردنظر به صورت abc است:

۱)  $a = 1 \Rightarrow b = c = \{0\} \Rightarrow$  یک حالت

۲)  $a = 2 \Rightarrow b = \{0, 1\}, c = \{0, 1\} \Rightarrow 2 \times 2 = 4 \Rightarrow$  حالت ۴

۳)  $a = 3 \Rightarrow b = \{0, 1, 2\}, c = \{0, 1, 2\} \Rightarrow 3 \times 3 = 9 \Rightarrow$  حالت ۹

.

.

.

۹)  $a = 9 \Rightarrow b = \{0, 1, 2, \dots, 8\}, c = \{0, 1, 2, \dots, 8\} \Rightarrow 9 \times 9 = 81 \Rightarrow$  حالت

$$\Rightarrow n(A) = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64 + 81 = 285$$

$$n(S) = 9 \times 10 \times 10 = 900$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{285}{900}$$



۲۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌خواهیم از بین ۳ نفر حداکثر ۲ نفر واکسن واقعی زده باشند یعنی ۲ نفر یا ۱ نفر یا هیچ

نفر: 
$$\text{تعداد حالت ها} = \binom{10}{2} \binom{10}{1} + \binom{10}{1} \binom{10}{2} + \binom{10}{0} \binom{10}{3}$$

$$= \frac{10 \times 9}{2} \times 10 + 10 \times \frac{10 \times 9}{2} + 1 \times \frac{10 \times 9 \times 8}{6} = 1020$$

$$n(S) = 6^2 = 36$$

۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

حداقل یکی از تاس‌ها مضرب ۳ باشد (پیشامد A) متمم این است که هیچ‌کدام از تاس‌ها مضرب ۳ نباشد. (پیشامد A') در پیشامد A'، عدد هر تاس می‌تواند یکی از اعداد ۱، ۲، ۴، ۵ باشد.

$$n(A') = 4 \times 4 = 16 \Rightarrow P(A') = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

۲۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$P(3n-1, 2) = 2 \times 55 \Rightarrow \frac{(3n-1)!}{(3n-3)!} = 110 \Rightarrow \frac{(3n-1)(3n-2)(3n-3)!}{(3n-3)!} = 110$$

$$\Rightarrow (3n-1)(3n-2) = 110 \Rightarrow 9n^2 - 9n + 2 = 110 \Rightarrow 9n^2 - 9n - 108 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 - n - 12 = 0 \Rightarrow (n-4)(n+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n=4 & \text{ق ق} \\ n=-3 & \text{غ ق} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{n=4} p\left(\frac{3}{2}n, 3\right) = p(6, 3) = \frac{6!}{3!} = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۲۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$n(S) = \binom{3+4}{2} = \binom{7}{2} = \frac{7!}{2! \times 5!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{2! \times 5!} = 21$$

اگر A پیشامد آن باشد که ۲ مهره‌ی خارج شده هم‌رنگ باشند، یعنی باید دو مهره سفید یا دو مهره سیاه باشند، بنابراین

$$n(A) = \binom{4}{2} + \binom{3}{2} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2!} + \frac{3 \times 2!}{2!} = 9 \Rightarrow P(A) = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

خواهیم داشت:

۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از فرمول تبدیل داریم:

$$\text{کسر مطلوب} = \frac{\frac{(n-1)!}{[(n-1)-(r-1)]!}}{(n+1)!} = \frac{\frac{(n-1)!}{(n-r)!}}{(n+1)!} = \frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{(n-1)!}{(n+1)n(n-1)!} = \frac{1}{n^2 + n}$$



۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در پرتاب سه تاس داریم:

$$n(S) = 6^3 = 216$$

$$A = \{(6, 6, 5), (6, 5, 6), (5, 6, 6), (6, 6, 6)\} \Rightarrow n(A) = 4$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{216} = \frac{1}{54}$$

۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون صورت سؤال نگفته که ارقام تکراری نباشد پس تکرار مجاز است. متمم اینکه هم رقم زوج و هم رقم فرد داشته باشیم، یعنی همه زوج یا همه فرد باشند را حساب می‌کنیم و از کل اعداد سه رقمی که می‌توان با اعداد ۰ تا ۶ ساخت کم می‌کنیم. تعداد حالاتی را که همگی فرد و تعداد حالاتی را که همگی زوج هستند، محاسبه کرده و از تعداد کل حالات کم می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} \text{اعداد کل} = 6 \times 7 \times 7 = 294 \\ \underbrace{3 \times 4 \times 4}_{\text{همه زوج}} + \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{\text{همه فرد}} = 48 + 27 = 75 \end{array} \right\} \Rightarrow 294 - 75 = 219$$

۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای هریک از جایگاه‌هایی که با ستاره در پلاک مشخص شده است می‌توان یک رقم از مجموعه ارقام  $\{1, 2, \dots, 9\}$  را انتخاب کرد، ولی از آنجایی که در صورت سؤال ذکر شده است که دو رقم سمت چپ آن با یکدیگر یکسان باشد، پس از انتخاب رقم سمت چپ از مجموعه ارقام یک رقمی غیرصفر، رقم بعدی فقط یک انتخاب خواهد داشت و آن هم رقم اولی از سمت چپ است. پس برای محاسبه تمامی حالات داریم:

\*\*\* ق \*\*

$$9 \times 1 \times 1 \times 9 \times 9 \times 9 = 9^4$$

۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$14 = 2 + 3 + 4 + 5 = \text{تعداد کل افراد}$$

$$\frac{5}{14} = \text{احتمال داشتن فوق‌لیسانس} \Rightarrow 5 = 2 + 3 = \text{تعداد افرادی که فوق‌لیسانس دارند.}$$

۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی وقتی یک مجموعه‌ی ۸ عضوی داریم، برابر است با:

$$n(S) = \binom{8}{4}$$

برای به دست آوردن تعداد اعضای پیشامد خواسته شده، کافی است زیرمجموعه‌های سه عضوی را از بین ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ انتخاب کنیم و به هریک از آن‌ها عدد ۱ را اضافه کنیم تا زیرمجموعه‌های چهار عضوی به دست آید که شامل ۱ است و ۲ و ۳ ندارد؛ بنابراین:

$$n(A) = \binom{5}{3} \Rightarrow P(A) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{8}{4}} = \frac{\frac{5!}{3! \times 2!}}{\frac{8!}{4! \times 4!}} = \frac{\frac{5 \times 4}{2}}{\frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2}} = \frac{10}{70} = \frac{1}{7}$$





۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با ساده کردن رابطه‌ی داده شده داریم:

$$\frac{(2n+1)!}{(2n-1)!} - 2 \times \frac{(n+2)!}{n!} = 44$$

$$\Rightarrow \frac{(2n+1)(2n)(2n-1)!}{(2n-1)!} - 2 \times \frac{(n+2)(n+1)n!}{n!} = 44$$

$$\Rightarrow (2n+1)(2n) - 2(n+2)(n+1) = 44 \Rightarrow 4n^2 + 2n - 2(n^2 + 3n + 2) = 44$$

$$\Rightarrow 2n^2 - 4n - 4 = 44 \Rightarrow n^2 - 2n - 24 = 0 \Rightarrow (n+4)(n-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -4 \\ n = 6 \text{ قابل قبول} \end{cases}$$

۳۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. حالت نامطلوب سؤال این است که هر سه نفر انتخاب شده از داوطلبان رشته تجربی باشند. احتمال آنرا محاسبه می‌کنیم، و از یک کم می‌کنیم.

$$P(A) = 1 - P(A') \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{\binom{4}{3}}{\binom{12}{3}} = 1 - \frac{1}{55} = \frac{54}{55}$$

۳۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

مجموعه‌ی داده شده را به ۵ حالت می‌نویسیم که فاصله‌ی بین عددها در هر حالت برابر ۵ باشد:

$$\text{حالت اول} = \{3, 8, 13, 18, 23\}$$

$$\text{حالت دوم} = \{4, 9, 14, 19, 24\}$$

$$\text{حالت سوم} = \{5, 10, 15, 20, 25\}$$

$$\text{حالت چهارم} = \{6, 11, 16, 21\}$$

$$\text{حالت پنجم} = \{7, 12, 17, 22\}$$

تمامی عددهای مجموعه‌ی داده شده در این ۵ حالت آورده شده و حالت دیگری نداریم. دو عضو مورد نیاز را باید از بین این حالت‌ها انتخاب کنیم که مجموع دو عدد انتخاب شده بر ۵ بخش پذیر باشد. بنابراین داریم:

$$\text{یک انتخاب از حالت اول و یک انتخاب از حالت پنجم: انتخاب اول} = \binom{4}{1} \times \binom{5}{1} = 4 \times 5 = 20$$

$$\text{یک انتخاب از حالت دوم و یک انتخاب از حالت چهارم: انتخاب دوم} = \binom{4}{1} \times \binom{5}{1} = 4 \times 5 = 20$$

$$\text{هر دو انتخاب از حالت سوم: انتخاب سوم} = \binom{5}{2} = 10$$

انتخاب دیگری وجود ندارد که مجموع دو عدد انتخاب شده بر ۵ بخش پذیر باشد. پس کل انتخاب‌ها  $20 + 20 + 10$  برابر ۵۰ است.

۳۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون از هر وسیله‌ی نقلیه حداکثر یک بار استفاده می‌شود؛ بنابراین:

$$(A \xrightarrow{5} C \xrightarrow{4} D \xrightarrow{3} B) = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

تعداد حالات:

۳۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای انتخاب اولین رقم یکی از ۹ رقم را انتخاب می‌کنیم و برای رقم بعدی یکی از ۸ رقم

باقی مانده را انتخاب می‌کنیم و به همین ترتیب رقم‌های بعدی را انتخاب می‌کنیم. بنابراین:

$$\underline{9} \times \underline{8} \times \underline{7} \times \underline{6} \times \underline{5} = 15120$$



$$n(S) = 6 \times 6 \times 6$$

۳۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

حالت‌هایی که مجموع اعداد ظاهر شده تاس ۵ می‌شود.

$$A = \{(1, 1, 3), (1, 2, 2), (1, 3, 1), (2, 1, 2), (2, 2, 1), (3, 1, 1)\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{6}{6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{36}$$

$$(1) \frac{4}{\text{فرد}} \times \frac{4}{\text{زوج}} \times \frac{3}{\text{فرد}} \times \frac{3}{\text{زوج}} = 144$$

۳۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دو حالت داریم:

$$(2) \frac{3}{\text{زوج}} \times \frac{4}{\text{فرد}} \times \frac{3}{\text{زوج}} \times \frac{3}{\text{فرد}} = 108$$

در حالت دوم، اولین رقم سمت چپ نمی‌تواند صفر باشد:

$$144 + 108 = 252$$

مجموع این اعداد برابر است با:

۳۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. حروف «ک ا ر» را به صورت (کار) در یک بسته در نظر گرفته و داریم:

$$24 = 4! = \text{تعداد کلمات مطلوب} \Rightarrow \text{د و د کار}$$

$$n(S) = 5!$$

۳۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

از روش متمم برای حل این سؤال استفاده می‌کنیم؛ ابتدا احتمال اینکه دو مهره با شماره زوج، پست سر هم خارج شوند را حساب کرده و آنرا از یک کم می‌کنیم تا به احتمال مطلوب سؤال برسیم.

دو عدد زوج در کنار هم ۲! جایگشت دارند و این یک بسته با سه رقم فرد به ۴! جایگشت دارند:

$$P(A) = 1 - \frac{4! \times 2!}{5!} = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} = 0.6$$

۴۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. سه موضوع ادبی، علمی و داستانی به ۳! جایگشت دارند و کتاب‌های ادبی در کنار هم به ۴!، به همین ترتیب علمی ۳! و داستانی ۲! جایگشت دارند. بنابراین:

$$3! \times 4! \times 3! \times 2! = 6 \times 24 \times 6 \times 2 = 1728$$

۴۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ارقام فرد عبارت‌اند از ۳، ۵، ۹ و چون می‌خواهیم همواره کنار هم باشند آن‌ها را داخل یک بسته قرار می‌دهیم، پس خواهیم داشت:

$$\overbrace{3, 5, 9}^{3!}, 8, 2, 6 \Rightarrow 4! \times 3! = 24 \times 6 = 144$$

۴۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق روابط احتمال داریم:

$$\begin{cases} P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.75 \\ P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = 0.6 \end{cases} \Rightarrow P(A) + 0.6 = 0.75 \Rightarrow P(A) = 0.15$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - 0.15 = 0.85$$



۴۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. پیشامد این که حداقل دو نفر در یک ماه استخدام شده باشند، متمم پیشامدی است که هریک از افراد در ماه‌های مختلف استخدام شده باشند.

$$\begin{cases} n(S) = 12^3 \\ n(A) = 12 \times 11 \times 10 \end{cases} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12 \times 11 \times 10}{12^3} = \frac{110}{144}$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{110}{144} = \frac{34}{144} = \frac{17}{72}$$

۴۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  $120 = 5!$ : کل حالات قرارگیری ۵ نفر

حالات قرارگیری به طوری که پدر و مادر هم‌زمان در ابتدا یا انتهای صف باشند را به دست می‌آوریم:

$$\underbrace{\boxed{\quad\quad\quad}}_{3!} \times \underbrace{\downarrow}_{\substack{\text{جایه جایی} \\ \text{پدر و مادر}}} = 12$$

$$108 = 120 - 12 = \text{تعداد حالت‌های مطلوب}$$

با توجه به اصل متمم داریم:

۴۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12!}{9! \times 3!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{9! \times 3 \times 2 \times 1} = 220$$

تعداد اعضای پیشامد برابر است با:

$$n(A) = \binom{8}{2} \times \binom{4}{1} = \frac{8!}{6! \times 2!} \times \frac{4!}{3! \times 1!} = 28 \times 4 = 112 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{112}{220} = \frac{28}{55}$$

۴۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. باید از بین ۷ نقطه، ۳ نقطه را انتخاب کنیم و ترتیب انتخاب‌ها مهم نیست، پس از فرمول

ترکیب بهره می‌گیریم. ولی نقطه‌ی A قبلاً انتخاب شده پس ۲ نقطه‌ی باقی مانده باید از بین ۶ نقطه انتخاب شوند:

$$A = \binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15 \text{ تعداد مثلث‌ها}$$

۴۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در گام دوم یعنی طرح و برنامه‌ریزی سعی می‌کنیم اطلاعات توصیفی (کیفی) را تا حد

امکان به اطلاعات کمی (عددی) تبدیل کنیم.

۴۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در کل ۱۲ مهره داریم. ۲ مهره از بین آن‌ها برمی‌داریم:

$$n(S) = \binom{12}{2} = \frac{12 \times 11}{2} = 66$$

می‌خواهیم هر دو مهره هم‌رنگ نباشد، پس:

$$n(A) = \binom{8}{1} \times \binom{4}{1} = 8 \times 4 = 32$$

۱ مهره سیاه      ۱ مهره سفید

$$\Rightarrow P(A) = \frac{32}{66} = \frac{16}{33}$$

پس:



۴۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون حرف S حتماً در این رمز ۴ حرفی وجود دارد، پس S را کنار می‌گذاریم و از بین ۵ حرف باقیمانده سه حرف دیگر رمز را انتخاب می‌کنیم.

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2} = \frac{20}{2} = 10$$

می‌دانیم حرف S و سه حرف انتخاب شده با هم ۴! جایگشت دارند، پس تعداد کل رمزها برابر است با:

$$\binom{5}{3} \times 4! = 10 \times 24 = 240$$

۵۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تعداد کل دانش‌آموزان ۱۰ نفر است و می‌خواهیم یک گروه ۴ نفری از بین آنها انتخاب کنیم، پس:

$$n(S) = \binom{10}{4} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2} = 210$$

حالا قرار است تعداد دهمی‌ها و یازدهمی‌ها یکسان نباشد. از پیشامد متمم استفاده می‌کنیم:

تعداد دهمی‌ها و یازدهمی‌ها یکسان نباشد  $\xleftarrow{\text{متمم}}$  تعداد دهمی‌ها و یازدهمی‌ها یکسان باشد.

$A$   $A'$

تعداد اعضای پیشامد  $A'$  را حساب می‌کنیم (۲ دهمی و ۲ یازدهمی):

$$n(A') = \binom{4}{2} \times \binom{6}{2} = 6 \times 15 = 90$$

$$P(A') = \frac{90}{210} = \frac{3}{7}$$

پس:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$$

در نتیجه: