

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴
۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۴۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۴۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۵۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>					
۱۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>					
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>					
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>					
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>					
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>					
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>					
۳۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۴۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					



۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. پیشامد این که حداقل دو نفر در یک ماه استخدام شده باشند، متمم پیشامدی است که هریک از افراد در ماههای مختلف استخدام شده باشند.

$$\begin{cases} n(S) = 12^3 \\ n(A) = 12 \times 11 \times 10 \end{cases} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12 \times 11 \times 10}{12^3} = \frac{110}{144}$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{110}{144} = \frac{34}{144} = \frac{17}{72}$$

۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا فرض می‌کنیم اولین حرف سمت چپ، حرف S باشد:

$$\frac{1}{S} \times \frac{5}{N, I, P, E, R} \times \frac{4}{N, I, P, E} \times \frac{3}{N, I, P} = 1 \times 5 \times 4 \times 3 = 60$$

حال S می‌تواند در خانه‌های دیگر هم باشد.

پس S می‌تواند در هریک از چهار خانه‌ی ممکن باشد لذا جواب به دست آمده را در ۴ ضرب می‌کنیم.

$$60 \times 4 = 240$$

۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. کافی است جایگشت ۴ حرف اول کلمه را از ۶ حرف باقیمانده محاسبه کنیم. داریم:

$$P(6, 4) = \frac{6!}{2!} = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ارقام فرد عبارت‌اند از ۳, ۵, ۹ و چون می‌خواهیم همواره کنار هم باشند آن‌ها را داخل یک بسته قرار می‌دهیم، پس خواهیم داشت:

$$\frac{3!}{\boxed{3, 5, 9}} \times 4! = 6 \times 24 = 144$$

۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با ساده کردن کسر داده شده داریم:

$$\frac{(3!)!}{2! \times 3!} = \frac{(3 \times 2 \times 1)!}{(2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1)} = \frac{6!}{3 \times 2 \times 2} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 2} = 60$$

۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. احتمال وقوع هر کدام از برآمدها عددی مخالف صفر است.

۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$120 = 5! : \text{کل حالات قرارگیری ۵ نفر}$$

حالات قرارگیری به طوری که پدر و مادر هم‌زمان در ابتدا یا انتهای صف باشند را به دست می‌آوریم:

$$\frac{3!}{\boxed{\text{فرزند ۳}} \times \frac{2}{\downarrow \text{جایه جایی پدر و مادر}}} = 12$$

$$108 = 120 - 12 = \text{تعداد حالت‌های مطلوب}$$

با توجه به اصل متمم داریم:



۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی وقتی یک مجموعه‌ی ۸ عضوی داریم، برابر است با:

$$n(S) = \binom{8}{4}$$

برای به دست آوردن تعداد اعضای پیشامد خواسته شده، کافی است زیرمجموعه‌های سه عضوی را از بین ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ انتخاب کنیم و به هریک از آن‌ها عدد ۱ را اضافه کنیم تا زیرمجموعه‌های چهار عضوی به دست آید که شامل ۱ است و ۲ و ۳ ندارد؛ بنابراین:

$$n(A) = \binom{5}{3} \Rightarrow P(A) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{8}{4}} = \frac{\frac{5!}{3! \times 2!}}{\frac{8!}{4! \times 4!}} = \frac{\frac{5 \times 4}{2}}{\frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2}} = \frac{10}{70} = \frac{1}{7}$$

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دو حالت داریم: حالت اول این است که عدد تاس زوج بیاید یعنی ۲ یا ۴ یا ۶ بیاید. آن‌گاه به ترتیب ۲ و ۴ و ۶ سکه می‌اندازیم، پس تعداد اعضای فضای نمونه‌ای این حالت‌ها برابر است با:

$$\begin{cases} 2^6 = 64 \\ 2^4 = 16 \\ 2^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \text{تعداد حالات وقتی تاس زوج بیاید} = 4 + 16 + 64 = 84$$

حالت دوم: اگر تاس ۱ و ۳ و ۵ بیاید دو تاس دیگر می‌اندازیم که تعداد حالات آن برابر $3 \times 6 \times 6 = 108$ است. \Rightarrow تعداد کل حالات $= 108 + 84 = 192$

۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون از هر وسیله‌ی نقلیه حداکثر یک بار استفاده می‌شود؛ بنابراین:

$$(A \xrightarrow{5} C \xrightarrow{4} D \xrightarrow{3} B) = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

تعداد حالات:

۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{انتخاب ۲ کارت از ۶ کارت} = n(S) = \binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = \frac{30}{2} = 15$$

$$\text{انتخاب ۲ رقم از ۳ رقم فرد} = n(A) = \binom{3}{2} = \frac{3 \times 2}{2 \times 1} = 3$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر کمی دقت کنید متوجه می‌شوید که ۱۰ ضرب در ۱۲ برابر ۱۲۰ و همان ۵! می‌باشد. هم‌چنین ۴۲ همان ۶ ضرب در ۷ و ۷۲ همان ۸ ضرب در ۹ می‌باشد.

پس با ساده‌سازی به این تساوی می‌رسیم که $n! = 5! \times 6 \times 7 \times 8 \times 9$ پس n برابر با ۹ است.

۱۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تعداد اعضای فضای نمونه‌ای پرتاب ۴ سکه با هم برابر $2^4 = 16$ است که در ۵ حالت زیر از این ۱۶ حالت، تعداد ظاهر شدن رو بیشتر از تعداد ظاهر شدن پشت است.

$$A = \{(ر, ر, ر, ر), (ر, ر, ر, پ), (ر, ر, پ, ر), (ر, پ, ر, ر), (پ, ر, ر, ر)\} \Rightarrow P(A) = \frac{5}{16}$$



۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

روش دوم:

حداقل یکی از تاس‌ها زوج بیاید یعنی هر دو یا یکی زوج بیایند، بنابراین سه حالت داریم:
حالت اول: سکه پشت و تاس اول زوج و تاس دوم فرد بیاید.

$$\begin{array}{l} \text{تاس دوم} \\ \text{تاس اول} \\ \text{سکه} \end{array} \quad \{1, 3, 5\}, \{2, 4, 6\}, \{پ\} = 1 \times 3 \times 3 = 9$$

حالت دوم: سکه پشت و تاس اول فرد و تاس دوم زوج بیاید.

$$\begin{array}{l} \text{تاس دوم} \\ \text{تاس اول} \\ \text{سکه} \end{array} \quad \{2, 4, 6\}, \{1, 3, 5\}, \{پ\} = 1 \times 3 \times 3 = 9$$

حالت سوم: سکه پشت و هر دو تاس زوج بیایند.

$$\begin{array}{l} \text{تاس دوم} \\ \text{تاس اول} \\ \text{سکه} \end{array} \quad \{2, 4, 6\}, \{2, 4, 6\}, \{پ\} = 1 \times 3 \times 3 = 9$$

فضای نمونه‌ای پرتاب یک سکه و دو تاس برابر $n(S) = 2 \times 36 = 72$ می‌باشد.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{9 + 9 + 9}{72} = \frac{27}{72} = \frac{3}{8}$$

روش دوم:

طبق متمم داریم که اگر در هیچ کدام از دو پرتاب تاس زوج نیاید، ۹ حالت داریم:

$$P(A') = \frac{9}{36} \Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{9}{36} = \frac{27}{36}$$

همچنین چون پدیده‌ها از یکدیگر مستقل هستند.

$$P(B) = \frac{1}{2} \quad (\text{پشت آمدن سکه})$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{27}{36} = \frac{3}{8}$$

۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12!}{9! \times 3!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{9! \times 3 \times 2 \times 1} = 220$$

تعداد اعضای پیشامد برابر است با:

$$n(A) = \binom{8}{2} \times \binom{4}{1} = \frac{8!}{6! \times 2!} \times \frac{4!}{3! \times 1!} = 28 \times 4 = 112 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{112}{220} = \frac{28}{55}$$

۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون حرف S حتماً در این رمز ۴ حرفی وجود دارد، پس S را کنار می‌گذاریم و از بین ۵ حرف باقیمانده سه حرف دیگر رمز را انتخاب می‌کنیم.

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2! \times 3!} = \frac{20}{2} = 10$$

می‌دانیم حرف S و سه حرف انتخاب شده با هم ۴ جایگشت دارند، پس تعداد کل رمزها برابر است با:

$$\binom{5}{3} \times 4! = 10 \times 24 = 240$$



۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$\left. \begin{array}{l} \text{میثم و جواد هست} \\ \text{ولی علی نیست} \end{array} \right\}$ یا $\left. \begin{array}{l} \text{علی و جواد هست ولی} \\ \text{میثم نیست} \end{array} \right\}$ یا $\left. \begin{array}{l} \text{جواد هست ولی} \\ \text{علی و میثم نیست} \end{array} \right\}$ = حالت های ممکن

$$\text{تعداد حالت ها} = \binom{5}{3} + \binom{5}{2} + \binom{5}{2} = 10 + 10 + 10 = 30$$

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. حداکثر ۱ زوج دو حالت را ایجاد می کند:

حالت ۱: یک زوج (۲ نفر زن و شوهر) و ۲ نفر غیرزوج:

$$\binom{8}{1} \times \binom{7}{2} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 672$$

انتخاب دو نفر غیرزوج
انتخاب یک زوج

حالت ۲: ۴ نفر غیرزوج:

$$\binom{8}{4} \times \binom{4}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{1}{1} = 1120 \Rightarrow \text{تعداد کل حالات} = 672 + 1120 = 1792$$

۱۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با ساده کردن رابطه‌ی داده شده داریم:

$$\frac{(2n+1)!}{(2n-1)!} - 2 \times \frac{(n+2)!}{n!} = 44$$

$$\Rightarrow \frac{(2n+1)(2n)(2n-1)!}{(2n-1)!} - 2 \times \frac{(n+2)(n+1)n!}{n!} = 44$$

$$\Rightarrow (2n+1)(2n) - 2(n+2)(n+1) = 44 \Rightarrow 4n^2 + 2n - 2(n^2 + 3n + 2) = 44$$

$$\Rightarrow 2n^2 - 4n - 4 = 44 \Rightarrow n^2 - 2n - 24 = 0 \Rightarrow (n+4)(n-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -4 \\ n = 6 \text{ قابل قبول} \end{cases}$$

۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می دانیم $1! = 1$ و $0! = 1$ پس:

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 9 = 1 \\ x^2 - 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 10 \Rightarrow x = \pm\sqrt{10} \\ x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3 \end{cases}$$

پس ۴ ریشه دارد.



«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۲۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$P(3n-1, 2) = 2 \times 55 \Rightarrow \frac{(3n-1)!}{(3n-3)!} = 110 \Rightarrow \frac{(3n-1)(3n-2)(3n-3)!}{(3n-3)!} = 110$$

$$\Rightarrow (3n-1)(3n-2) = 110 \Rightarrow 9n^2 - 9n + 2 = 110 \Rightarrow 9n^2 - 9n - 108 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 - n - 12 = 0 \Rightarrow (n-4)(n+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 4 & \text{ق ق} \\ n = -3 & \text{غ ق} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{n=4} p\left(\frac{3}{2}n, 2\right) = p(6, 2) = \frac{6!}{3!} = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای رأی دادن هر دانش‌آموز سه حالت وجود دارد: رأی دادن به نفر اول، نفر دوم یا هیچ‌کدام پس تعداد حالات کل برابر است با:

$$\underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times \dots \times 3}_{18 \text{ تا}} = 3^{18}$$

(چون ۲ نفر از ۲۰ نفر حق رأی نداشتند.)

۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اعداد اول یک رقمی ۲، ۳، ۵ و ۷ هستند و اعداد مربع کامل یک رقمی ۱، ۴ و ۹ هستند، بنابراین ۷ رقم داریم:

$$\frac{6}{-} \times \frac{5}{-} \times \frac{2}{\{2, 4\}} = 60$$

چون عدد باید زوج باشد، پس یکان از بین ۲ و ۴ انتخاب می‌شود. بنابراین:

۲۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$S = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\} \Rightarrow n(S) = 10$$

$$A = \{1, 9, 15\}$$

$$B = \{1, 9\}$$

$$A \cap B = \{1, 9\} \Rightarrow (A \cap B)' = \{3, 5, 7, 11, 13, 15, 17, 19\} \Rightarrow n[(A \cap B)'] = 8$$

۲۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶ شهر را به ۶! می‌توان رتبه‌بندی کرد. در نصف حالات شهر A قبل از B است و در نصف حالات شهر B قبل از A، پس در $\frac{6!}{2}$ حالت شهر A قبل از شهر B قرار می‌گیرد.

$$\Rightarrow \frac{6!}{2} = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$



۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در کل ۱۲ مهره داریم. ۲ مهره از بین آن‌ها برمی‌داریم:

$$n(S) = \binom{12}{2} = \frac{12 \times 11}{2} = 66$$

می‌خواهیم هر دو مهره هم‌رنگ نباشد، پس:

$$n(A) = \binom{8}{1} \times \binom{4}{1} = 8 \times 4 = 32$$

↓ ↓
۱ مهره سفید ۱ مهره سیاه

$$\Rightarrow P(A) = \frac{32}{66} = \frac{16}{33}$$

پس:

۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای ساختن عدد ۳ رقمی باید از ۷ رقم داده شده ۳ رقم انتخاب شود و با توجه به شرط گفته شده در سؤال ترتیب نوشتن ارقام مشخص و با هر مجموعه‌ی ۳ تایی ارقام انتخاب شده فقط یک عدد می‌توان ساخت، پس:

$$\binom{7}{3} \times 1 = \frac{7!}{3!4!} \times 1 = 35$$

۲۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون می‌خواهیم اعداد کوچک‌تر از ۶۰۰۲ باشند، پس اولین عدد سمت چپ می‌بایست ۲، ۳ و ۴ باشد. توجه داشته باشید هر عدد چهار رقمی که با ۶ شروع شود و با ارقام داده شده ساخته شود (چون تکرار ارقام مجاز نیست) الزاماً از ۶۰۰۲ بزرگ‌تر خواهد بود و هر عدد چهار رقمی که با ارقام داده شده ساخته شود و با ۲ یا ۳ یا ۴ شروع شود کوچک‌تر از ۶۰۰۲ است.

$$\frac{3}{\{2, 3, 4\}} \times \frac{5}{-} \times \frac{4}{-} \times \frac{3}{-} = 3 \times 5 \times 4 \times 3 = 180$$

۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد کل حالات انتخاب ۴ نفر از این ۱۱ نفر برابر است با:

$$\binom{11}{4} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 7!} = 330$$

حالات نامطلوب آن است که ۴ دانش‌آموز انتخاب شده همگی از رشته تجربی یا همگی از رشته انسانی باشند.

$$\text{حالات نامطلوب} = \binom{5}{4} + \binom{4}{4} = 5 + 1 = 6$$

$$330 - 6 = 324$$

تعداد حالات مطلوب برابر است با:

۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. وقتی قرار است اعداد زوج (۲، ۴) در مکان‌های زوج باشند، بنابراین اعداد فرد (۱، ۳، ۵) باید در مکان‌های فرد باشند، بنابراین ۲! حالت برای مکان‌های زوج و ۳! حالت برای مکان‌های فرد داریم.

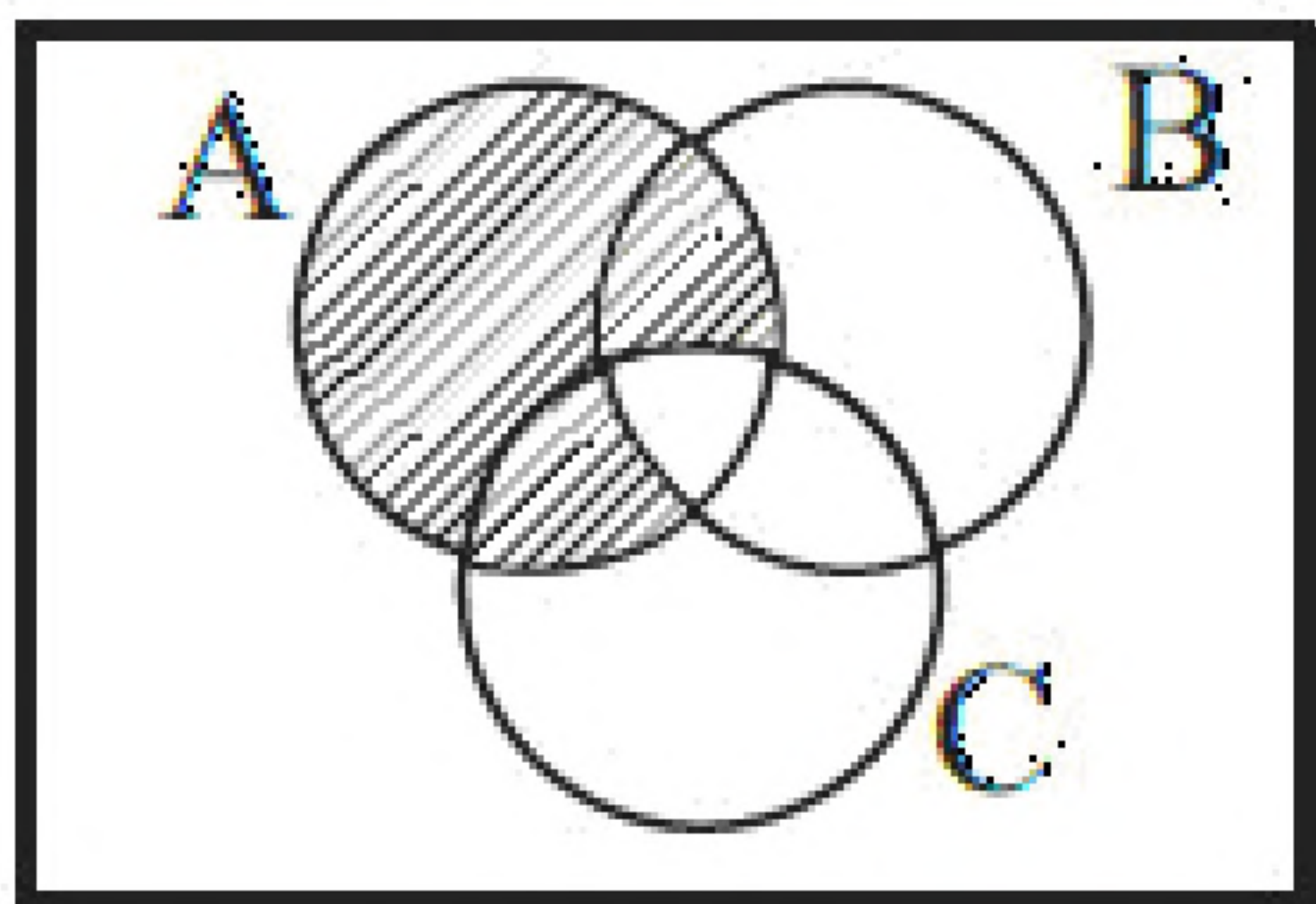
$$n(S) = 5! , n(A) = 2! \times 3! \Rightarrow P(A) = \frac{2! \times 3!}{5!} = \frac{12}{120} = \frac{1}{10} = 0.1$$

۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فضای نمونه‌ای پرتاب دو تاس $n(S) = 6 \times 6 = 36$ عضو دارد.

$A =$ پیشامد آن‌که مجموع دو عدد رو شده مضرب ۵ باشد

$$A = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (4, 6), (5, 5), (6, 4)\} \Rightarrow n(A) = 7$$

$$n(S) = 36 \Rightarrow P(A) = \frac{7}{36}$$



۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با بررسی گزینه‌ها داریم:

گزینه ۱: از A ، اجتماع B و C حذف کرده‌ایم که درست است.

گزینه ۲ و ۳: نیز قسمت هاشورخورده را نشان می‌دهند.

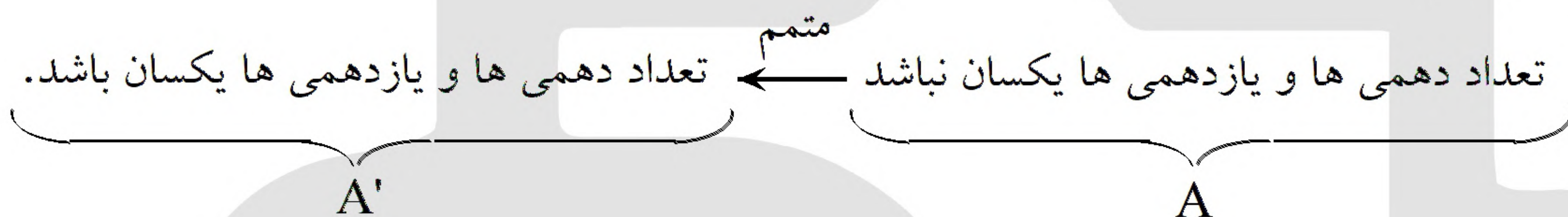
گزینه ۴: اگر از مجموعه A ، اشتراک B و C را جدا کنیم مجموعه، به صورت مقابل است که با شکل سؤال متفاوت است!

۳۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تعداد کل دانش‌آموزان ۱۰ نفر است و می‌خواهیم یک گروه ۴ نفری از بین آن‌ها انتخاب کنیم، پس:

$$n(S) = \binom{10}{4} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2} = 210$$

حالا قرار است تعداد دهمی‌ها و یازدهمی‌ها یکسان نباشد.

از پیشامد متمم استفاده می‌کنیم:



تعداد اعضای پیشامد A' را حساب می‌کنیم (۲ دهمی و ۲ یازدهمی):

$$n(A') = \binom{4}{2} \times \binom{6}{2} = 6 \times 15 = 90$$

$$P(A') = \frac{90}{210} = \frac{3}{7}$$

پس:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$$

در نتیجه:

۳۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر چهار نقطه بخواهند تشکیل چهارضلعی دهند، نباید از نقاط روی پاره‌خط، بیش از ۲ نقطه انتخاب شود. پس:

$$P(A) = \frac{\binom{5}{0}\binom{5}{4} + \binom{5}{1}\binom{5}{3} + \binom{5}{2}\binom{5}{2}}{\binom{10}{4}} = \frac{1 \times 5 + 5 \times 10 + 10 \times 10}{210} = \frac{31}{42}$$

$$\binom{10}{4} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$$

تذکر:

۳۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر A پیشامد آن باشد که عدد روی کارت زوج و B پیشامد آن باشد که عدد روی کارت مضرب ۳ باشد، می‌خواهیم پیشامد $A \cup B$ را به دست آوریم:

$$A = \{12, 32, 42, 52, 14, 34, 24, 54\}$$

$$B = \{12, 21, 15, 51, 24, 42, 45, 54\}$$

$$\Rightarrow A \cup B = \{12, 32, 42, 52, 14, 34, 24, 54, 21, 15, 51, 45\}$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 12$$



۳۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون صورت سؤال نگفته که ارقام تکراری نباشد پس تکرار مجاز است. متمم اینکه هم رقم زوج و هم رقم فرد داشته باشیم، یعنی همه زوج یا همه فرد باشند را حساب می‌کنیم و از کل اعداد سه رقمی که می‌توان با اعداد ۰ تا ۶ ساخت کم می‌کنیم. تعداد حالاتی را که همگی فرد و تعداد حالاتی را که همگی زوج هستند، محاسبه کرده و از تعداد کل حالات کم می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} \text{کل اعداد} &= 6 \times 7 \times 7 = 294 \\ \underbrace{3 \times 4 \times 4}_{\text{همه زوج}} + \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{\text{همه فرد}} &= 48 + 27 = 75 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 294 - 75 = 219$$

۳۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با ساده کردن تساوی داده شده داریم:

$$2^{x!} = 64 = 2^6 \Rightarrow x! = 6 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow x^2 = 9$$

۳۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در اولین رقم سمت چپ باید یکی از ارقام ۲، ۳، ۴، ۵ قرار بگیرد، چون تکرار ارقام مجاز نیست، پس در جایگاه بعدی از ۴ رقم باقی مانده استفاده می‌کنیم و به همین ترتیب جایگاه‌های بعدی را انتخاب می‌کنیم. بنابراین:

$$4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 96$$

۳۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون در صورت سؤال شرطی گذاشته نشده ما اعداد با تکرار را هم حساب می‌کنیم. پس فضای نمونه‌ای $n(S) = 4 \times 4 = 16$ عضو دارد. حالا باید اعدادی را پیدا کنیم که مضرب ۳ هستند.

$$A = \{12, 21, 15, 51, 24, 42, 45, 54\} \Rightarrow n(A) = 8$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

۴۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تعداد اعضای فضای نمونه‌ی موردنظر برابر است با: روز تولد نفر اول یکی از ۷ روز هفته می‌تواند باشد و دو نفر بعدی نیز باید در همان روز متولد شوند، پس:

$$n(A) = 7 \times 1 \times 1 = 7 \Rightarrow P(A) = \frac{7}{7^3} = \frac{1}{7^2}$$

۴۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون صفر در ارقام وجود دارد، پس برای حل مسئله باید ۲ حالت در نظر بگیریم:

$$\frac{5}{\text{فقط صفر}} \times \frac{4}{-} \times \frac{3}{-} \times \frac{2}{-} \times \frac{1}{-} = 5! = 120$$

$$\frac{4}{\neq 0} \times \frac{4}{-} \times \frac{3}{-} \times \frac{2}{-} \times \frac{2}{\text{۴ یا ۲}} = 4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 2 = 192 \xrightarrow{\text{بنابر اصل جمع}} 120 + 192 = 312$$

۴۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. کل حالات برابر است با:

$$n(S) = 2^4 \Rightarrow n(S) = 16$$

پیشامد دختر بودن حتمی فرزند سوم و چهارم برابر است با:

$$A = \{(b, b, g, g), (b, g, g, g), (g, b, g, g), (g, g, g, g)\} \Rightarrow n(A) = 4$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$



۴۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از فرمول تبدیل داریم:

$$\text{کسر مطلوب} = \frac{\frac{(n-1)!}{[(n-1)-(r-1)]!}}{\frac{(n+1)!}{[(n+1)-(r+1)]!}} = \frac{(n-1)!}{(n-r)!} \cdot \frac{(n+1)!}{(n+1)!} = \frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{(n-1)!}{(n+1)n(n-1)!} = \frac{1}{n^2+n}$$

۴۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا بین کتاب اقتصاد و ریاضی یک جایگاه قرار می‌دهیم که برای انتخاب کتاب این جایگاه ۸ حق انتخاب وجود دارد، در این بسته کتاب اقتصاد و ریاضی به ۲! جایگشت دارند و این بسته و ۷ کتاب دیگر به ۸! جایگشت دارند. بنابراین تعداد حالت‌های موردنظر برابر است با: $8 \times 2! \times 8!$

۴۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. حداقل یکی از تاس‌ها مضرب ۳ باشد (پیشامد A) متمم این است که هیچ‌کدام از تاس‌ها مضرب ۳ نباشد. (پیشامد A') در پیشامد A'، عدد هر تاس می‌تواند یکی از اعداد ۱، ۲، ۴، ۵ باشد.

$$n(A') = 4 \times 4 = 16 \Rightarrow P(A') = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

۴۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $n(S) = 2 \times 2 \times 6 = 24$
 $A = \{(6, 4, 2), (6, 4, 3), (6, 4, 5), (6, 4, 6), (4, 2, 6), (4, 3, 6), (4, 5, 6), (4, 6, 2), (4, 6, 3), (4, 6, 5), (4, 6, 6), (2, 4, 6), (3, 4, 6), (5, 4, 6), (6, 2, 4), (6, 3, 4), (6, 5, 4), (6, 6, 2), (6, 6, 3), (6, 6, 5), (6, 6, 6)\}$
 $\Rightarrow n(A) = 6 \Rightarrow P(A) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

۴۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد فضای نمونه‌ای برابر است با: $n(S) = 2^2 \times 6 = 24$
 $A = \{(2, 3, 5), (2, 3, 6), (2, 5, 6), (3, 5, 6), (5, 2, 6), (6, 2, 5), (6, 3, 5)\}$
 $n(A) = 6 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

۴۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار $\bar{x} = 7$ (ارتفاع مستطیل) و $\sigma = 9 - 7 = 2$ (طول میله خطا) پس:
 $(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma) = (7 - 4, 7 + 4) = (3, 11)$
 با توجه به منحنی نرمال تقریباً ۹۶ درصد از داده‌ها در فاصله (۳، ۱۱) قرار دارند.

۴۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر حرف ه و م را کنار بگذاریم، کلمه‌ی «زبانی» ۵ حرف دارد که از حروف آن برای سه حرف ابتدایی کلمات استفاده می‌کنیم.

$$\frac{5}{5} \times \frac{4}{4} \times \frac{3}{3} \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{1} = 120$$

حرف باقی مانده از ه یا م یکی از ه یا م



۵۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. وقتی قرار است شامل عضوهای زوج یعنی $\{۰, ۲, ۴, ۶, ۸\}$ باشد پس دو تا عضو دیگر را باید از بین $\{۱, ۳, ۵, ۷, ۹\}$ انتخاب کنیم و چون قرار است اعداد فرد بزرگتر از ۵ یعنی $\{۷, ۹\}$ وجود نداشته باشند بنابراین دو عضو باید از اعداد $\{۱, ۳, ۵\}$ انتخاب شوند یعنی $\binom{۳}{۲}$ که با گزینه ۱ یعنی $\binom{۳}{۱}$ برابر است.

$$\binom{۳}{۲} = \binom{۳}{۱} = ۳$$

