

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴

پاسخ کلیدی سوالات تستی (سراسری)

ریاضی و آمار ۱۱ - فصل ۲

	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>



$$f(x) = [x] + [-x]$$

۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

پس به ازای تمام مقادیر صحیح تابع $\frac{g}{f}$ تعریف نمی شود. پس در هیچ نقطه صحیح مقدار $\frac{g}{f}$ برابر ۳ نمی شود.

$$f(x) = k \Rightarrow k + k = k \times k \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = 0 \end{cases}$$

۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2n^2 - 7n + 1 = -k \xrightarrow{k=0} 2n^2 - 7n + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 49 - 8 = 41$$

مقدار n طبیعی نمی شود پس $k = 0$ قابل قبول نیست.

$$\Rightarrow 2n^2 - 7n + 1 = -2 \Rightarrow 2n^2 - 7n + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 49 - 24 = 25$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = \frac{7+5}{4} = 3 \checkmark \\ n = \frac{7-5}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

غ ق ق غ

$$m^2 - 4m + 6 = 3 \times 2 \Rightarrow m^2 - 4m + 6 = 6 \Rightarrow m^2 - 4m = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ ق ق} \\ m = 4 \checkmark \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{mn}{5} \right] = \left[\frac{12}{5} \right] = 2$$

۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(-\pi) = \left[\frac{2+\pi}{2} \right] = \left[1 + \frac{\pi}{2} \right] = 1 + \left[\frac{\pi}{2} \right] = 1 + 1 = 2$$

$$\left(\frac{\pi}{2} \simeq 1/57 \right)$$

$$f(\sqrt{5}) = \left[\frac{2-\sqrt{5}}{2} \right] = \left[1 - \frac{\sqrt{5}}{2} \right] = 1 + \left[-\frac{\sqrt{5}}{2} \right] = 1 + (-2) = -1$$

$$f(-\pi) + 2f(\sqrt{5}) = 2 + 2(-1) = 2 + (-2) = 0$$

۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{a}{x} + b = a \left(\frac{1}{x} \right) + b \xrightarrow{\text{تابع ثابت}} a = 0$$

$$g(x) = (1+b)x + c \xrightarrow{\text{تابع ثابت}} 1+b=0 \Rightarrow b=-1$$

$$\frac{f(x)}{g(x)} = 2 \Rightarrow \frac{b}{c} = 2 \Rightarrow \frac{-1}{c} = 2 \Rightarrow c = -\frac{1}{2}$$

$$\text{میانگین} = \frac{0 + (-1) + \left(-\frac{1}{2} \right)}{3} = -\frac{1}{2}$$



۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باید مؤلفه‌های دوم با مؤلفه‌های اول برابر باشد. پس:

$$\begin{cases} 2n^2 - 3n = 2 \Rightarrow 2n^2 - 3n - 2 = 0 \Rightarrow (n-2)(2n+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n=2 \Rightarrow m=-4 \\ n=-\frac{1}{2} \Rightarrow m=3/5 \end{cases} \\ m+3n=2 \\ m=-t^2 < 0 \end{cases}$$

$$\frac{m+n+t}{3} = 0 \Rightarrow t = -m - n \Rightarrow t = -(-4) - 2 = 4 - 2 = 2$$

از طرفی:

۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا تابع را ساده‌تر می‌کنیم تا ضریب x در داخل قدرمطلق برابر ۱ شود:

$$y = -\frac{1}{2} \left| 2 \left(x + \frac{1}{2} \right) \right| = -\frac{1}{2} \times 2 \left| x + \frac{1}{2} \right| = - \left| x + \frac{1}{2} \right|$$

پس تابع $|x|$ را به اندازه $\frac{1}{2}$ به چپ انتقال می‌دهیم سپس نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم.

۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع f و g را به صورت چندضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow f(x) = -(2x-2), g(x) = -1$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow f(x) = -(2x-2), g(x) = 0$$

$$x=1 \Rightarrow \begin{cases} f(x)=0 \\ g(x)=1 \end{cases} \Rightarrow (f \times g)(x) = \begin{cases} 2x-2, & -1 \leq x < 0 \Rightarrow -2 \leq 2x < 0 \Rightarrow -4 \leq 2x-2 < -2 \\ 0, & 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow y=0 \end{cases}$$

$$R_f = [-4, -2) \cup \{0\}$$

پس: $-3 \in R_f$

$$f(x) + f(-x) = x - x = 0$$

۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون $f(x)$ همانی است. پس:

طول و عرض هر نقطه روی نیم ساز ربع دوم و چهارم قرینه یکدیگرند، پس:

$$3x^2 - 17x + 10 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 17x + 10 = 0$$

$$\Delta = 289 - 4(3)(10) = 289 - 120 = 169 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{169} = 13$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{17+13}{6} = 5, x_2 = \frac{17-13}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow 5 - \frac{2}{3} = \frac{15-2}{3} = \frac{13}{3}$$

۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} f(-0.7) = [1 - 3(-0.7)] = [1 + 2.1] = [3.1] = 3 \\ f(-0.7) = [1 - 3(-0.7)] = [1 + 2.1] = [3.1] = 3 \end{cases} \Rightarrow \text{جواب} = 3 - 1 = 2$$



۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون f یک تابع همانی است، باید ضریب x برابر ۱ باشد: $|a| - |b| = ۱$

چون g تابعی ثابت است باید ضریب x صفر باشد: $b^2 - ۱ = ۰ \Rightarrow b^2 = ۱ \Rightarrow |b| = ۱$
حال اگر این مقدار را در معادله اول جایگذاری کنیم، داریم:

$$|a| - |b| = ۱ \Rightarrow |a| - ۱ = ۱ \Rightarrow |a| = ۲ \text{ یا } a^2 = ۴$$

تا اینجا داریم: $f(x) = x$ و $g(x) = ۵c$.

اکنون این ضابطه‌ها را در شرط زیر قرار می‌دهیم:

$$(f - g)(x) = x + ۵ \Rightarrow x - (۵c) = x + ۵ \Rightarrow -۵c = ۵ \Rightarrow c = -۱$$

$$|a| = ۲ \Rightarrow a = \pm ۲ \Rightarrow \begin{cases} a = ۲ \Rightarrow ac = -۲ \\ a = -۲ \Rightarrow ac = ۲ \end{cases} \Rightarrow \text{دو مقدار}$$

۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. روش اول: در بازه‌ی داده شده، درون قدرمطلق منفی است. لذا: $|x| = -x$

$$y = [-۲x + |x|] + x = [-۲x - x] + x \Rightarrow y = [-۳x] + x$$

از طرفی چون $-\frac{۱}{۳} < x < -\frac{۲}{۳}$ ، بنابراین:

$$-\frac{۲}{۳} < x < -\frac{۱}{۳} \xrightarrow{\times -۳} ۱ < -۳x < ۲ \Rightarrow [-۳x] = ۱ \Rightarrow y = [-۳x] + x = x + ۱$$

روش دوم: از بازه‌ی داده شده عددی انتخاب می‌کنیم: مثلاً: $x = -\frac{۱}{۴}$. حال مقدار تابع y را به ازای این x محاسبه

$$y = \left[-۲\left(-\frac{۱}{۴}\right) + \left|-\frac{۱}{۴}\right|\right] - \frac{۱}{۴} = \left[۱ + \frac{۱}{۴}\right] - \frac{۱}{۴} = ۱ - \frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۴}$$

می‌کنیم:

تنها گزینه‌ای که اگر به جای x مقدار $-\frac{۱}{۴}$ قرار بدهیم، حاصل‌اش نیز $\frac{۳}{۴}$ می‌شود. گزینه‌ی ۲ است.

$$D_{f \pm g} = D_f \cap D_g = \{۱, ۳, ۵\}$$

$$f + g = \{(۱, ۷), (۳, ۶), (۵, ۹)\}$$

$$f - g = \{(۱, ۳), (۳, ۲), (۵, -۳)\}$$

$$R_{\frac{f+g}{f-g}} = \left\{\frac{۷}{۳}, \frac{۶}{۲}, \frac{۹}{-۳}\right\} = \left\{\frac{۷}{۳}, ۳, -۳\right\}$$

۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$D_{f \pm g} = D_f \cap D_g = \{۱, ۳, ۵\}$$

$$f + g = \{(۱, ۷), (۳, ۶), (۵, ۹)\}$$

$$f - g = \{(۱, ۳), (۳, ۲), (۵, -۳)\}$$

$$R_{\frac{f+g}{f-g}} = \left\{\frac{۷}{۳}, \frac{۶}{۲}, \frac{۹}{-۳}\right\} = \left\{\frac{۷}{۳}, ۳, -۳\right\}$$

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{2x-1} \Rightarrow f(2) = \frac{2}{3} \Rightarrow f(2) \times f\left(\frac{1}{4}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)(-3) = -2$$

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} = -3$$

۱۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f = \{(3, n^2 - 2n), (m, 8), (2n - 5, t), (4, 3m + 2)\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 8 \\ 3m + 2 = 8 \Rightarrow m = 2 \\ n^2 - 2n = 8 \Rightarrow n^2 - 2n - 8 = 0 \Rightarrow (n - 4)(n + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 4 \text{ می شود} \\ n = -2 \text{ غ ق} \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow m + n + t = 2 + 4 + 8 = 14$$

۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f = \{(2, 5), (3, 4), (4, 6), (1, 7)\}$$

$$g = \{(1, 3), (2, 6), (5, 2), (4, 9)\} \Rightarrow g - f = \{(1, -4), (2, 1), (4, 3)\}$$

$$\text{برد} = \{-4, 1, 3\}$$

۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \left[x + \frac{3}{2} \right] - [-x] = \begin{cases} f\left(\frac{9}{4}\right) = \left[\frac{27}{4} + \frac{3}{2} \right] - \left[-\frac{9}{4} \right] = 3 - (-3) = 6 \\ f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left[-\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \right] - \left[\frac{1}{2} \right] = 1 - 0 = 1 \end{cases}$$

$$f\left(\frac{9}{4}\right) + f\left(-\frac{1}{2}\right) = 6 + 1 = 7$$

۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x}{[x] + [-x]}$$

به ازای اعداد صحیح مخرج کسر صفر می شود پس برای اعداد صحیح تابع $\frac{f}{g}$ تعریف نمی شود.



«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{ثابت } f \Rightarrow f(kx) = f(x) \Rightarrow k^2 - 3 = 1 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = 2$$

$$g = \left\{ (2, n^2 - 3n + 4), (2n, \overbrace{m^2 - 4m + 4}^{(m-2)^2}), \overbrace{(f(n), (n-4))}^{f(2), -2} \right\}$$

$$g \Rightarrow n^2 - 3n + 4 = 2 \Rightarrow n^2 - 3n + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n = 1 \Rightarrow (m-2)^2 = 2 \text{ غ ق ق} \\ n = 2 \Rightarrow (m-2)^2 = 4 \Rightarrow m-2 = 2 \\ \Rightarrow m = 4 \end{array} \right. \Rightarrow f(4) = -2$$

۲۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \left[1 - \frac{x}{3} \right] = 1 + \left[-\frac{x}{3} \right] \Rightarrow f(0/7) + 2f(\pi) = 1 + \left[-\frac{0/7}{3} \right] + 2 \left(1 + \left[-\frac{\pi}{3} \right] \right)$$

$$= 1 + (-1) + 2(1 + (-2)) = 0 - 2 = -2$$

۲۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = a + 3(b^2 - 1)x^2 \Rightarrow 3(b^2 - 1) = 0 \Rightarrow b = \pm 1 \quad (1)$$

$$g(x) = bx^2 - 2a + x^2 = (b+1)x^2 - 2a \Rightarrow b = -1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} b = -1$$

$$(f \times g)(x) = -8 \Rightarrow f(x) \times g(x) = -8 \Rightarrow a \times (-2a) = -8 \Rightarrow 2a^2 = 8 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

$$\Rightarrow |ab| = |a| \times |b| = 2 \times 1 = 2$$

۲۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{x^3}{x^2} = x, x \neq 0 \Rightarrow y = \{\pm 5, \pm 4, \dots, \pm 1\} \Rightarrow 10 \text{ تا}$$

$$f(x) = -(x-1) = 1-x$$

۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$-\frac{3}{2} < x < -1 \Rightarrow \underbrace{\text{sign}(-x)}_{+} = +1 \xrightarrow{\times (2)} -3 < 2x < -2 \Rightarrow [2x] = g(x) = -3$$

$$\Rightarrow y = 2(1-x) + 3 = 5 - 2x$$



۲۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(-2/5) = \frac{-5-1}{-3-(-1)} = \frac{-6}{-2} = 3, f(0/8) = \frac{1/6-1}{0-1} = -0/6$$

$$f(2/1) = \frac{4/2-1}{2-1} = 3/2, f(4) = \frac{8-1}{4-1} = \frac{7}{3}$$

۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$D_{f+g} = \{1, 3, 5\}$$

$$f+g = \{(1, 7), (3, 6), (5, 9)\}$$

$$\frac{f+g}{f} = \left\{ \left(1, \frac{7}{5}\right), \left(3, \frac{6}{4}\right), \left(5, \frac{9}{3}\right) \right\} = \{(1, 1/4), (3, 1/5), (5, 3)\}$$

$$\text{برد} = \{1/4, 1/5, 3\}$$

۲۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(\sqrt{2}) = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right] = [1 - 0/7] = [0/3] = 0$$

$$f\left(-\frac{3}{2}\right) = \left[1 + \frac{3}{4} \right] = [1/0] = 1 \Rightarrow 0 + 1 = 1$$

۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{|2x|}{x} = 2x - 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{2x}{x} = 2x - 1 & x > 0 \\ \frac{-2x}{x} = 2x - 1 & x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 2 \Rightarrow x = \frac{3}{2} = 1/5 \\ 2x - 1 = -2 \Rightarrow x = \frac{-1}{2} = -0/5 \end{cases} \Rightarrow \frac{1/5 + (-0/5)}{2} = \frac{1}{2}$$

۲۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$D_f = \{1, 3, 5, 6\}$$

$$D_g = \{1, 2, 3, 5\} \Rightarrow D_{\text{مشترک}} = \{1, 3, 5\}$$

$$f+g = \{(1, 7), (3, 6), (5, 9)\} \Rightarrow \frac{f+g}{f} = \left\{ \left(1, \frac{7}{5}\right), \left(3, \frac{6}{4}\right), \left(5, \frac{9}{3}\right) \right\}$$

$$\Rightarrow \left\{ \frac{7}{5}, \frac{6}{4}, \frac{9}{3} \right\} \Rightarrow \{1/4, 1/5, 3\}$$

توجه: $\frac{7}{5} = \frac{14}{10} = 1/4$



۲۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. یادآوری می‌کنیم که نیمساز ناحیه اول و سوم تابع همانی است.

$$m + n = 1 \quad (1)$$

$$n^2 + n = 20 \Rightarrow n^2 + n - 20 = 0 \Rightarrow (n + 5)(n - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -5 \\ n = 4 \end{cases}$$

$$n^2 - 3n = 4 \Rightarrow n^2 - 3n - 4 = 0 \Rightarrow n = -1, \quad n = +4$$

$$\xrightarrow{(1)} m + 4 = 1 \Rightarrow m = -3$$

۳۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$g \times f = \{(3, 2 \times 3)(2, 3 \times 4)(1, 8 \times 2)\} = \{(3, 6)(2, 12)(1, 16)\}$$

برد $g \times f = \{6, 12, 16\}$

۳۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} f\left(-\frac{1}{2}\right) &= 2\left[-\frac{1}{2}\right] + \left[-\left(-\frac{1}{2}\right)\right] = 2(-1) + 0 = -2 \\ f\left(\frac{3}{2}\right) &= 2\left[\frac{3}{2}\right] + \left[-\frac{3}{2}\right] = 2(1) + (-2) = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -2 + 0 = -2$$

۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

