

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

ابتدا ضابطه‌ی تابع $\frac{f}{g}$ که یک تابع خطی است را به دست می‌آوریم: تابع $\frac{f}{g}$ از نقاط $(0, 1)$ و $(-1, 0)$ می‌گذرد.

$$\begin{matrix} (0, 1) \\ (-1, 0) \end{matrix} \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 1}{-1 - 0} = 1$$

$$y = mx + b \xrightarrow[b=1]{m=1} y = x + 1 \Rightarrow \frac{f}{g} = x + 1$$

$$\frac{f}{g} = x + 1 \Rightarrow \frac{f(x)}{g(x)} = x + 1 \xrightarrow{f(x) = x^2 - 1} \frac{x^2 - 1}{g(x)} = x + 1$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \frac{(x - 1)(x + 1)}{x + 1} = x - 1$$

$$g(5) = 5 - 1 = 4$$

۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

در این سوالات ابتدا دامنه مشترک f و g را به دست می‌آوریم با توجه به شکل داریم:

$$D_f \cap g = \{-2, 2, 4\}$$

$$\frac{f}{g} = \left\{ \left(-2, \frac{2}{4}\right), \left(2, \frac{2}{4}\right), \left(4, \frac{2}{-1}\right) \right\}$$

چون $\frac{2}{g}$ تعریف نشده است پس زوج مرتب $\left(2, \frac{2}{4}\right)$ را حذف می‌کنیم پس:

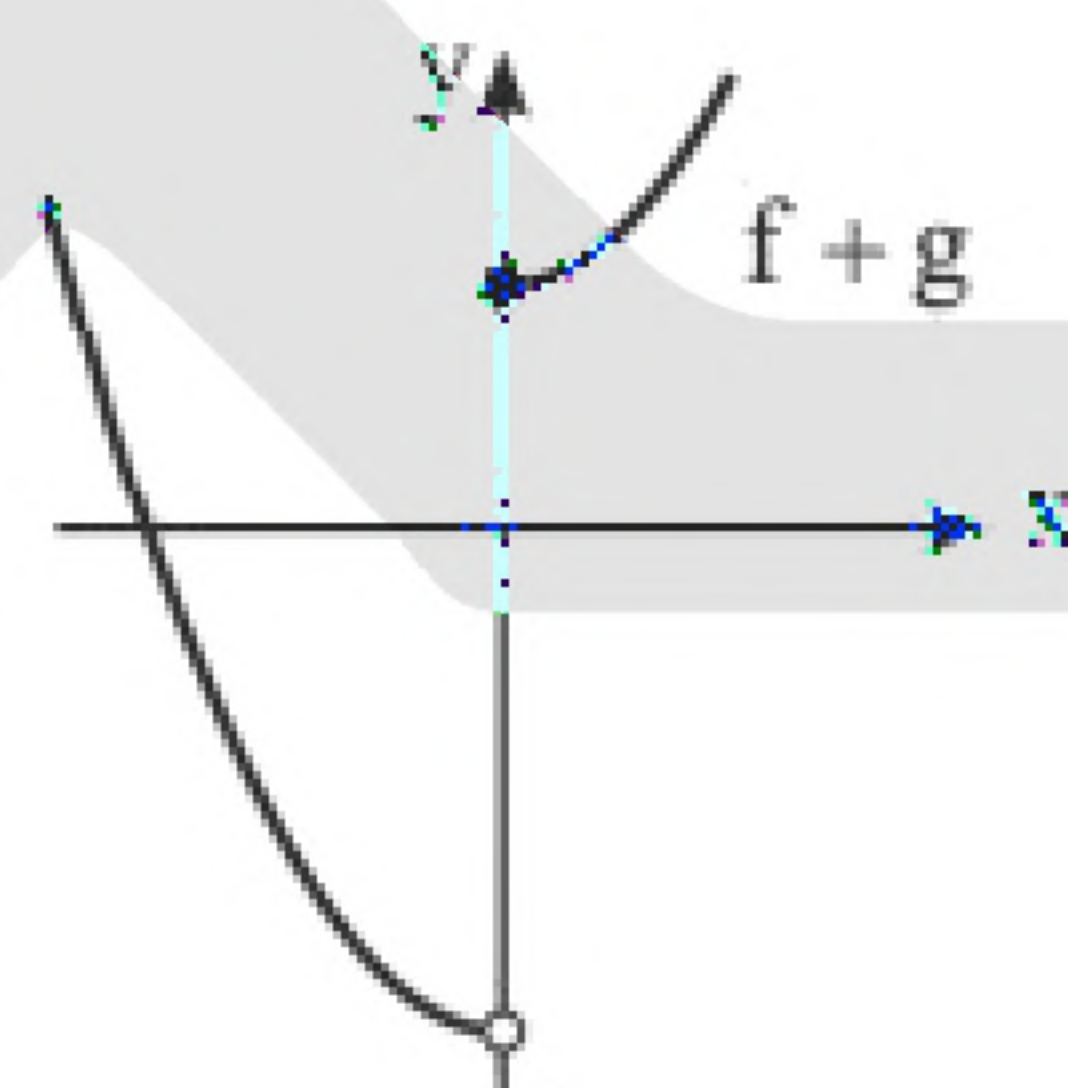
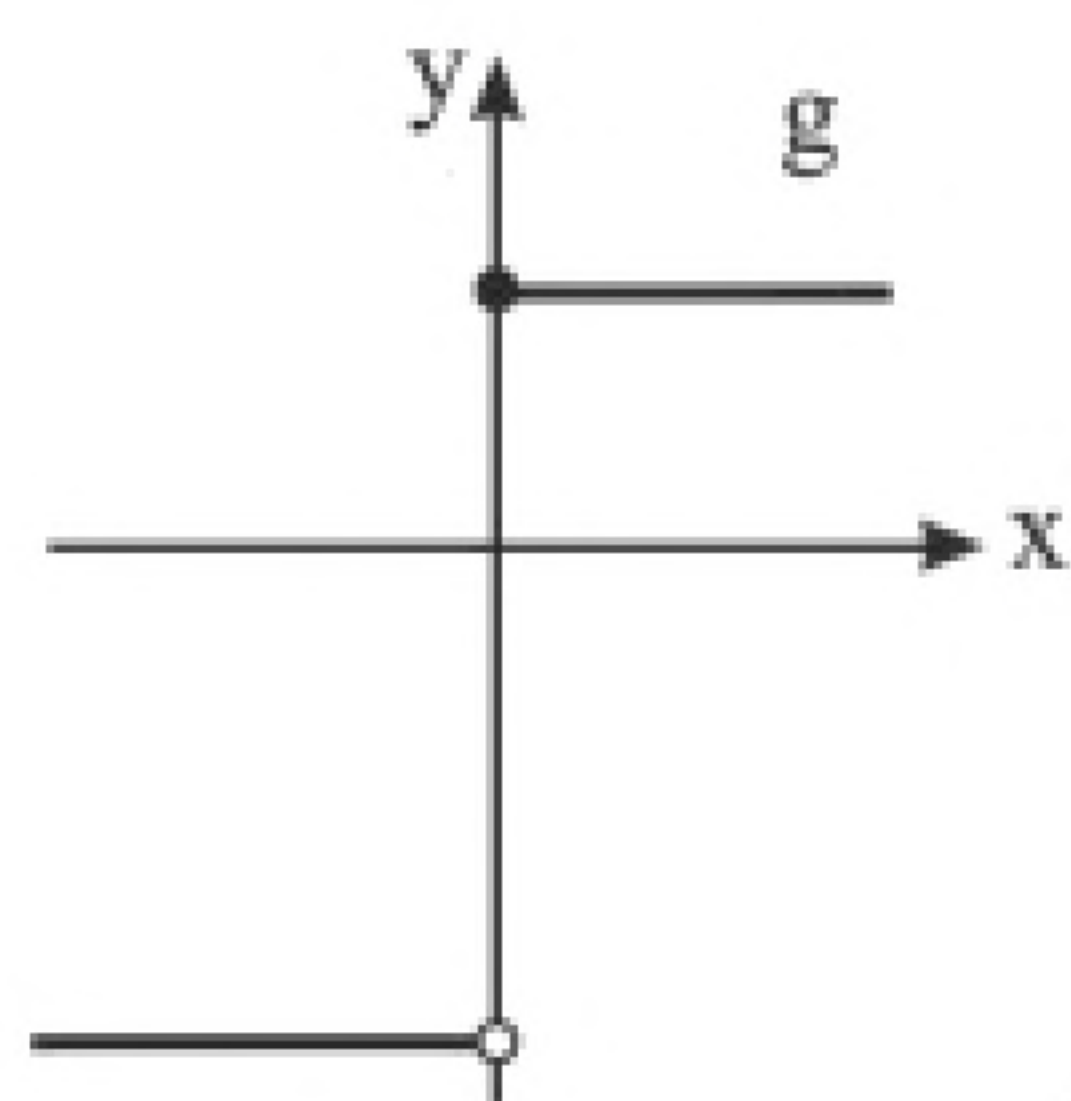
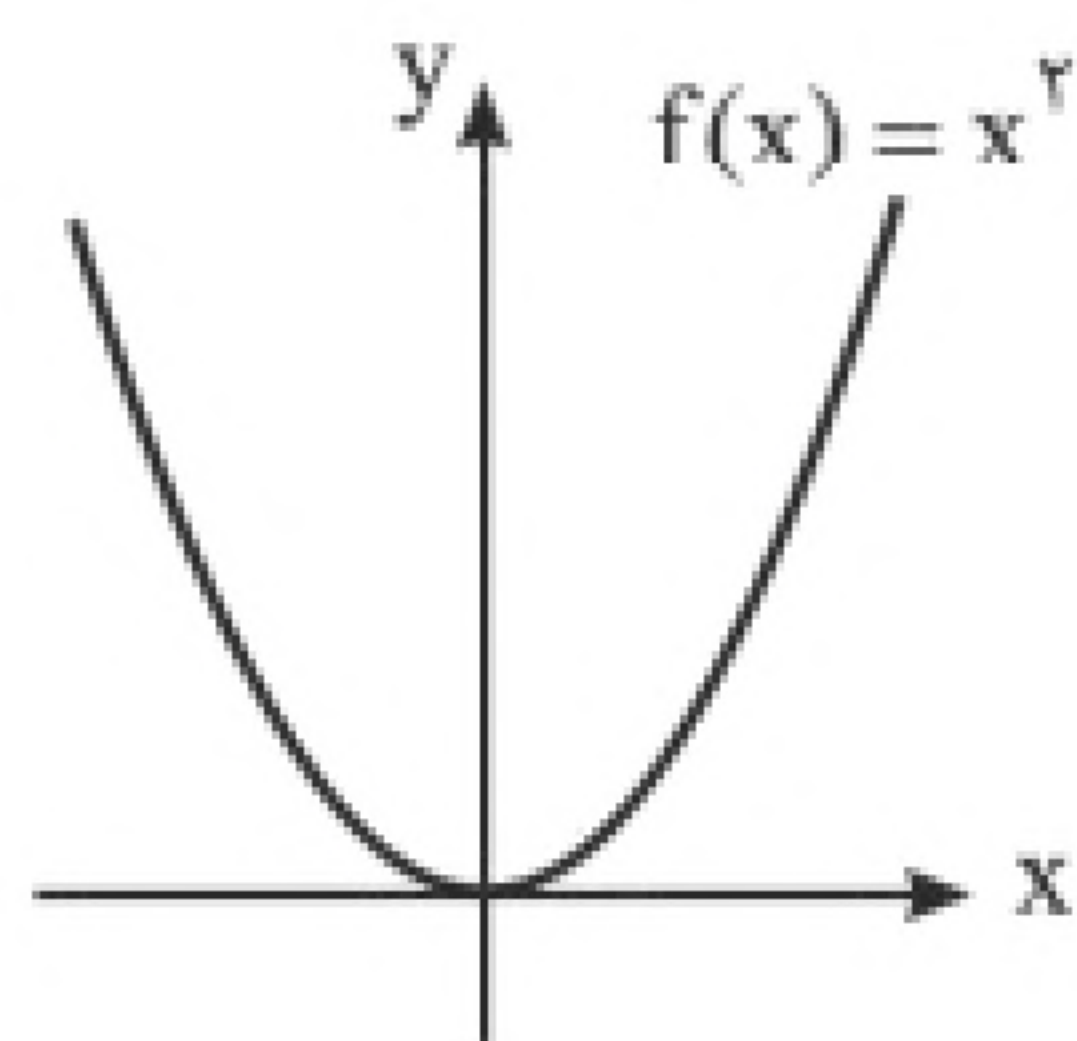
$$\frac{f}{g} = \left\{ \left(-2, \frac{1}{2}\right), (4, -2) \right\}$$

$$R_{\frac{f}{g}} = \left\{ \frac{1}{2}, -2 \right\}$$

و برد $\frac{f}{g}$ دو عضو دارد.



۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
ابتدا هر دو تابع f و g را رسم می‌کنیم.



حال در تابع $f+g$ قسمت های مثبت و صفر
یک واحد بالا و قسمت منفی دو واحد پایین می‌آید

۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
چون تابع $f+g$ به صورت $\{(3, 7), (6, -1)\}$ می‌باشد. پس:

$$(f+g)(3) = 7 \Rightarrow f(3) + g(3) = 7 \xrightarrow{f(3)=1} 1 + g(3) = 7 \\ \Rightarrow g(3) = 6$$

$$(f+g)(6) = -1 \Rightarrow f(6) + g(6) = -1 \xrightarrow{f(6)=-2} -2 + g(6) = -1 \\ g(6) = -1 + 2 = 1 \Rightarrow g(6) = 1$$

$$g(3) - g(6) \xrightarrow[g(6)=1]{g(3)=6} 6 - 1 = 5$$

$$f(-2) \cdot g(-2) = -2 \sqrt{4+5} \times |2(-2) - 1| - 2 \times 3 \times 5 = -30$$

۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
دامنه مشترک f و g سه عدد $\{0, 1, 2\}$ می‌باشد.

$$f(0) \times g(0) = -2 \times 2 = -4$$

$$f(1) \times g(1) = 1 \times 0 = 0$$

$$f(2) \times g(2) = 2 \times 5 = 10$$

۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{f}{g} = \left\{ \left(1, \frac{1}{2}\right), \left(2, \frac{4}{2}\right), \left(3, \frac{9}{3}\right) \right\} = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$$

$$\text{برد } R_{\frac{f}{g}}^f = \{1, 2, 3\}$$

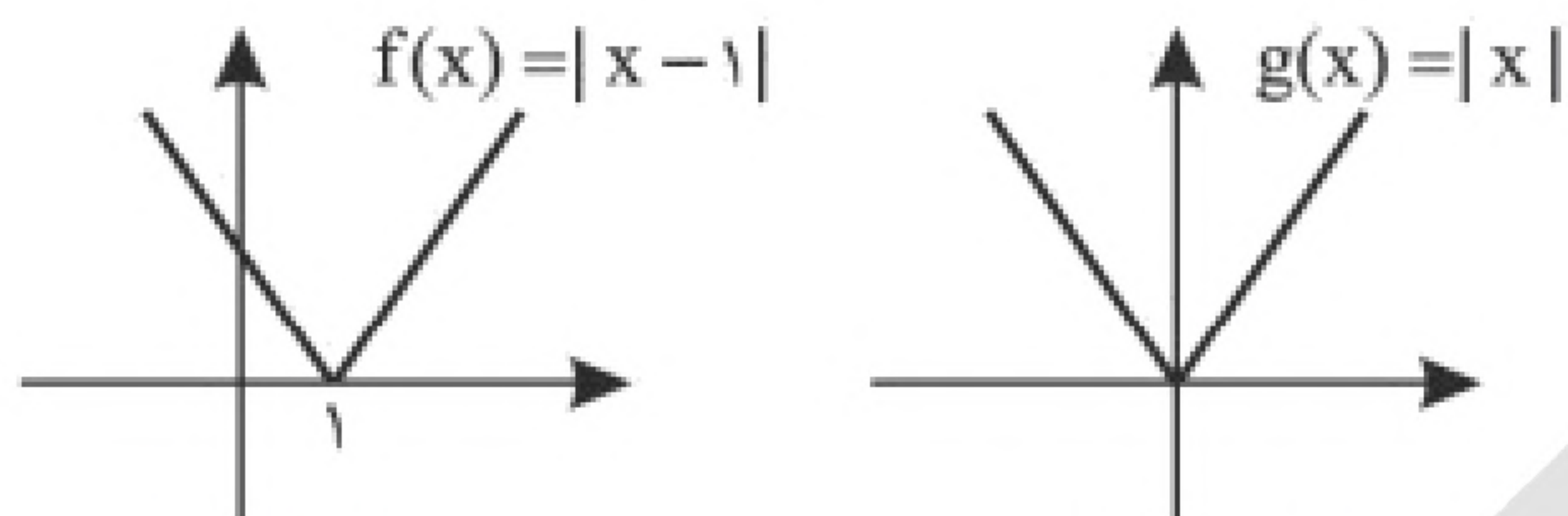


۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

برای محاسبه D_f^g ابتدا D_g و D_f را به دست می‌آوریم، سپس از قسمت مشترک دو دامنه مقادیری را که به‌ازای آنها $f(x)$ برابر صفر است را کم می‌کنیم.

$$D_f^g = D_g \cap D_f - \{x \mid f(x) = 0\}$$

می‌دانیم توابع f و g به صورت زیر هستند:



پس دامنه هر دو R می‌باشد و تابع $f(x)$ در نقطه به طول یک محور x ها را قطع کرده، پس جواب $|x-1|=0$ عدد $x=1$ است.

$$\begin{aligned} D_f^g &= D_f \cap D_g - \{x \mid f(x) = 0\} = (R \cap R) - \{x \mid |x-1|=0\} \\ &= R - \{1\} \end{aligned}$$

۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

ابتدا با توجه به شکل ضابطه‌ی تابع f را به دست می‌آوریم. تابع f خطی بوده و از O و

$A \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ عبور کرده است، پس:

$$m = \frac{-1 - 0}{1 - 0} = -1 \Rightarrow y = mx + b \xrightarrow[b=0]{m=-1} y = -x \Rightarrow f(x) = -x$$

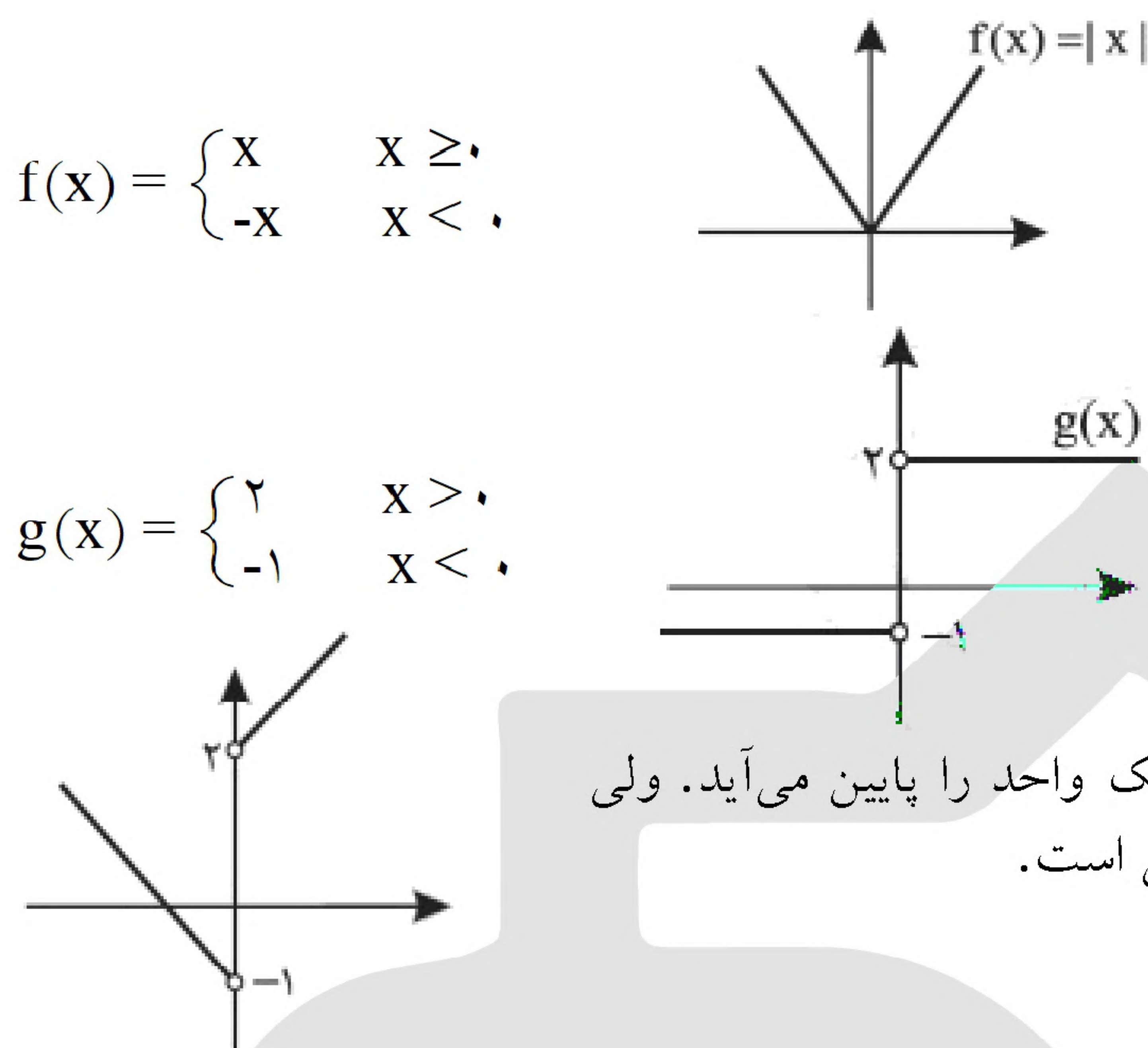
چون محور y ها را در مبدأ قطع کرده است.

از طرفی می‌دانیم $f+g$ تابع ثابت صفر است، پس:

$$\begin{aligned} (f+g)(x) &= 0 \Rightarrow f(x) + g(x) = 0 \xrightarrow{f(x)=-x} -x + g(x) = 0 \\ &\Rightarrow g(x) = x \end{aligned}$$



۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
ابتدا توابع f و g را رسم می‌کنیم:



حال برای رسم تابع $f+g$ قسمت‌هایی که $(x > 0)$ یک واحد را پایین می‌آید. ولی $x=0$ در دامنه اشتراک وجود ندارد و $x=0$ شکل خالی است.

۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

برای حل درخت‌ها ابتدا $f_1(1)$ و $f_2(1)$ را محاسبه می‌کنیم، سپس اعمال را روی ساقه‌ها انجام می‌دهیم.

$$f_1(1) = 1 + 1 = 2, \quad f_2(1) = 1^2 + 3 = 4$$

$$f_3(1) = \frac{f_1}{f_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad f_4(1) = \frac{f_2}{f_1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$f_5(1) = f_4(1) + f_3(1) = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$f_5(1) - f_4(1) = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

حاصل جواب $\frac{1}{2}$ می‌باشد که برابر $f_3(1)$ می‌باشد.

راه حل دوم:

$$f_5 = f_4 + f_3 \Rightarrow f_5 - f_4 = f_3 \Rightarrow f_5(1) - f_4(1) = f_3(1)$$



۱۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
ابتدا $D_f \cap D_g$ را به دست می آوریم.

$$D_f = \{1, 3, 6\}$$

$$D_g = \{0, 3, 6\} \Rightarrow D_f \cap D_g = \{3, 6\}$$

حال برای ورودی های ۳ و ۶ تابع $\frac{2f}{g}$ را تشکیل می دهیم.

$$\frac{2f}{g}(3) = \frac{2f(3)}{g(3)} = \frac{2(5)}{10} = 1$$

$$\frac{2f}{g}(6) = \frac{2f(6)}{g(6)} = \frac{2(-1)}{0} = \text{ت.ن} \Rightarrow \frac{2f}{g} = \{(3, 1)\}$$

پس برد آن $\{1\}$ می باشد.

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

می دانیم $g(x) = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$ باشد. با توجه به اینکه $D_f \cap D_g$ است در این صورت داریم:

$$(f+g)(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \geq 0 \\ x^2 - x & x < 0 \end{cases}$$

۱۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{f(1)+6}{g(4)} = \frac{|1^2-1|+6}{\frac{2}{4-3}} = \frac{6}{\frac{2}{1}} = \frac{6}{2} = 3$$

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(f \times g)(x) = f(x) \cdot g(x) = \frac{2x-1}{x-3} \times \frac{x-3}{x} = \frac{2x-1}{x}$$

$$\Rightarrow (g \times f)(2) = \frac{2(2)-1}{2} = \frac{3}{2}$$

۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$D_f \cap D_g = \{1, 3\}$$

$$(f+2g)(1) = f(1) + 2g(1) = 2 + 2(1) = 4$$

$$(f+2g)(3) = f(3) + 2g(3) = 7 + 2(-1) = 5 \Rightarrow \{4, 5\}$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(f+g) = f(-2) + g(-2) = |-2-1| + \sqrt{2-(-2)}$$

$$= |-3| + \sqrt{4} = 3 + 2 = 5$$



۱۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اول ضابطه‌ی $g(x)$ را پیدا می‌کنیم:

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) \Rightarrow \frac{2x^2 + x + 2}{(f+g)(x)} = \frac{3x^2 + 4 + g(x)}{f(x)}$$

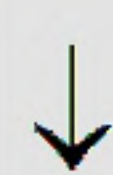
$$\Rightarrow 2x^2 + x + 2 - 3x^2 - 4 = g(x) \Rightarrow g(x) = -x^2 + x - 2$$

حالا با داشتن ضابطه‌ی g ، مقدار $g(-1)$ را حساب می‌کنیم:

$$g(-1) = -(-1)^2 + (-1) - 2 = -1 - 1 - 2 = -4$$

۱۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دامنه‌ی تابع گویا کل عددهای حقیقی به جز ریشه‌های مخرج است.

$$\frac{f}{g} = \frac{x^2}{2x} \Rightarrow D = R - \{0\}$$



ریشه‌های مخرج $(2x = 0)$

$$\frac{g}{f} = \frac{2x}{x^2} \Rightarrow D = R - \{0\}$$



ریشه‌های مخرج $(x^2 = 0)$

دامنه‌ی هر دو تابع بازه $R - \{0\}$ است. ما تابع‌ها پس از ساده‌سازی متفاوت‌اند:

$$\frac{f}{g} = \frac{x}{2}, \frac{g}{f} = \frac{2}{x}$$

بنابراین گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ نادرست هستند.

۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

تابع در ۳ بازه، ۳ ضابطه متفاوت دارد. برای x های کمتر از صفر باید معادله خطی را پیدا کنیم که از دو نقطه $(0,0)$ و $(-2,2)$ بگذرد، اگر تابع $y = -x$ را در ذهنتان داشته باشید، خیلی زود متوجه می‌شوید این خط قسمتی از نمودار $y = -x$ است. در بازه $0 \leq x < 1$ ، نیز قسمتی از نمودار $y = x$ را داریم و برای x های بزرگ‌تر از ۱، تابعی ثابت با معادله $y = 1$ داریم.

۲۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا اشتراک دامنه دو تابع f و g را پیدا می‌کنیم:

$$D_f = \{0; 1\}$$

$$D_g = \{0; 1; 2\} \Rightarrow D_f \cap D_g = \{0, 1\}$$

اکنون مقدار تابع $\frac{f+1}{4g}$ را به ازای مؤلفه‌های اول عضو دامنه اشتراک به دست می‌آوریم:

$$\frac{f+1}{4g} = \left\{ 0, \frac{1+1}{4 \times 2}, \left(1, \frac{2+1}{4 \times 3}\right) \right\} = \left\{ \left(0, \frac{1}{4}\right), \left(1, \frac{1}{4}\right) \right\}$$



۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

ابتدا مقدار x را از حل معادله $3x - 2 = 0$ به دست می آوریم:

$$3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

با جایگذاری $x = \frac{2}{3}$ ، مقدار عبارت به دست می آید:

$$\left| \left[10 \times \frac{2}{3} \right] - \left[-10 \times \frac{2}{3} \right] \right| = \left| \left[\frac{20}{3} \right] - \left[-\frac{20}{3} \right] \right|$$

از آنجایی که جزء صحیح به همه اعداد میان دو عدد متوالی k و $k+1$ ، عدد صحیح k را نسبت می دهد، جزء صحیح هر عدد غیر صحیح برابر عدد صحیح کوچک تر خواهد شد.

$$\left[\frac{20}{3} \right] = [6/\dots] = 6$$

$$\left[-\frac{20}{3} \right] = [-6/\dots] = -7$$

$$\left| \left[\frac{20}{3} \right] - \left[-\frac{20}{3} \right] \right| = |6 - (-7)| = 13$$

۲۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نموداری که شکل آن رسم شده $y = x$ است، بنابراین:

$$\frac{f(x)}{g(x)} = x \xrightarrow[\text{طرفین وسطین می کنیم}]{f(x) = -x^2} -\frac{x^2}{g(x)} = x \xrightarrow{xg(x) = -x^2}$$

$$\xrightarrow[\text{دو طرف را تقسیم بر } x \text{ می کنیم}]{xg(x) = -x^2} g(x) = \frac{-x^2}{x} = -x$$

بنابراین ضابطه $g(x)$ برابر با $-x$ است.

۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دامنه ی مشترک تابع f و g اعداد ۰، ۳ و ۴ هستند:

$$x = 0 \Rightarrow \frac{f+g}{g} = \frac{4+3}{3} = \frac{7}{3} \Rightarrow \left(0, \frac{7}{3} \right)$$

$$x = 3 \Rightarrow \frac{-2+5}{5} = \frac{3}{5} \Rightarrow \left(3, \frac{3}{5} \right)$$

$$x = 4 \Rightarrow \frac{6+1}{1} = \frac{7}{1} = 7 \Rightarrow (4, 7)$$

۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} f_1(0) = 0 ; f_1(1) = 1 \\ f_2(0) = 0 ; f_2(1) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (f_2 - f_1)(0) = 0 \\ (f_2 - f_1)(1) = 1 \end{cases}$$

تنها در گزینه ی ۴ است که تابع از این دو نقطه می گذرد.

گزینه ی ۱ نشان دهنده ی تابع $f_2 - f_1$ و گزینه ی ۳ نمودار تابع $f_1 + f_2$ است و گزینه ی ۲ هم تابع ثابت است.



$$f_1(2) = 2 + 1 = 3$$

$$f_2(2) = 1 - 2 = -1$$

$$f_3 = f_1 - f_2 = 3 - (-1) = 4$$

$$f_4 = f_2 - f_1 = -1 - 3 = -4$$

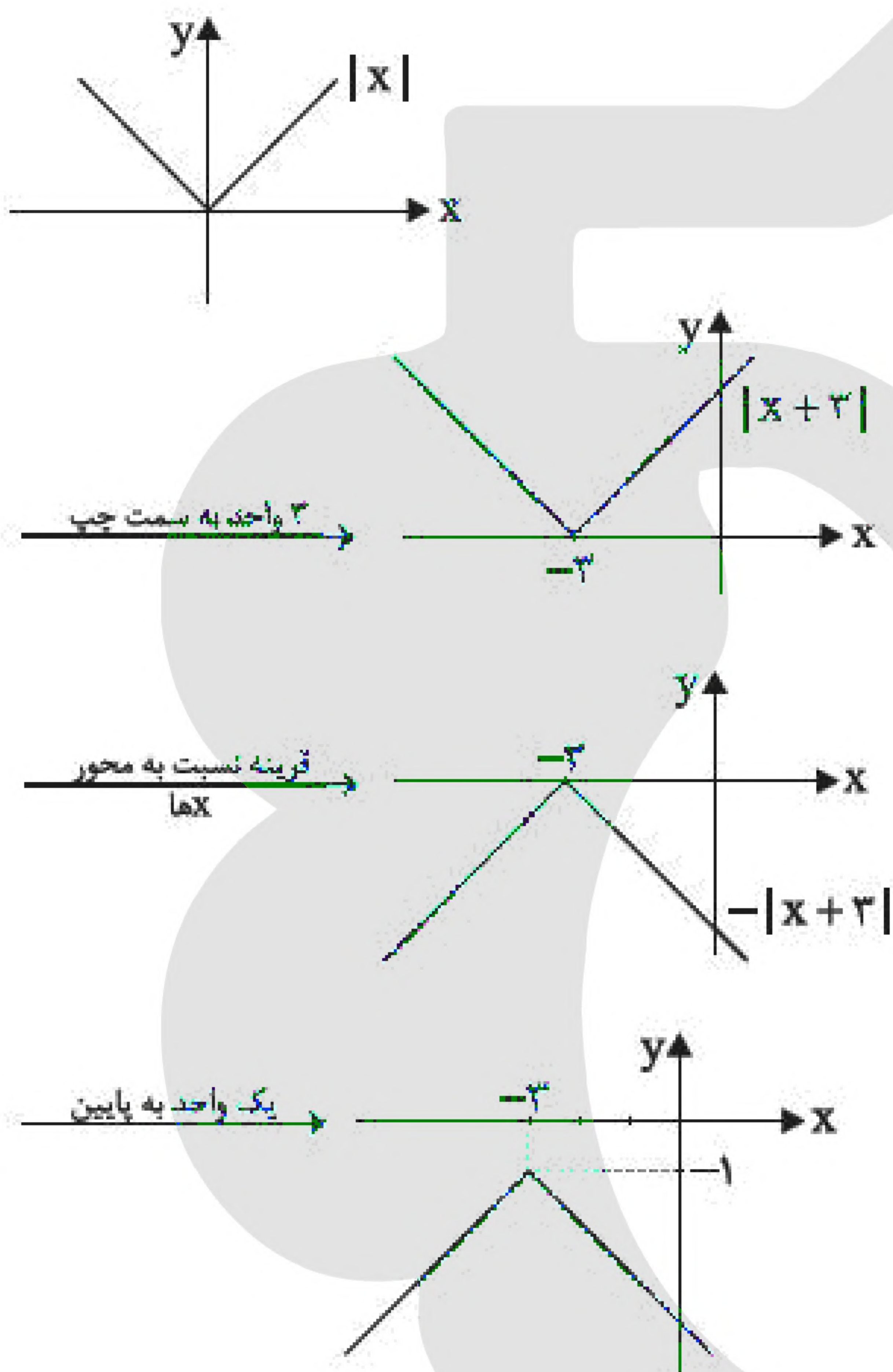
$$f_5 = f_3 \times f_4 = 4 \times (-4) = -16$$

۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا مقادیر f_1 و f_2 را محاسبه می‌کنیم:

اکنون f_3 و f_4 را محاسبه می‌کنیم:

و حالا نوبت f_5 است:

۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از آنجا که باید $x = f(0)$ باشد، پس ابتدا $f(0)$ را پیدا می‌کنیم. به این صورت که از

$$x = f(0) = 0 - 1 = -1$$

ضابطه‌ی دوم $f(x)$ استفاده می‌کنیم ($x \leq 0$):

بنابراین $x = -1$ بوده و اکنون مقدار $f(-1)$ و $g(-1)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$f(-1) \xrightarrow{x \leq 0} = -1 - 1 = -2$$

$$g(-1) \xrightarrow{x < 2} = -1$$

$$\Rightarrow (f + 2g)(-1) = f(-1) + 2g(-1) = -2 + 2(-1) = -4$$



- ۲۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اشتراک دامنه‌ی دو تابع $-1 < x < 1$ است. تابع $[x]$ در این بازه دو مقدار دارد:
- $-1 < x < 0 \Rightarrow [x] = -1$
 $0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0$
- تابع $|x|$ نیز در بازه‌ی اول برابر $-x$ و در بازه‌ی دوم برابر x است، بنابراین تابع مجموع به صورت
- $$\begin{cases} -x - 1 & -1 < x < 0 \\ x & 0 \leq x < 1 \end{cases} \text{ است.}$$

- ۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مجموع دو تابع f و g برابر است با:

$$f(x) + g(x) = -x^2 + x$$

که نمودار آن به شکل زیر است:

