

گنجینه سوال رایگان
+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

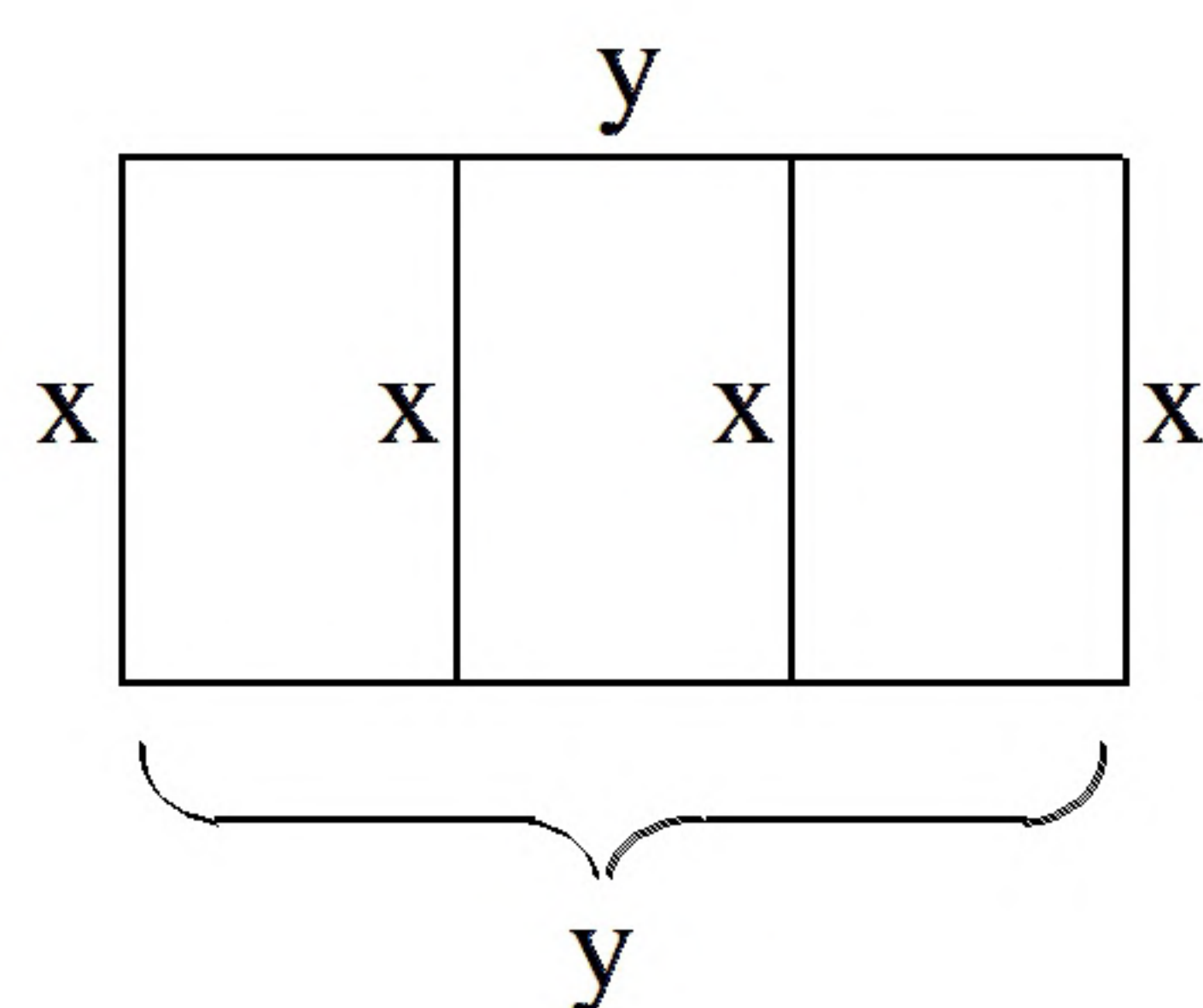
۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\Rightarrow 4x + 2y = 190 \Rightarrow 2y = 190 - 4x \Rightarrow y = 95 - 2x$$

$$95 - 2x > 0 \Rightarrow x < 47/5$$

x پشت است

$$\xrightarrow{\quad} 0 < x < 47/5$$

$$S = xy \Rightarrow S(x) = x(95 - 2x) = 95x - 2x^2$$

$$x^2 - ax - 1 = 0 \Rightarrow S = a$$

$$ax^2 - 4x + a + 2 = 0 \Rightarrow P = \frac{a+2}{a} \Rightarrow a = \frac{a+2}{a} \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (a+1)(a-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases}$$

به ازای $a = 2$ معادله $ax^2 - 4x + a + 2 = 0$ به صورت $2x^2 - 4x + 4 = 0$ می شود که ریشه ندارد. پس فقط $a = -1$ قابل قبول است.

$$\Rightarrow \text{طول راس سهمی} = \frac{-(1-2a)}{2 \times 1} = \frac{-(1+2)}{2} = -\frac{3}{2} = -1/5$$

۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون تابع خطی به ازای هر مقدار m از نقطه (α, β) می گذرد. پس:

$$m = \frac{(\alpha, \beta)}{\quad} \rightarrow \beta = (1 - 2 \times \alpha) \alpha - \frac{2 \times 0 + 3}{2} \Rightarrow \beta - \alpha = -\frac{3}{2}$$

۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون تابع f با خط $3x - 2y = b$ برخورد ندارد پس موازی اند. در نتیجه:

$$2y = 3x - b \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{b}{2} \Rightarrow m = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + h$$

$$f(2) = 2a - 1 \Rightarrow 2a - 1 = \frac{3}{2} \times 2 + h \Rightarrow 2a = 4 + h \Rightarrow h = 2a - 4 \quad (*)$$

$$f(1-a) = 2 \Rightarrow 2 = \frac{3}{2}(1-a) + h \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{3}{2}a + h = 2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}a \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} \frac{1}{2} + \frac{3}{2}a = 2a - 4 \Rightarrow a = 9 \rightarrow h = 14$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + 14 \Rightarrow f(-6) = \frac{3}{2}(-6) + 14 = 8$$

۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow 9 + 12a = 0 \Rightarrow 12a = -9 \Rightarrow a = -\frac{3}{4}$$



۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = 4 \Rightarrow -\frac{\Delta}{4a} = 4 \Rightarrow -\frac{b^2 + 12}{-4} = 4 \Rightarrow b^2 + 12 = 16$$

$$b^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \rightarrow \text{محور تقارن: } x = 1 \\ b = -2 \rightarrow \text{محور تقارن: } x = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{از ناحیه ۴ نمی گذرد.}$$

$$\text{محور تقارن: } x = -\frac{b}{2a} = \frac{-b}{2(-1)} = \frac{b}{2}$$

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{matrix} A(3, 0) \\ B(0, 2) \end{matrix} \Rightarrow m_{AB} = \frac{0-2}{3-0} \Rightarrow m_{AB} = -\frac{2}{3} \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + 2$$

$$-1 \leq y \leq 8 \Rightarrow -1 \leq -\frac{2}{3}x + 2 \leq 8 \Rightarrow -3 \leq -\frac{2}{3}x \leq 6 \xrightarrow{\times \left(-\frac{3}{2}\right)} \frac{9}{2} \geq x \geq -9$$

۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا با توجه به اطلاعات همه پارامترها را بر حسب a می نویسیم:

$$a = -1/5c \Rightarrow a = -\frac{3}{2}c \Rightarrow c = -\frac{2}{3}a \xrightarrow[\substack{x = -2 \\ y = 0}]{\quad} 0 = -2a + b \Rightarrow b = 2a$$

$$\xrightarrow[\substack{x = -2 \\ y = 0}]{\quad} 0 = -2c + d \Rightarrow d = 2c \Rightarrow d = -\frac{4}{3}a$$

$$\Rightarrow f(x) = \left(-\frac{1}{3}ax - \frac{4}{3}a\right)^2 - (ax + 2a)^2$$

در سهمی $y = a'x^2 + b'x + c'$ محور تقارن خط $x = -\frac{b'}{2a'}$ است پس در ضابطه $f(x)$ کافی است ضرایب a' و

$$\Rightarrow f(x) = \frac{a^2}{9}x^2 - a^2x^2 + \frac{8}{9}a^2x - 4a^2x + c'$$

 b' را به دست آوریم:

$$\Rightarrow f(x) = \left(\frac{a^2}{9} - a^2\right)x^2 + \left(\frac{8}{9}a^2 - 4a^2\right)x + c'$$

$$\text{محور تقارن } x = \frac{-\left(\frac{8}{9} - 4\right)a^2}{2\left(\frac{1}{9} - 1\right)a^2} = \frac{\frac{28}{9}}{2 \times \frac{-8}{9}} = -\frac{28}{16} = -\frac{7}{4}$$



$$(a, m^2 - 1) = (a, 4) \Rightarrow m^2 - 1 = 4 \Rightarrow m^2 = 5$$

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(a, x + y) = (a, 4) \Rightarrow x + y = 4$$

$$(b, x - y) = (b, m^2) \Rightarrow x - y = m^2 = 5 \Rightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{2}, y = 4 - \frac{9}{2} = \frac{-1}{2} \Rightarrow x^2 + y^2 = \frac{81}{4} + \frac{1}{4} = \frac{82}{4} = 20.5$$

$$y = ax^2 + 3x + c$$

۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{معادله محور تقارن سهمی} = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x_s = \frac{-3}{2a} = -1 \Rightarrow 2a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$y_s = 1, x_s = -1$$

رأس سهمی روی خط $y = 1$ است پس:

$$\Rightarrow \frac{3}{2}(-1)^2 + 3(-1) + c = 1 \Rightarrow \frac{3}{2} - 3 + c = 1 \Rightarrow c = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow ac = \frac{3}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{4} = 3.75$$

$$f = \{(m + 3n, 2t^2), (-2, n^2 + 2n), (1 - 3m, 8)\}$$

۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

چون تابع f ثابت است پس:

$$n^2 + 2n = 8 \Rightarrow n^2 + 2n - 8 = 0 \Rightarrow (n + 4)(n - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -4 & \text{غ ق} \\ n = 2 & \text{ق ق} \end{cases}$$

چون n عددی طبیعی است، پس فقط $n = 2$ قابل قبول است.

$$2t^2 = 8 \Rightarrow f = \{(m + 6, 8), (-2, 8), (1 - 3m, 8)\}$$

دو تا از زوج مرتب‌های بالا با هم برابرند.

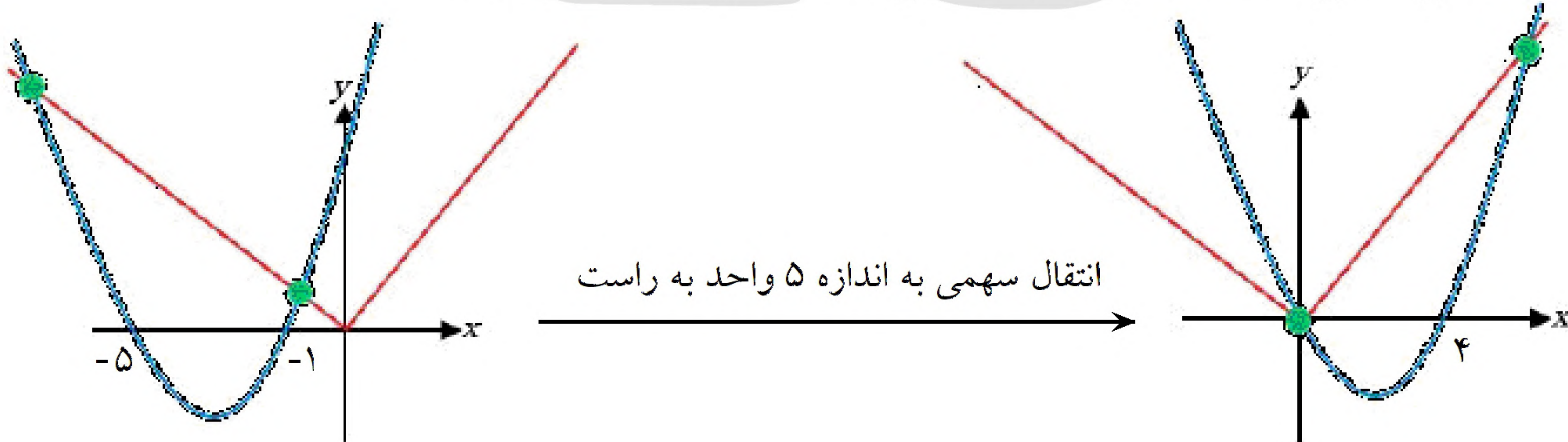
$$m + 6 = 1 - 3m \Rightarrow m = -\frac{5}{4} \text{ (غ ق ق) (طبیعی باید باشد)}$$

$$m + 6 = -2 \Rightarrow m = -8 \text{ (غ ق ق) (طبیعی باید باشد)}$$

$$1 - 3m = -2 \Rightarrow 3 = 3m \Rightarrow m = 1 \text{ (ق ق ق) } \Rightarrow f = \{(7, 8), (-2, 8)\}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع اعضای دامنه} = 7 - 2 = 5$$

۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با رسم نمودارهای توابع داده شده می‌توان به جواب رسید.





۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زوج مرتب‌هایی که مولفه اول یکسانی دارند، می‌بایست مولفه دوم آنها نیز برابر باشد:

$$\begin{cases} x - 2y = -7 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow \text{تفاضل: } 3y = 12 \Rightarrow y = 4, x = 1 \Rightarrow \frac{x^2 + y^2}{-x - 4y} = \frac{17}{-17} = -1$$

۱۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$P(x) = R(x) - C(x) = -\frac{1}{2}x^2 + (30 - a)x - 18$$

$$x_S = 9 \Rightarrow \frac{-(30 - a)}{2\left(-\frac{1}{2}\right)} = 9 \Rightarrow a = 21$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(a, a^2) = \{(0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$$

$$(a, a + b) = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (2, 4)\}$$

اجتماع این دو مجموعه ۹ عضو خواهد داشت.

۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا ضابطه‌ی هریک از توابع داده شده را به دست می‌آوریم:

$$g(x) = -x + 1$$

$$f(x) = a(x - 1)^2 + 1 \Rightarrow (0, 0) \Rightarrow 0 = a + 1 \Rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = -(x - 1)^2 + 1 = -x^2 + 2x \Rightarrow f(x) = g^2(x) \Rightarrow -x^2 + 2x = (-x + 1)^2$$

$$\Rightarrow -x^2 + 2x = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow 2x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow S = -\frac{b}{a} = -\frac{-4}{2} = 2$$

۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$R(x) = C(x) \Rightarrow -\frac{1}{4}x^2 + 8x = 4x + b \Rightarrow x^2 - 16x + 4b = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 16 \\ x_1 - x_2 = 12 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 14, x_2 = 2 \Rightarrow x_1 x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow 14 \times 2 = 4b \Rightarrow b = 7$$

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شیب خط داده شده $m = -\frac{1}{2}$ است و خط عمود بر آن $m' = 2$ می‌باشد. پس معادله

خطی که از مبدأ عمود شده است عبارتست از $y = 2x$ حال این دو خط را با هم به صورت دستگاه می‌نویسیم:

$$\begin{cases} 2y + x = 5 \\ y = 2x \end{cases} \Rightarrow 2(2x) + x = 5 \Rightarrow 5x = 5 \Rightarrow x = 1$$

طول نقطه تقاطع



۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} y = 2x - 10 & (*) \\ 2y + x + 5 = 0 & (*) \end{cases} \xrightarrow{*} 2(2x - 10) + x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow 4x - 20 + x + 5 = 0 \Rightarrow x = 3 \rightarrow y = 2 \times 3 - 10 = -4$$

$$OA = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا عرض نقاطی که طول آن‌ها مشخص شده را از تابع خطی به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} x=2 & \rightarrow y=11 \Rightarrow (2, 11) \\ x=8 & \rightarrow y=5 \Rightarrow (8, 5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow{(2, 11)} 11 &= -\frac{1}{2}(2)^2 + a(2) + b \Rightarrow 11 = -2 + 2a + b \\ \text{روی سهمی} & \\ \xrightarrow{(8, 5)} 5 &= -\frac{1}{2}(8)^2 + a(8) + b \Rightarrow 5 = -32 + 8a + b \\ \text{روی سهمی} & \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2a - b = -13 \\ 8a + b = 37 \end{cases} \Rightarrow 6a = 24 \Rightarrow a = 4 \xrightarrow{a=4} b = 5$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x + 5$$

$$\text{راس } x = \frac{-4}{2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)} = 4$$

$$\text{راس } y = -\frac{1}{2} \times 4^2 + 4 \times 4 + 5 = -8 + 16 + 5 = 13$$

نقطه‌ی راس سهمی (۴، ۱۳)

۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f\left(-\frac{3}{4}\right) + f\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) = \left[2 \times \frac{-3}{4}\right] - 1 + \left[2 \times \frac{\sqrt{5}}{2}\right] - 1 = -2 - 1 + 2 - 1 = -2$$

$$f(x) = [2x - 1] = [2x] - 1$$

نکته:



۲۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$g(x) = \frac{|x|}{x} = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x > 0} x^2 - 2x - 2 = 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 & \text{ق ق} \\ x = -1 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x < 0} x^2 - 2x - 2 = -1 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\Delta = 4 + 4 = 8 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = \begin{cases} 1 + \sqrt{2} & \text{غ ق ق} \\ 1 - \sqrt{2} & \text{ق ق} \end{cases}$$

۲۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$m_1 = \frac{3-0}{0-6} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m'_1 = 2$$

$$y = m'_1 x \Rightarrow y = 2x$$

۲۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(1-\sqrt{2}) = (1-\sqrt{2})^2 + |2(1-\sqrt{2})| = 1 - 2\sqrt{2} + 2 - 2 + 2\sqrt{2} = 1$$

$$f(-\frac{1}{2}) = (-\frac{1}{2})^2 + |2(-\frac{1}{2})| = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$$

$$1 - \frac{5}{4} = -\frac{1}{4}$$

۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا در گزینه‌های ۱ و ۲ و ۳ خطوطی موازی محور y ها می‌توان رسم کرد که نمودار تابع را در بیش‌تر از یک نقطه قطع می‌کنند.

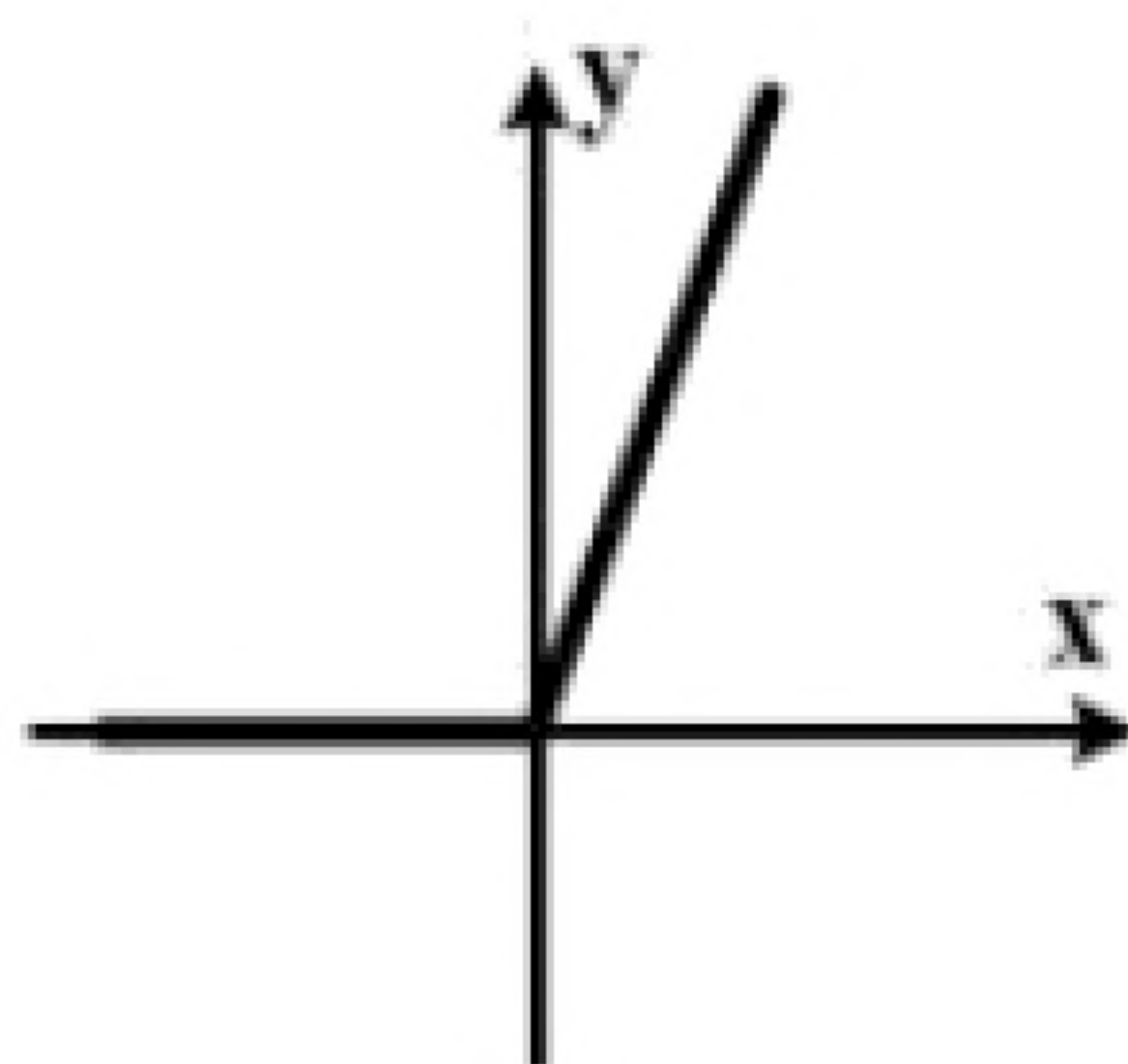
۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$m = 2 \Rightarrow m = -\frac{1}{2} \Rightarrow y - (-5) = -\frac{1}{2}(x - 2) \Rightarrow y + 5 = -\frac{1}{2}x + 1$$

$$y = -\frac{1}{2}x - 4 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = -4$$

۲۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = x + |x| = \begin{cases} 2x & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$





۲۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} a + 2b = 7 \\ 2a - b = 4 \end{cases} \xrightarrow{\times 2} \begin{cases} a + 2b = 7 \\ 4a - 2b = 8 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} 5a = 10 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = 3$$
$$a^2 - b^2 = 4 - 9 = -5$$

