

# گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

## یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

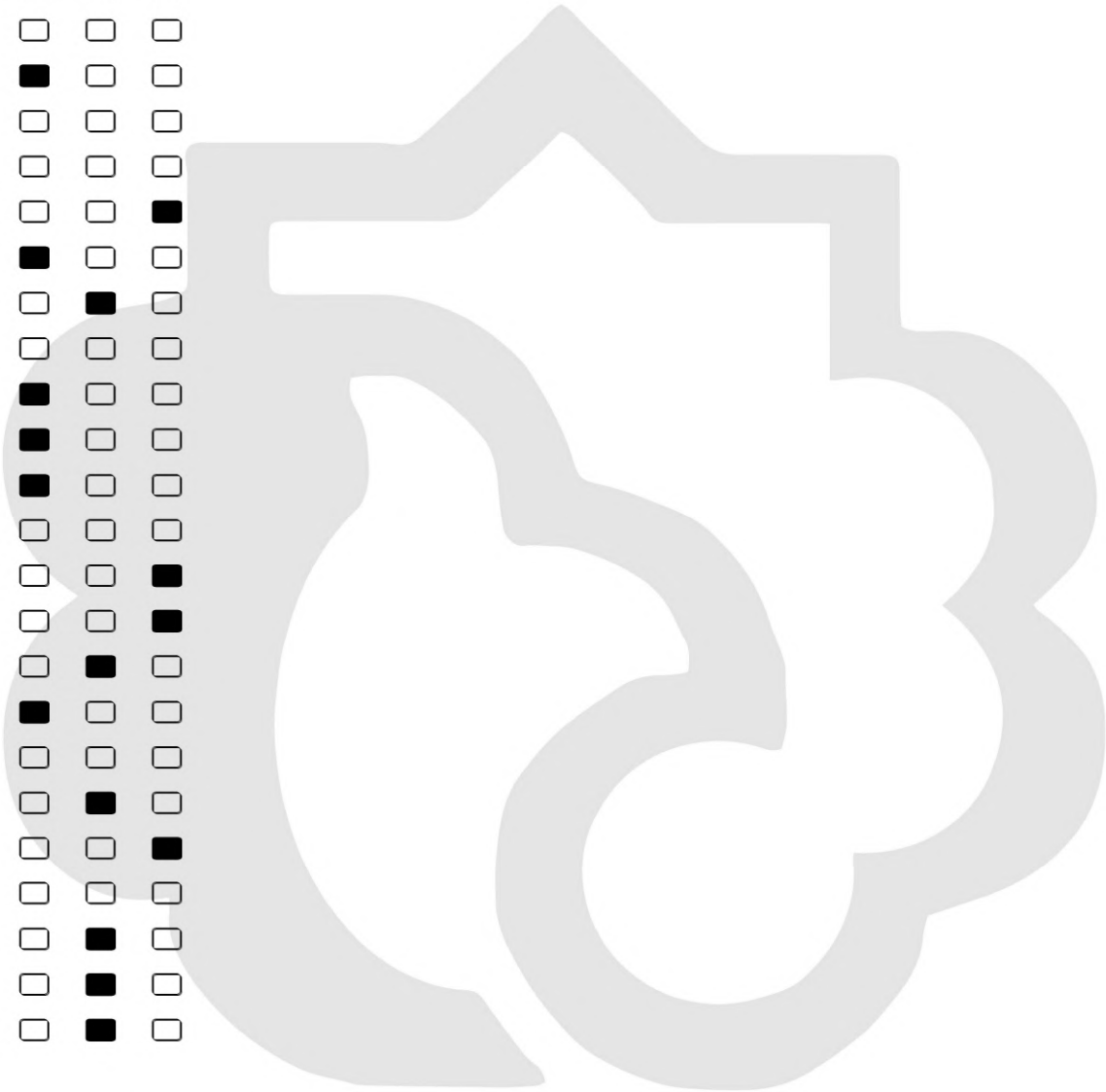
۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





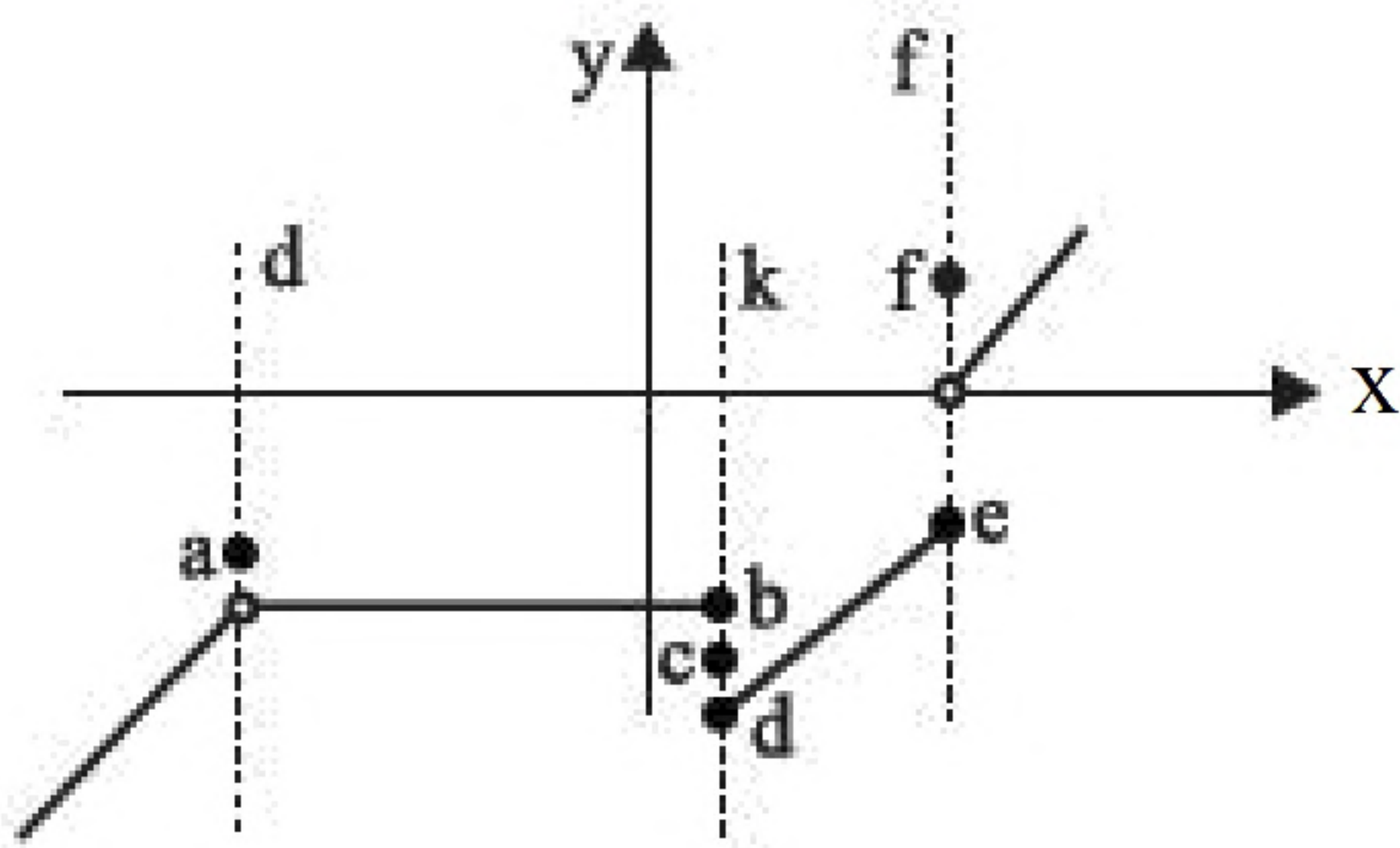
	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>







۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



با توجه به شکل، هر کدام از نقاط را بررسی می‌کنیم. به خطوط  $f, k, d$  توجه کنید: خط  $d$  فقط از یک نقطه عبور کرده بنابراین در این نقطه مشکلی نداریم. (توجه کنید تابع در نقطه توخالی تعریف نمی‌شود و در عمل این نقطه را نباید در نظر بگیرید.) خط  $k$  تابع را در سه نقطه قطع کرده، پس باید دو تا از نقاط  $b, c, d$  حذف شوند تا رابطه مربوط به یک تابع شود. خط  $f$  نیز تابع را در دو نقطه قطع کرده، پس یکی از نقاط  $e$  و  $f$  باید حذف شود تا رابطه مربوط به یک تابع شود. در مجموع باید ۳ نقطه حذف شوند.

۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left|2\left(-\frac{1}{2}\right)\right| = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$$

$$f(1 - \sqrt{2}) = (1 - \sqrt{2})^2 + \left|2 - 2\sqrt{2}\right| = (1 + 2 - 2\sqrt{2}) + (2\sqrt{2} - 2) = 1$$

$$\Rightarrow f(1 - \sqrt{2}) - f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{5}{4} = -\frac{1}{4}$$

۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

(۱) مختصات رأس سهمی نقطه  $(-2, 5)$  است.(۲) از آنجا که ضریب  $X^2$  منفی است، دو سر سهمی رو به پایین است.(۳) نمودار تابع محور طول‌ها را در نقطه‌های  $X = 2 \pm \sqrt{10}$  قطع می‌کند.

$$y = 0 - \frac{1}{2}(x + 2) + 5 = 0 \Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{10}$$

(۴) در محل برخورد با محور عرض‌ها  $X = 0$  بوده و داریم:

$$y = -\frac{1}{2}(0 + 2) + 5 = 3$$

۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

مختصات محل برخورد عرض‌ها:  $(0, 1)$ مختصات محل برخورد با محور طول‌ها:  $(-1, 0)$ معادله خط گذرنده از نقاط  $A(0, 1)$  و  $B(-1, 0)$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow \frac{y - 1}{x - 0} = \frac{0 - 1}{-1 - 0} \Rightarrow y = x + 1$$





۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مختصات رأس سهمی  $y = -x^2 + 4x - 5$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2(-1)} = 2 \\ y_0 = -(2)^2 + 4(2) - 5 = -4 + 8 - 5 = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{راس سهمی: } (2, -1)$$

نقطه‌ی  $(-1, 2)$  در ربع چهارم است که تنها گزینه‌ای که رأس آن در ربع چهارم است، گزینه‌ی ۳ می‌باشد.

۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

روش اول: در تابع درجه ۲ به شکل  $y = a(x - x_0)^2 + y_0$ ، مختصات رأس سهمی نقطه‌ی  $(x_0, y_0)$  است.

بنابراین در تابع درجه ۲  $y = 3(x - 2)^2 + 1$ ، مختصات رأس سهمی  $(2, 1)$  می‌باشد.

روش دوم: ضابطه تابع را مرتب کرده و به شکل  $y = ax^2 + bx + c$  می‌نویسیم:

$$y = 3(x^2 - 4x + 4) + 1 = 3x^2 - 12x + 13$$

از آنجا که  $a = 3$  و  $b = -12$  است، طول رأس سهمی  $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-12}{2 \times 3} = 2$  و برابر  $x = 2$  است. اگر این مقدار

را در ضابطه تابع جایگزین کنیم عرض رأس سهمی به دست می‌آید:

$$x = 2 \rightarrow y = 3(2)^2 - 12 \times 2 + 13 = 1$$

بنابراین مختصات رأس سهمی  $S(2, 1)$  است.

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای به دست آوردن تابع سود، هزینه را از درآمد کم می‌کنیم:

$$y = (-x^2 + 60x) - (8x + 20) = -x^2 + 52x - 20$$

نمودار درجه ۲ به شکل  بوده و بیشترین سود در رأس سهمی اتفاق می‌افتد. پس باید عرض رأس سهمی را به

دست آوریم:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{52}{2(-1)} = 26$$

برای به دست آوردن عرض رأس سهمی  $x = 26$  را در معادله جایگزین می‌کنیم:

$$y = -26^2 + 52 \times 26 - 20 = 656$$

۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

قیمت فروش  $x$  کالا،  $Cx$  است.

هزینه - درآمد (فروش) = سود

$$A + Bx = Cx - g(x) \Rightarrow g(x) = Cx - A - Bx$$

$$\Rightarrow g(x) = -A + (C - B)x : \text{تابع هزینه شرکت}$$

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

رابطه زوج مرتبی تابع به شکل زیر است:

$$\{(1, 2), (-2, 2), (-2, x), (3, x), (-4, x)\}$$

دو زوج مرتب  $(-2, 2)$  و  $(-2, x)$  مؤلفه اول برابر دارند، پس باید مؤلفه دوم برابر داشته باشند:  $x = 2$ .





۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  
ابتدا برد تابع را حساب می‌کنیم:

$$f(x) = x^2 + x + 1$$

$$x = -1 \Rightarrow f(-1) = (-1)^2 + (-1) + 1 = 1 - 1 + 1 = 1$$

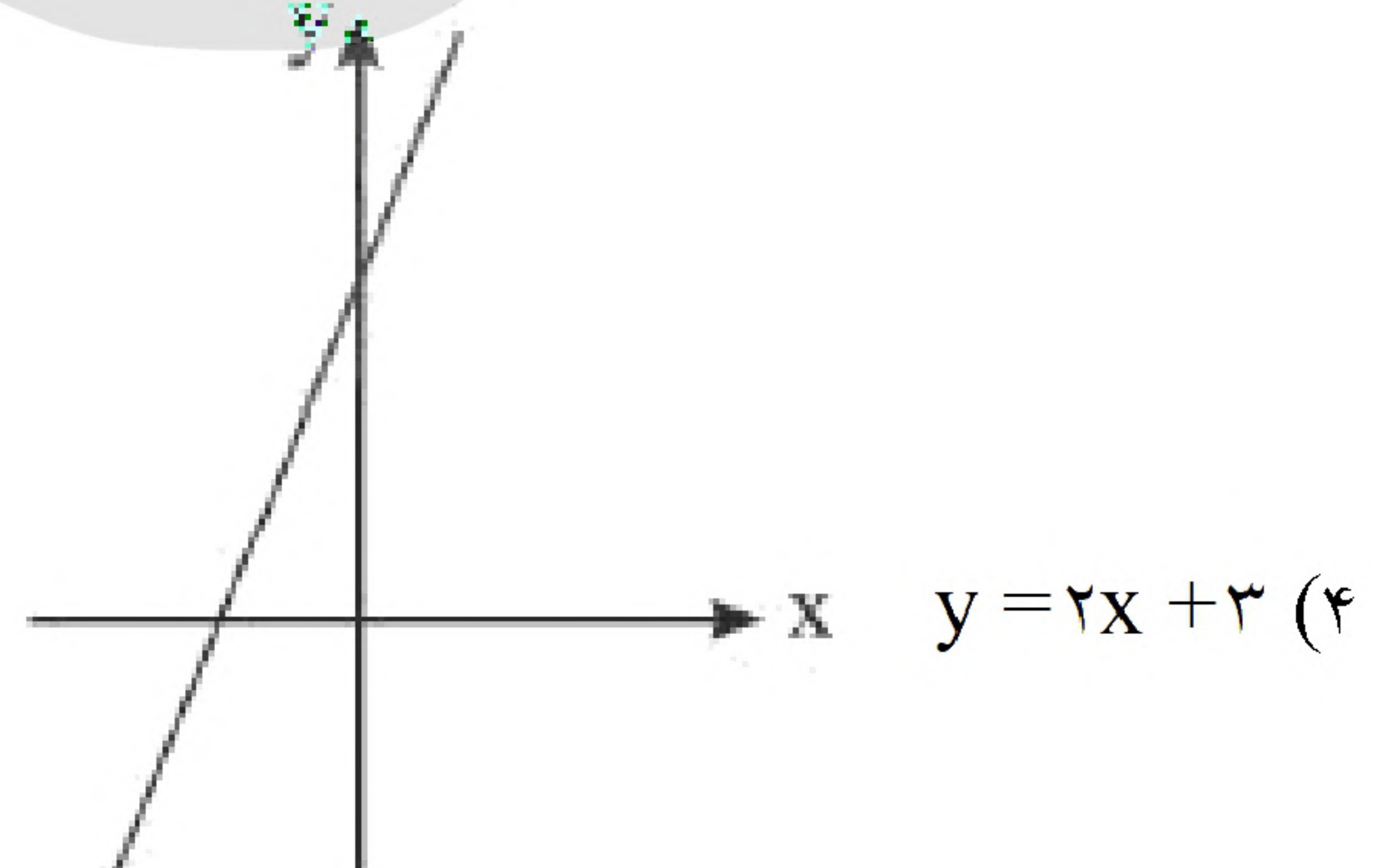
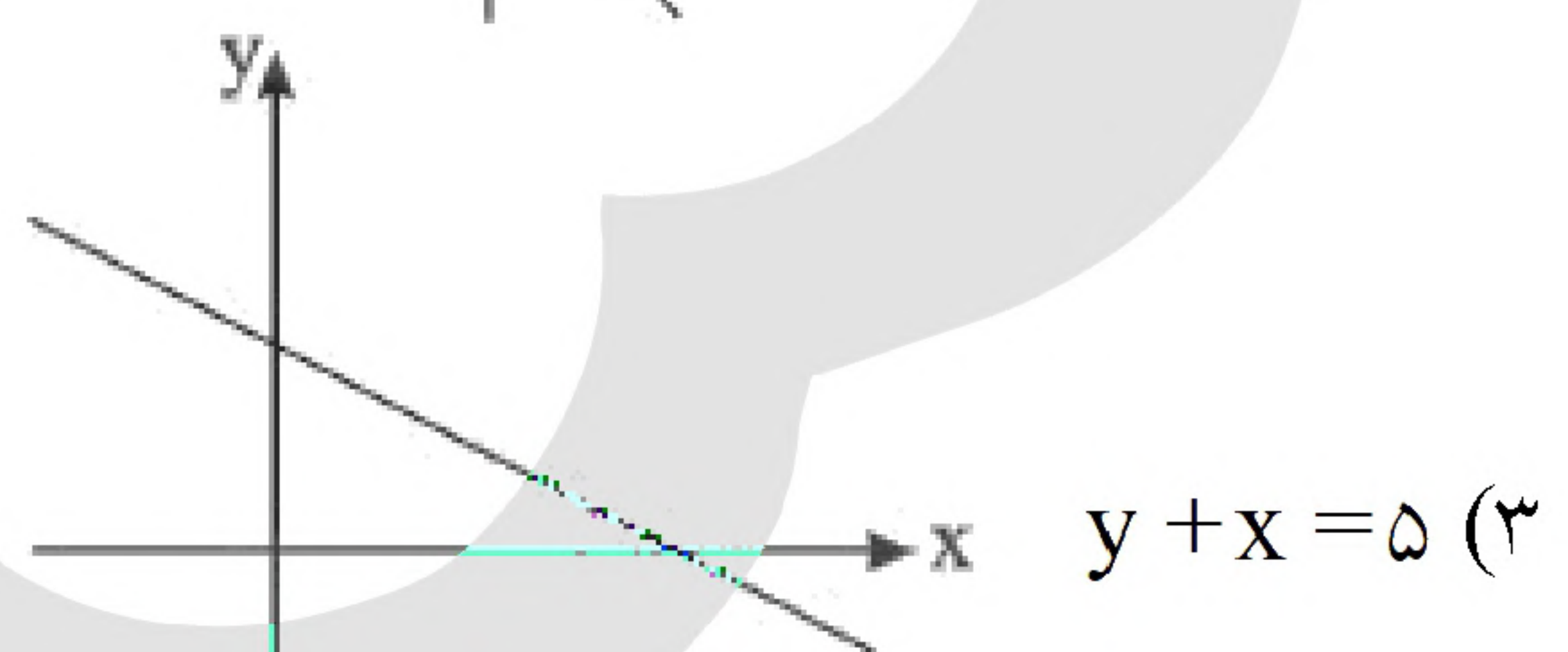
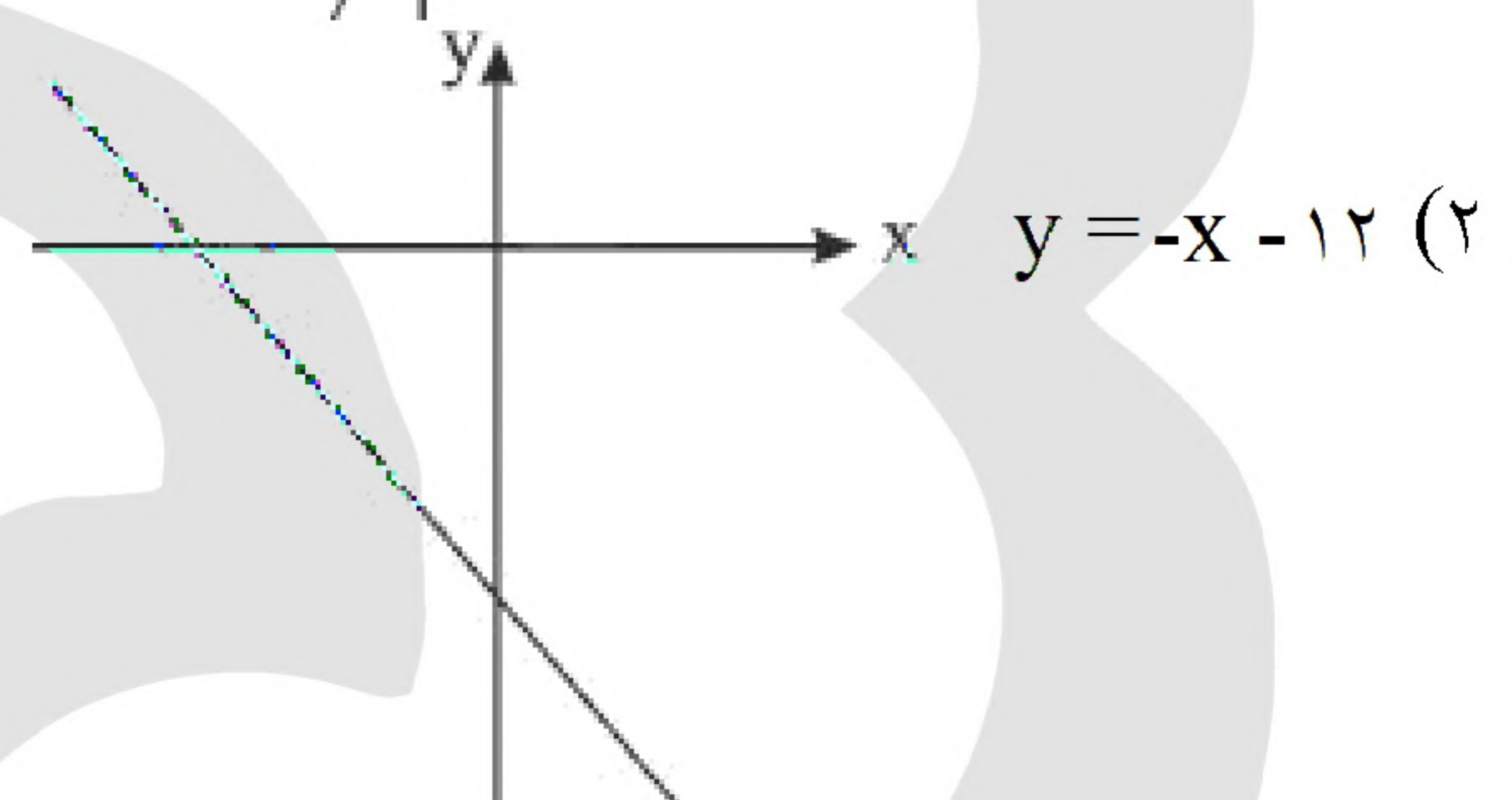
$$x = 0 \Rightarrow f(0) = (0)^2 + (0) + 1 = 1$$

$$x = 3 \Rightarrow f(3) = (3)^2 + (3) + 1 = 9 + 3 + 1 = 13$$

مجموعه برد این تابع  $R = \{1, 13\}$  است که حاصل ضرب اعضای این مجموعه برابر با  $13 \times 1 = 13$  است.

۱۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

شکل هر خط را به طور حدودی رسم می‌کنیم:







۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

از عضو  $d$ ، دو پیکان خارج شده، اگر  $d$  را حذف کنیم مشکل حل می‌شود و رابطه تابع خواهد بود. از طرفی اگر  $d'$  را نیز حذف کنیم از  $d$  فقط یک پیکان خارج می‌شود و رابطه تابع می‌شود. اما اگر  $c'$  را حذف کنیم دیگر از عضو  $c$  پیکانی خارج نمی‌شود و رابطه تابع نخواهد بود. بنابراین فقط با حذف  $d$  یا  $d'$  رابطه تبدیل به تابع می‌شود.

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با توجه به نقاط برخورد نمودار و محورهای مختصات، دو نقطه از نمودار را داریم:  $(-2, 0)$ ،  $(0, 1)$ . به کمک این دو نقطه، ضابطه تابع خطی را به دست می‌آوریم:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow m = \frac{1 - 0}{0 - (-2)} \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

توجه کنید برای به دست آوردن عرض از مبدأ نیازی به محاسبه نیست زیرا خط، محور  $y$  را در نقطه با عرض ۱ قطع کرده پس عرض از مبدأ برابر عدد ۱ است، بنابراین ضابطه به صورت  $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$  است. اکنون  $f(3)$  را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 1 \xrightarrow{x=3} f(3) = \frac{1}{2}(3) + 1 \Rightarrow f(3) = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$$

۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله خط تقارن سهمی از رابطه  $x = \frac{-b}{2a}$  به دست می‌آید:

$$x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{-6}{2(-1)} = \frac{-6}{-2} = 3$$

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

یک شهر می‌تواند بیش از یک نماینده داشته باشد، پس این رابطه تابع نیست. از طرفی گروه خونی، شماره شناسنامه و قبله منحصر به فرد هستند و موارد (ب) و (ج) و (د) تابع هستند.






«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی موارد:

الف) وقتی ضریب  $x^2$  مثبت باشد، سهمی به شکل  است. پس این گزینه نمی تواند مربوط به شکل باشد.

ب) در رابطه  $y = -x^2 + 4x$  به ازای  $x = 0$  مقدار  $y$  نیز صفر می شود، یعنی سهمی باید از مبدأ مختصات بگذرد، پس این رابطه نیز نمی تواند مربوط به شکل باشد.

ج) در این گزینه رأس سهمی  $x = \frac{-4}{-2} = 2$  است، سهمی به شکل  است، ضرب ریشه ها برابر

$-5 = \frac{c}{a} = \frac{5}{-1}$  عددی منفی است یعنی یک جواب مثبت و یک جواب منفی داریم. سهمی هم در دو نقطه مختلف

العامه محور  $x$  را قطع کرده، پس شکل می تواند به مربوط به گزینه «ج» باشد.

د) رأس سهمی برابر  $x = \frac{-b}{a} = \frac{4}{-2} = -2$  است و نمی تواند مربوط به شکل باشد و دلیل دیگر این است که  $c$  در

این معادله منفی است، پس سهمی باید در پایین محور  $y$  ها آن را قطع کند.

پس فقط گزینه ی «ج» می تواند درست باشد.

۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

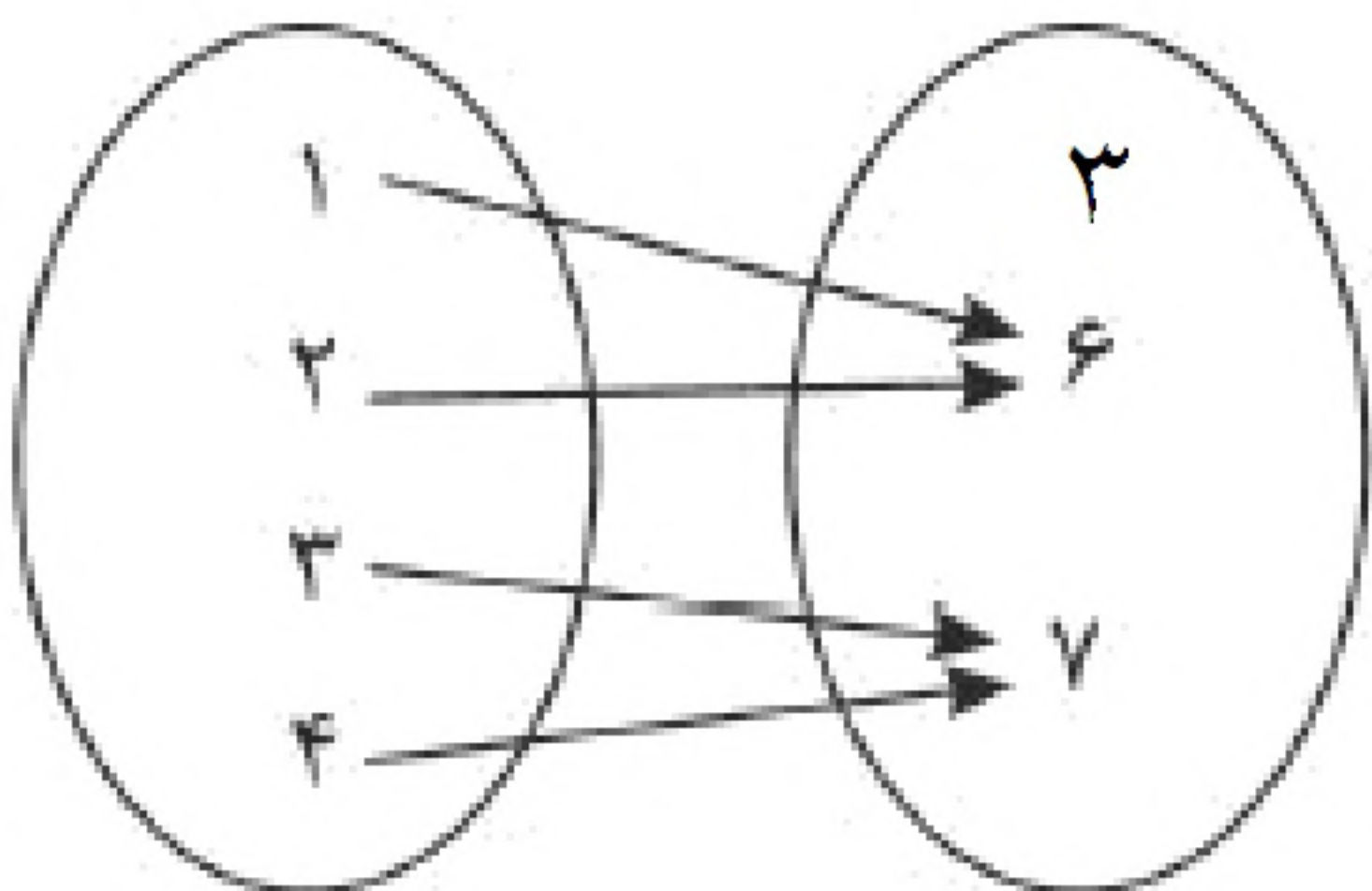
در تابع خطی اگر مختصات دو نقطه را داشته باشیم شیب خط از رابطه  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  به دست می آید، بنابراین برای

دو نقطه  $(-1, 3)$  و  $(3, 5)$  شیب را به دست می آوریم:

$$m = \frac{5 - 3}{3 - (-1)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

در نمودار پیکانی نباید از هر عضو دامنه بیش از یک پیکان خارج شده باشد، بنابراین با حذف عضو ۵ یکی از رابطه های عضو ۲ حذف شده و تابع می شود. در صورتی که با حذف اعضای ۶ یا ۷، اعضای ۱ و ۲ یا ۳ و ۴ بدون رابطه مانده و نمی تواند نمودار پیکانی نمایش دهنده تابع باشد.







۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. سود از اختلاف درآمد و هزینه به دست می آید:  
 درآمد این گروه به ازای هر متر رنگ آمیزی  $(12000 - X)$  است. بنابراین به ازای  $X$  متر رنگ آمیزی  $(12000 - X)(X)$  درآمد خواهد داشت. هزینه گروه نیز  $(200X + 30000)$  است. بنابراین تابع سود برابر است با:

(هزینه - درآمد = سود)  
 $\Rightarrow P(x) = (x)(12000 - x) - (200x + 30000)$   
 $x = 30$   
 $\xrightarrow{\quad} P(30) = (30)(12000 - 30) - (200(30) + 30000)$   
 $\Rightarrow P(30) = 35100 - 36000 = -900$

توجه کنید منفی بودن مقدار سود یعنی شرکت در این مقدار رنگ آمیزی زیان می کند و هزینه هایش از درآمدش کمتر است.

۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

- (۱) نشان دهنده ی تابع  $y = (x - 4)^2$  است.
- (۲) نمودار تابع  $y = -(x - 4)^2$  است.
- (۳) نمودار تابع  $y = x^2 - 4$  است.

۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای اینکه یک نقطه روی خطی قرار داشته باشد، باید مختصات نقطه در معادله خط صدق کند. بنابراین در معادله خط به جای  $x$ ،  $K + 2$  و به جای  $y$ ،  $3K - 1$  را جایگزین می کنیم:

$$2(K + 2) - (3K - 1) = 3$$

$$2K + 4 - 3K + 1 = 3$$

$$-K = -2 \Rightarrow K = 2$$

۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

شرط موازی بودن دو خط، برابری شیب های آنهاست. پس با پیدا کردن شیب خط  $2x + 4y = 1$ ، شیب خط تابع  $f$  به دست می آید:

$$2x + 4y = 1 \Rightarrow 4y = -2x + 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$$

از مقایسه با شکل استاندارد خط  $(y = mx + h)$ ، شیب خط  $m = -\frac{1}{2}$  است. محل برخورد تابع خطی  $f$  با محور عرض ها  $(-2)$  بوده، پس عرض از مبدأ خط هم داده شده است  $(h = -2)$ ، معادله ی خط به شکل زیر نوشته می شود:

$$y = mx + h \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x - 2$$





۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  
با توجه به تعریف شیب داریم:

$$m = \frac{f(a) - f(b)}{a - b}$$

در تابع خط، شیب مقدار ثابتی دارد بنابراین:

$$m = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{3}{2}$$

از طرفی:

$$m = \frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = \frac{3}{2}$$

$$f(4) - f(2) = 3$$

بنابراین:

۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

از رابطه  $2x + a = 100$ ،  $a$  را بر حسب  $x$  می‌نویسیم:

$$a = -2x + 100$$

$a$  را در  $y = ax$  جایگزین می‌کنیم:

$$y = x(-2x + 100) = -2x^2 + 100x$$

از آنجا که ضریب  $x^2$  منفی است، نمودار سهمی به شکل  بوده و ماکزیمم در رأس سهمی اتفاق می‌افتد. طول رأس سهمی:

$$x = -\frac{100}{2(-2)} = 25$$

$$a = -2x + 100$$

$$a = -2(25) + 100 = -50 + 100 = 50 \Rightarrow a = 50$$

۲۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

(۱) الگوی  $y = ax^2 + bx + c$  با شرط  $(a \neq 0)$  را دارد.

(۲) به کمک اتحاد مربع ۲ جمله‌ای به شکل  $y = x^2 + 3x + 2$  خواهد بود.

(۳) پس از ساده‌سازی به صورت  $y = x + 1$  بوده و درجه ۲ نخواهد بود.

البته یادمان باشد، از آنجا که  $x = 0$  مخرج کسر را صفر می‌کند، دامنه تابع  $R$  نیست و تابع خطی نخواهد بود.

(۴) با ضرب یک جمله‌ای در دوجمله‌ای  $y = x^2 + x$  و تابع درجه ۲ است.





۲۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به نقاط برخورد نمودار و محورهای مختصات، دو نقطه از نمودار را داریم،  $(-4, 0)$  و  $(0, 2)$ . به کمک این دو نقطه ضابطه‌ی تابع خطی را به دست می‌آوریم:

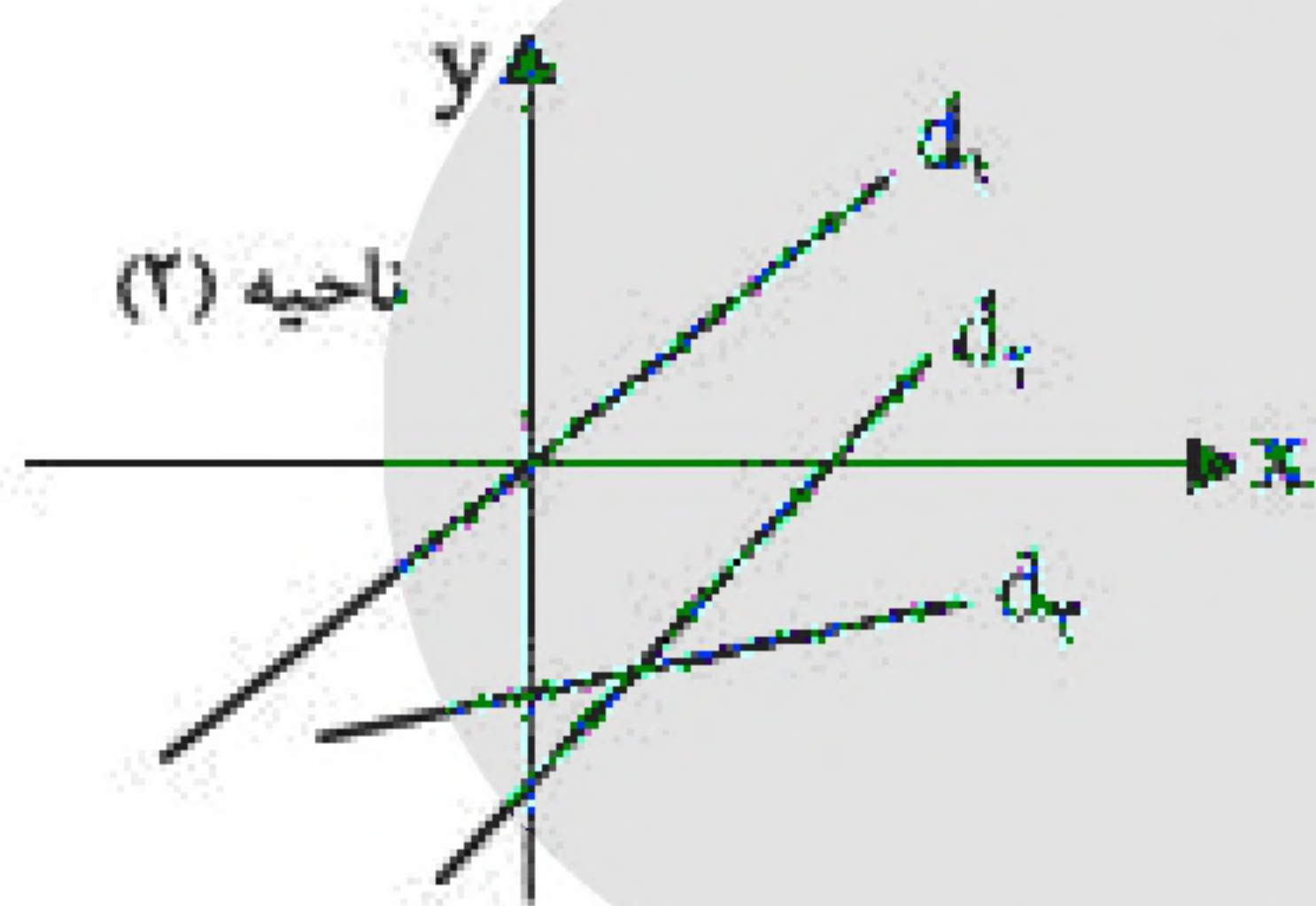
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow m = \frac{2 - 0}{0 - (-4)} \Rightarrow m = \frac{1}{4}$$

توجه کنید برای به دست آوردن عرض از مبدأ نیازی به محاسبه نیست. زیرا خط محور  $y$  را در نقطه با عرض  $y = 2$  قطع کرده و پس از عرض از مبدأ برابر عدد ۲ است. بنابراین ضابطه به صورت  $f(x) = \frac{1}{4}x + 2$  است. اکنون  $f(-6)$  را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \frac{1}{4}x + 2 \xrightarrow{x = -6} f(-6) = \frac{1}{4}(-6) + 2 \Rightarrow f(-6) = -\frac{3}{2} + 2 = -\frac{1}{2}$$

۲۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

اگر بنا باشد خطی از ناحیه دوم محورهای مختصات نگذرد باید مثل خطهای رسم شده باشد:



در تمام این خطها، اولاً: شیب مثبت است، ثانیاً: عرض از مبدأ منفی است. در معادله خط  $y = -mx + m + 2$  شیب  $-m$  است بنابراین:

$$-m > 0 \Rightarrow m < 0$$

از طرفی عرض از مبدأ  $m + 2$  است:

$$m + 2 < 0 \Rightarrow m < -2$$

بنابراین باید  $m < -2$  باشد تا هر دو شرط برقرار باشد.

۲۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

در نمایش زوج مرتبی تابع نباید مؤلفه اول تکراری وجود داشته باشد، بنابراین اگر مؤلفه اول تکراری بود باید مؤلفه دوم آن زوج مرتب هم برابر باشند تا عضوهای تکراری در مجموعه یکبار نوشته شوند.

$$(5, 1), (5, b) \Rightarrow b = 1$$

$$(2, a + b), (2, 5) \Rightarrow a + b = 5, b = 1 \Rightarrow a = 4$$

$$a + b = 4 + 1 = 5$$

۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نمودار تابع در بازه‌ای نشان‌دهنده یک تابع است که خط عمودی حداکثر در یک نقطه نمودار را قطع کند، در غیر این صورت تابع نیست یعنی در بازه  $[-1, 0)$  نمودار تابع نیست. در  $x = -1$  نمودار تابع است.





۳۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

برد تابع (B) مجموعه اعدادی است که برای تابع به ازای مقادیر مختلف دامنه (A) به دست می آید. بنابراین مقادیر مجموعه A را در X تابع  $f(x)$  قرار می دهیم:

$$f(-2) = (-2)^2 = 4$$

$$f(-1) = (-1)^2 = 1$$

$$f(0) = 0^2 = 0$$

$$f(1) = 1^2 = 1 \Rightarrow B = \{0, 1, 4\}$$

