

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. کل مسافت ۲۰۰ کیلومتر است اگر سرعت حالت اول را V در نظر بگیریم در حالت دوم سرعت $V - ۲۰$ است و اگر زمان اولیه t باشد زمان دوم $t + \frac{۵۰}{۶۰}$ بر حسب ساعت است. در نتیجه:

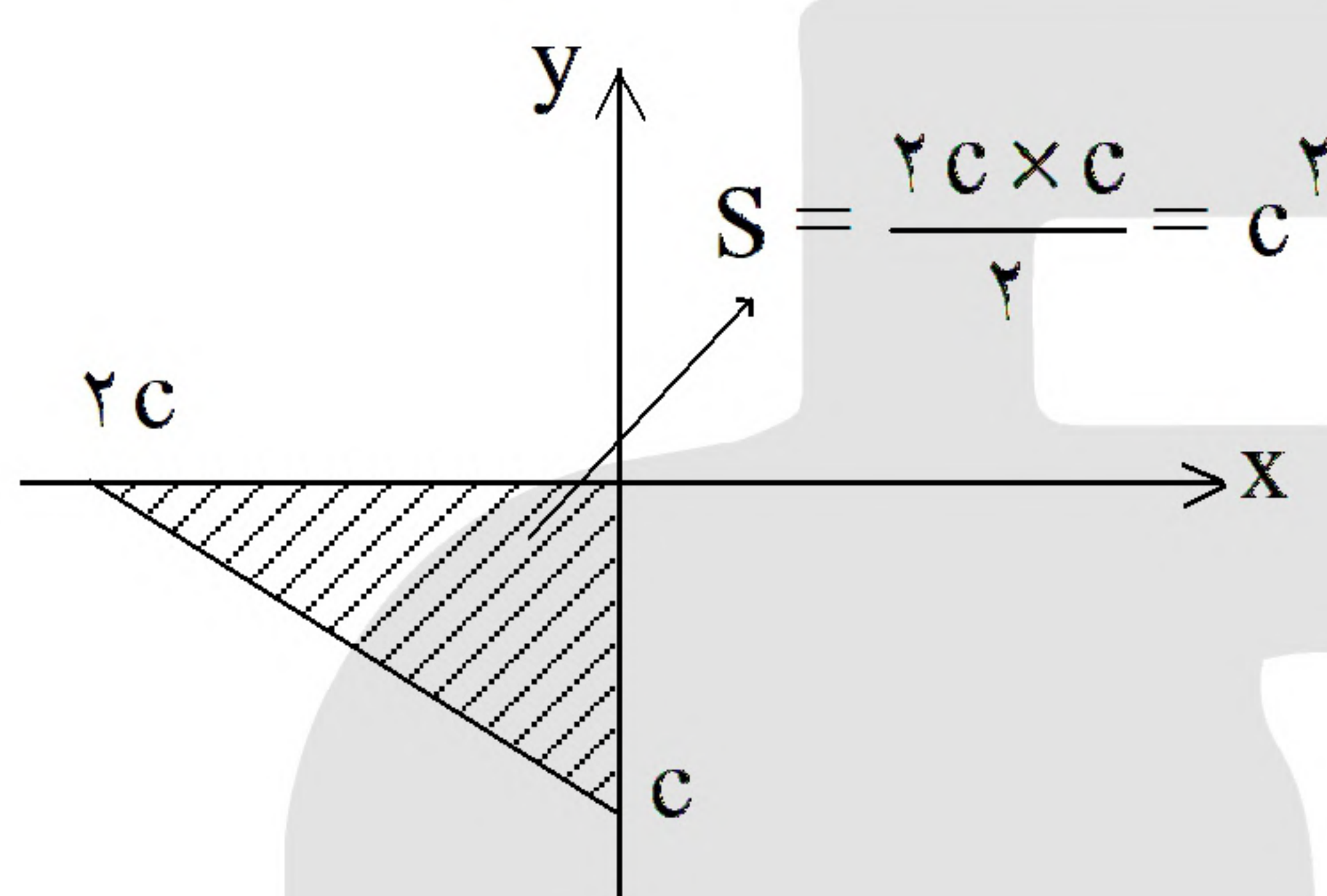
$$\frac{۲۰۰}{V-۲۰} = \frac{۲۰۰}{V} + \frac{۵}{۶} \Rightarrow \frac{۲۰۰}{V-۲۰} = \frac{۲۰۰}{V} + \frac{۲۰۰}{۲۴۰} \Rightarrow \frac{۱}{V-۲۰} = \frac{۱}{V} + \frac{۱}{۲۴۰}$$

$$\Rightarrow V^2 - ۲۰V - ۴۸۰۰ = ۰ \Rightarrow (V+۶۰)(V-۸۰) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} V = -۶۰ & \text{غ ق ق} \\ V = ۸۰ & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{۸۰}{۶۰} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \text{سرعت دوم} = ۸۰ - ۲۰ = ۶۰$$

۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون مساحت مثلث برابر ۳ است. پس

ریشه معادله $x^2 + ۵x + c = ۰$ باید برابر $۲c$ باشد.



$$(۲c)^2 + ۵(۲c) + c = ۰$$

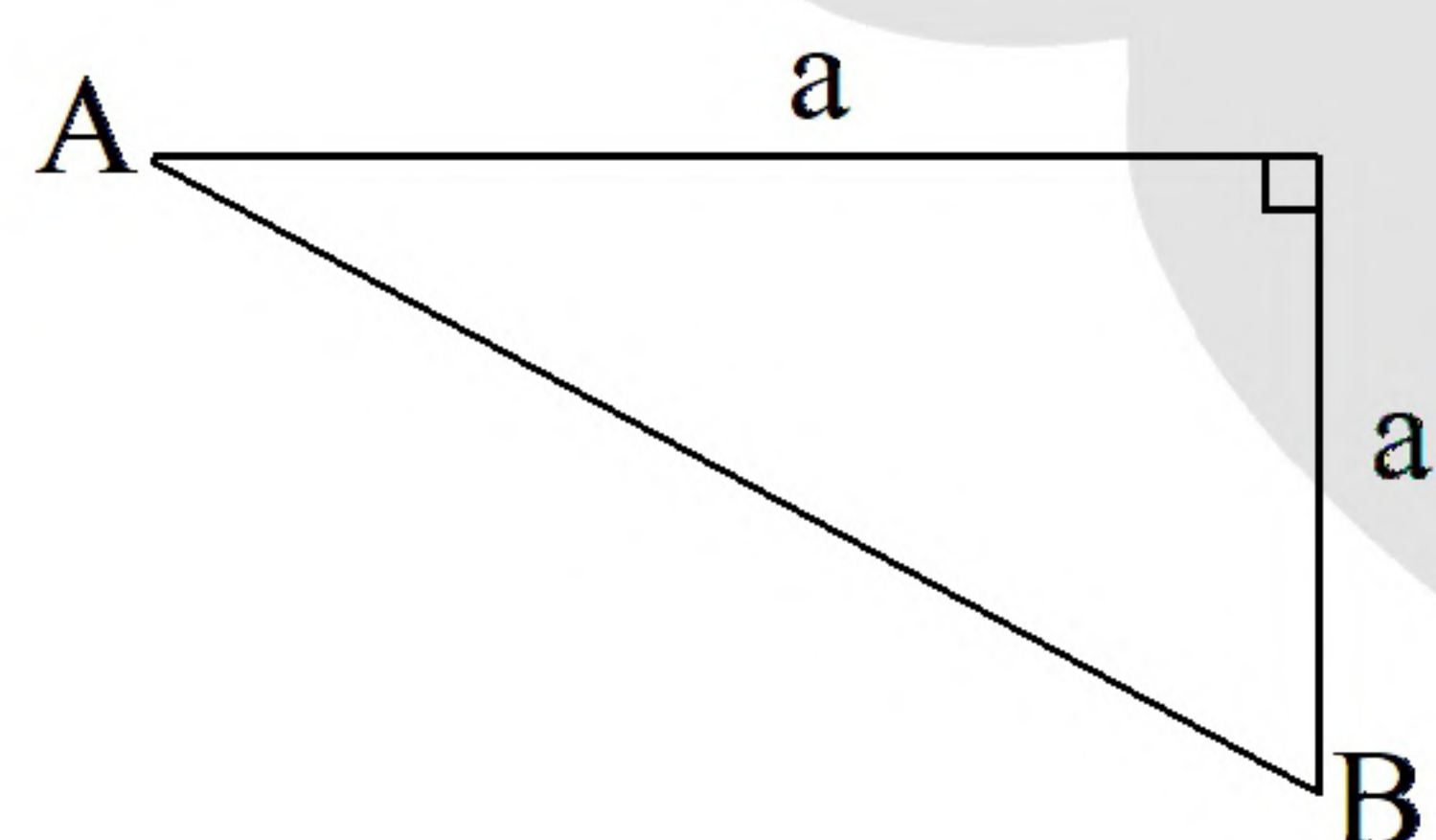
جایگزین می کنیم

$$\Rightarrow 4c^2 + 11c = ۰ \Rightarrow c(4c + 11) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c = ۰ & \text{غ ق ق} \\ c = -\frac{11}{4} = -۲/۷۵ \end{cases}$$

۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. رضا دو مسیر اول و سوم خود را عمود بر مسیر دوم طی کرده پس در یک راستا می باشد و می توان گفت برای رسیدن از شهر A به شهر B اضلاع قائمه یک مثلث قائم الزاویه به طول های ۷ و $۹ + ۱۴ = ۲۳$ طی کرده است پس:

از طرفی برای علی داریم:



$$\Rightarrow AB^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow 2a^2 = ۵۷۸$$

$$\Rightarrow a^2 = ۲۸۹ \xrightarrow{a > ۰} a = ۱۷$$

$$۱۲۰x = \text{درآمد} - \text{هزینه} \Rightarrow x^2 - ۴۰x + ۳۶۰۰ = ۱۲۰x$$

۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - ۱۶۰x + ۳۶۰۰ = ۰ \Rightarrow (x - ۱۸۰)(x + ۲۰) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = +۱۸۰ \\ x = -۲۰ & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

پس از فروش ۱۸۰ کالا، به نقطه سربه سر می رسد.



۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

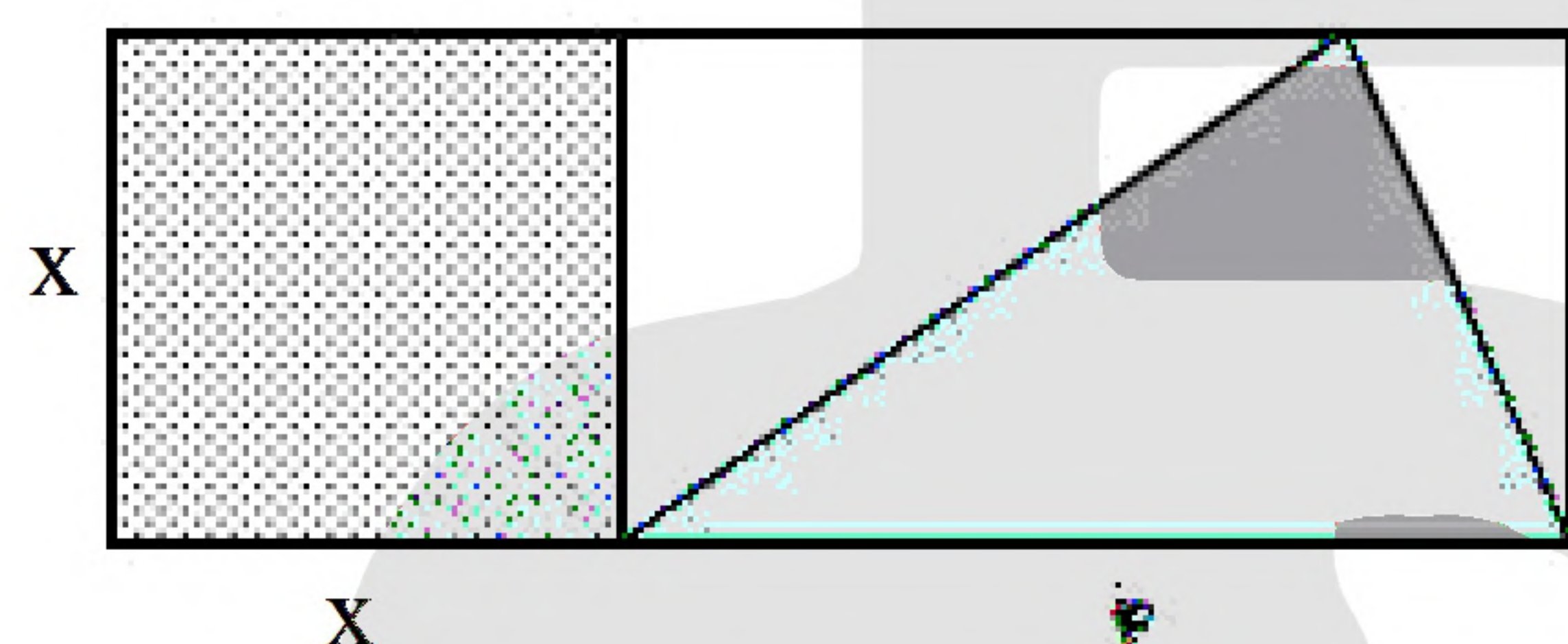
$$t = 4 \Rightarrow \frac{5-4}{3+8} = \frac{29}{k^2-81} \Rightarrow \frac{1}{11} = \frac{29}{k^2-81} \Rightarrow k^2 - 81 = 29 \times 11$$

$$k^2 = 81 + 29 \times 11 \Rightarrow \underbrace{\quad}_{\text{یک عدد مثبت}}$$

$$k^2 = 400 \Rightarrow k = \pm 20$$

محاسبه k:

۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$S_1 = \frac{4 \times x}{2} = 2x$$

$$S_2 = x^2$$

$$S_2 = \frac{1}{6} S_1 + \frac{4}{3} \Rightarrow x^2 = \frac{x}{3} + \frac{4}{3} \Rightarrow 3x^2 = x + 4$$

$$\Rightarrow 3x^2 - x - 4 = 0 \Rightarrow (x+1)(3x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{حکم} = \frac{x^2}{(4+x)x} = \frac{x}{4+x} = \frac{\frac{4}{3}}{4+\frac{4}{3}} = \frac{1}{4}$$

$$\begin{matrix} A(20, 850) \\ B(25, 1000) \end{matrix} \Rightarrow m = \frac{1000 - 850}{25 - 20} = \frac{150}{5} = 30$$

$$m = 30$$

$$y = ax + b \Rightarrow y = mx + n \xrightarrow{x=25, y=1000} 1000 = 30 \times 25 + n \Rightarrow n = 250$$

$$y = 30x + 250 \Rightarrow c(x) = 30x + 250, R(x) = 55x$$

$$P(x) = 55x - 30x - 250 \Rightarrow P(x) = 25x - 250 \xrightarrow{P(x)=0} 25x - 250 = 0 \Rightarrow 25x = 250 \Rightarrow x = 10$$

۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

پس با فروش یازدهمین کالا سوددهی آغاز می شود.



۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ به شرط $\Delta > 0$ حاصل ضرب ریشه‌ها برابر $\frac{c}{a}$

$$2kx^2 - 4x - 4k - 5 = 0$$

است. بنابراین:

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = \frac{-(4k + 5)}{2k} = -2 - \frac{5}{2k}$$

چون ضرایب معادله صحیح هستند پس $2k$ عددی صحیح است. از طرفی حاصل ضرب ریشه‌ها باید بیش‌ترین مقدار را داشته باشد، پس $2k$ حداکثر مقدار صحیح منفی یعنی $2k = -1$ باشد. پس $k = -\frac{1}{2}$ در نتیجه:

$$k = -\frac{1}{2} \Rightarrow -x^2 - 4x - 3 = 0$$

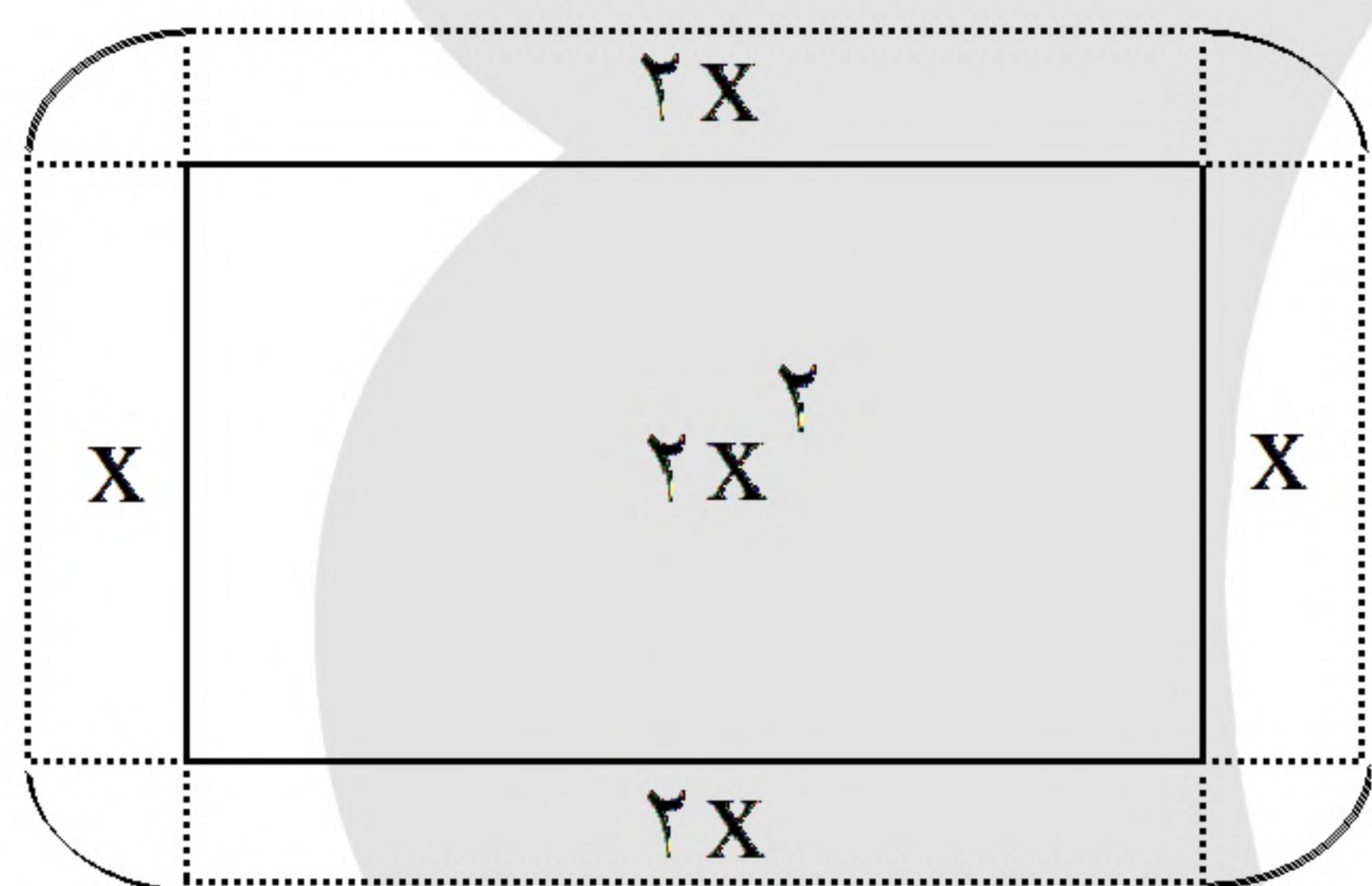
$$\Delta = (-4)^2 - 4(-1)(-3) = 16 - 12 = 4$$

۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

چون $\alpha > 0$ و از طرفی $p = \frac{c}{a} = -3$ پس ریشه دیگر $\beta < 0$ است و $|\beta| = -\beta$

$$\Rightarrow |\alpha + 2\beta| + \alpha - (-\beta) = |\alpha + \beta + \beta| + \alpha + \beta$$

$$\alpha + \beta = S = -\frac{b}{a} = -7 \Rightarrow \text{عبارت} = |-7 + \beta| - 7 = 7 - \beta - 7 = -\beta$$



۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به اینکه طول ۲ برابر عرض است پس طول را $2x$ و عرض را x فرض می‌کنیم. چون دسترسی به باغچه یک متر است شکل روبه‌رو را رسم می‌کنیم. (از ۴ رأس باغچه کمانی به شعاع یک رسم می‌کنیم که مساحت ۴ ربع دایره برابر یک دایره با شعاع ۱ است).

$$S_{\text{باغچه}} = 2x^2, S_{\text{کل}} = 2x^2 + 6x + \pi$$

$$S_{\text{کل}} = S_{\text{باغچه}} + \left(1 + \frac{1}{18}\pi\right)S_{\text{باغچه}}$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 6x + \pi = 2x^2 + \left(1 + \frac{1}{18}\pi\right)2x^2 \Rightarrow 6x + \pi = \left(1 + \frac{1}{18}\pi\right)2x^2 \Rightarrow \frac{6x + \pi}{2x^2} = \frac{18 + \pi}{18}$$

با توجه به گزینه‌ها $x = 3$ را انتخاب می‌کنیم که در معادله فوق صدق می‌کند. پس طول باغچه $2x = 6$ است.

۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{سود} = 10x^2 + 2200x - 720000 \Rightarrow \text{هزینه} - \text{درآمد} = \text{سود}$$

در نقطه سر به سر سود برابر صفر است.

$$\Rightarrow 10x^2 + 2200x - 720000 = 0 \Rightarrow x^2 + 220x - 72000 = 0 \Rightarrow (x + 400)(x - 180) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -400 & \text{غ ق ق} \\ x = 180 & \text{ق ق} \end{cases}$$



۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = (1 - 18m)x^2 + 8(m^2 + 1)x + 11$$

تابع درجه دوم وقتی ماکسیمم دارد که ضریب x^2 منفی باشد. بنابراین:

$$1 - 18m < 0 \Rightarrow 1 < 18m \Rightarrow m > \frac{1}{18}$$

طول نقطه ماکسیمم همان طول رأس سهمی $x_s = -\frac{b}{2a}$ است. بنابراین:

$$\frac{1}{2} = \frac{-8(m^2 + 1)}{2(1 - 18m)} \Rightarrow -8m^2 - 8 = 1 - 18m \Rightarrow -8m^2 + 18m - 9 = 0 \Rightarrow 8m^2 - 18m + 9 = 0$$

$$\Delta = (-18)^2 - 4(8)(9) = 324 - 288 = 36$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{18 + 6}{16} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2} > \frac{1}{18} \text{ ق ق} \\ m_2 = \frac{18 - 6}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} > \frac{1}{18} \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$f(x) = ax + b$$

$$\begin{cases} f(1) = 5 \Rightarrow a + b = 5 \\ f(3) = -9 \Rightarrow 3a + b = -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a - b = -5 \\ 3a + b = -9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2a = -14 \Rightarrow a = -7 \xrightarrow[a = -7]{a + b = 5} b = 12 \Rightarrow f(x) = -7x + 12$$

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 5\} \xrightarrow{\quad} f(0) = 12, f(5) = -35 + 12 = -23$$

$$\Rightarrow \text{برد} = \{y \in \mathbb{R} \mid -23 \leq y \leq 12\}$$

۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

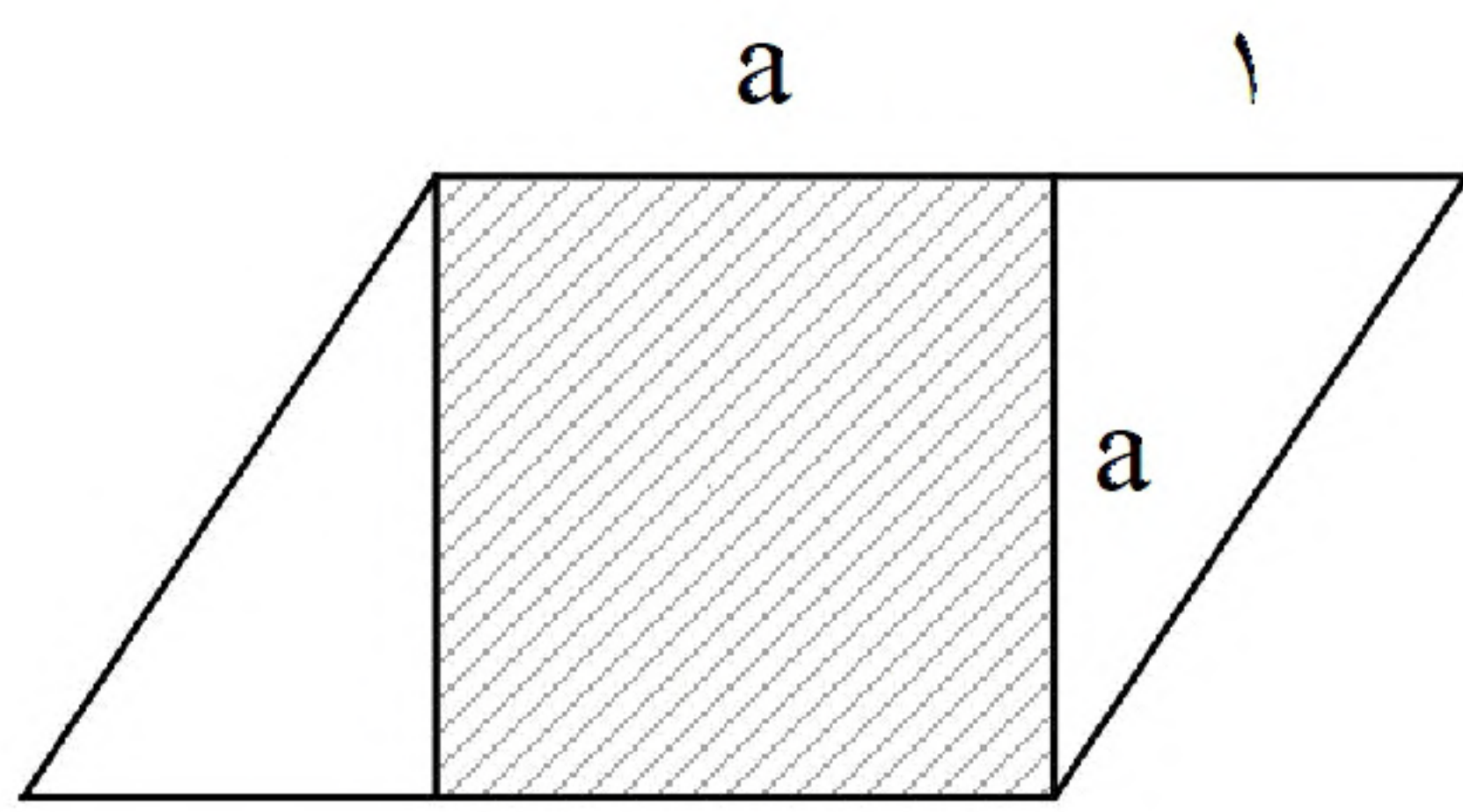
$$\frac{x+1}{x-3} - \frac{2}{x} = \frac{2m^2}{x(x-3)} \Rightarrow \frac{x(x+1) - 2(x-3)}{x(x-3)} = \frac{2m^2}{x(x-3)} \Rightarrow x^2 + x - 2x + 6 = 2m^2$$

$$\Rightarrow x^2 - x + 6 - 2m^2 = 0 \xrightarrow{x=2} 4 - 2 + 6 - 2m^2 = 0 \Rightarrow 8 = 2m^2 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$$

۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\frac{۲۷}{۳۲} + \text{مساحت مثلث} \times \frac{۳}{۴} = \text{مساحت مربع}$$

$$a^2 = \frac{۳}{۴} \times \left(\frac{۱ \times a}{۲} \right) + \frac{۲۷}{۳۲} \Rightarrow a^2 = \frac{۳a}{۸} + \frac{۲۷}{۳۲}$$

$$\Rightarrow ۳۲a^2 - ۱۲a - ۲۷ = ۰$$

$$\Delta = (-۱۲)^2 - 4(۳۲)(-۲۷) = ۱۴۴ + ۳۴۵۶ = ۳۶۰۰$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{۳۶۰۰} = ۶۰ \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{۱۲ + ۶۰}{۶۴} = \frac{۷۲}{۶۴} = \frac{۹}{۸} \Rightarrow \text{قاعده} = \frac{۹}{۸} + ۱ = \frac{۱۷}{۸} \\ a_2 = \frac{۱۲ - ۶۰}{۶۴} = -\frac{۴۸}{۶۴} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

۱۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای محاسبه نقطه (نقاط) سربه‌سر باید توابع هزینه و درآمد را با یکدیگر برابر قرار دهیم:

$$x^2 + ۲x + ۶۰۰ = ۲۰۵x \Rightarrow x^2 - ۲۰۳x + ۶۰۰ = ۰ \Rightarrow (x - ۲۰۰)(x - ۳) = ۰ \Rightarrow x = ۲۰۰ \text{ یا } x = ۳$$

چون بیشترین مقدار نقطه سربه‌سر خواسته شده، پس $x = ۲۰۰$ قابل قبول است.

$$R(x) = ۲۰۵x \Rightarrow R(۲۰۰) = ۲۰۵(۲۰۰) = ۴۱۰۰۰$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. روش اول:

$$۲(x + y) = ۳۰ \Rightarrow x + y = ۱۵ \Rightarrow y = ۱۵ - x$$

$$S = xy = x(۱۵ - x) = -x^2 + ۱۵x \Rightarrow x_s = -\frac{b}{۲a} = \frac{۱۵}{۲} \Rightarrow y_s = ۱۵ - \frac{۱۵}{۲} = \frac{۱۵}{۲}$$

$$S_{\max} = \frac{۱۵}{۲} \times \frac{۱۵}{۲} = ۵۶/۲۵$$

روش دوم: اگر مجموع دو عبارت برابر مقدار ثابت باشد و از ما ماکزیمم حاصل ضربشان خواسته شد، در آن صورت هر دو عبارت برابر با نصف آن عدد ثابت‌اند.

$$x + y = ۱۵ \Rightarrow x = y = \frac{۱۵}{۲} \Rightarrow \text{Max}(xy) = \frac{۱۵}{۲} \times \frac{۱۵}{۲} = ۵۶/۲۵$$



۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

روش اول: ابتدا شیب خطی که از نقاط $(-۱, ۳)$ و $(۱, -۴)$ و همچنین از نقاط $(-۲, a)$ و $(-۱, ۳)$ می‌گذرد را محاسبه می‌کنیم. از طرفی چون شیب خط، ثابت است، پس این دو مقدار باید با هم برابر باشند:

$$\frac{-۴-۳}{۱-(-۱)} = \frac{a-۳}{-۲-(-۱)} \Rightarrow -\frac{۷}{۲} = \frac{a-۳}{-۱} \Rightarrow ۲a-۶=۷ \Rightarrow ۲a=۱۳ \Rightarrow a=\frac{۱۳}{۲}=۶/۵$$

روش دوم: ابتدا معادله خطی که از نقاط $(-۱, ۳)$ و $(۱, -۴)$ می‌گذرد را بدست می‌آوریم:

$$y = mx + h = -\frac{۷}{۲}x + h \Rightarrow (-۱, ۳) : ۳ = -\frac{۷}{۲} + h \Rightarrow h = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow y = -\frac{۷}{۲}x - \frac{۱}{۲}$$

حال نقطه $(-۲, a)$ را در این معادله خط صدق می‌دهیم:

$$a = -\frac{۷}{۲}(-۲) - \frac{۱}{۲} \Rightarrow a = ۷ - \frac{۱}{۲} = ۶/۵$$

۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طرفین معادله را در ک.م.م. مخرج‌ها یعنی $(x-۲)(x+۳)$ ضرب می‌کنیم:

$$x(x+۳) - ۳(x-۲) = ۲(x-۲)(x+۳) \Rightarrow x^2 + ۳x - ۳x + ۶ = ۲(x^2 + x - ۶)$$

$$x^2 + ۲x - ۱۸ = ۰$$

چون دلتای این معادله مثبت است پس دو ریشه دارد و چون ریشه‌های مخرج نیستند دو ریشه قابل قبول است.

$$P = \frac{c}{a} = -\frac{۱۸}{۱} = -۱۸$$

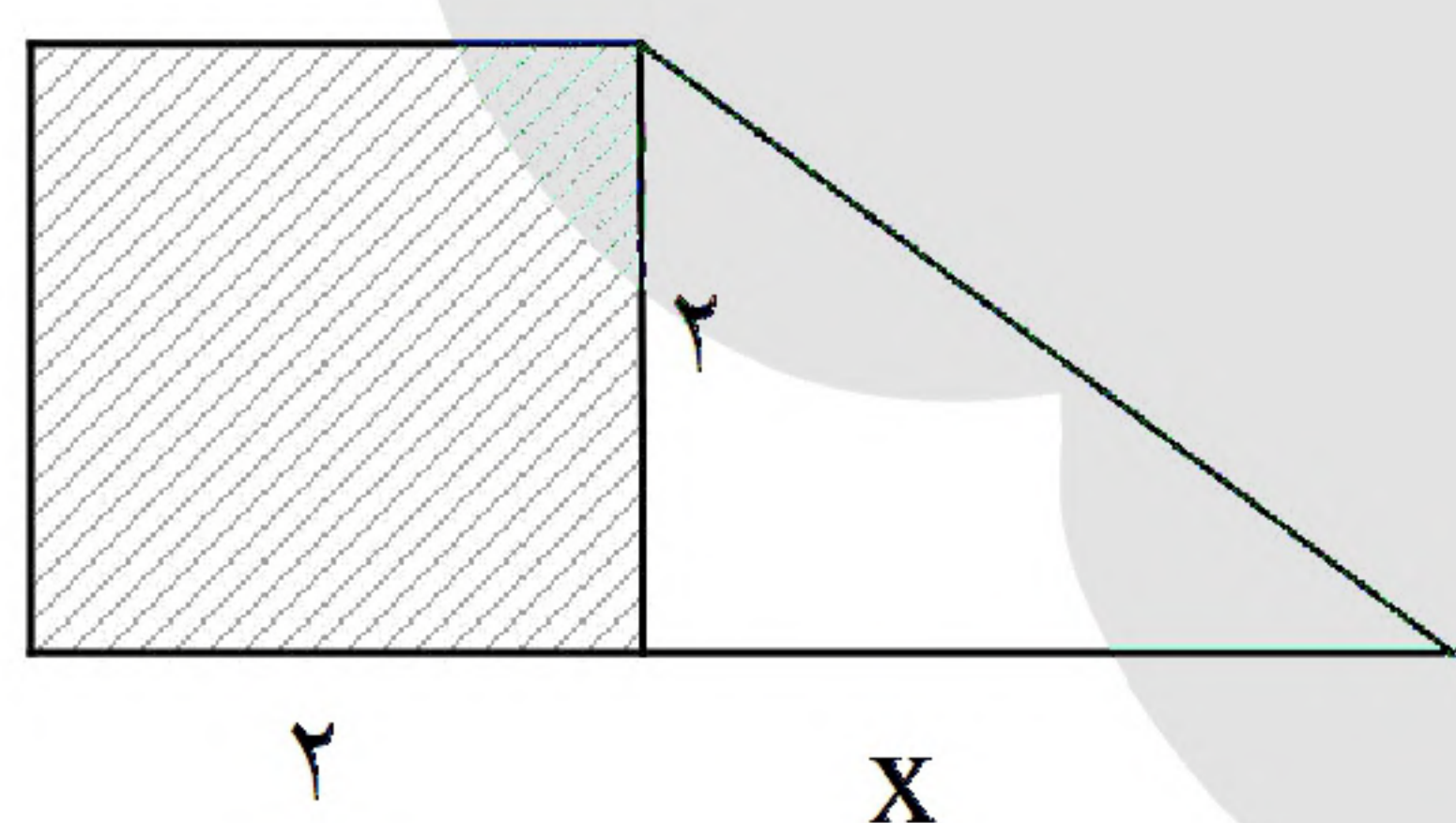
۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر طول ضلع مثلث را مطابق شکل، x بنامیم:

مساحت مربع = ۴

$$\text{مساحت مثلث قائم الزاویه} = \frac{۱}{۲}(۲ \times x) = x$$

$$۴ = \frac{x}{۳} + ۳ \Rightarrow ۱ = \frac{x}{۳} \Rightarrow x = ۳$$

$$\text{مساحت دوزنقه} = \frac{(۲+۲+۳)}{۲} \times ۲ = ۷$$



$$f(x) = x + ۱ \Rightarrow f^2(x) = ۲g(x) \Rightarrow x^2 + ۲x + ۱ = -۲x$$

$$g(x) = -x$$

$$\Rightarrow x^2 + ۴x + ۱ = ۰ \Rightarrow |x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{۱۲}}{۱} = ۲\sqrt{۳}$$

۲۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



۲۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $x^2 - a = (2x - 1)(x + 3), x \neq -3$

$\Rightarrow x^2 + 5x + a - 3 = 0 \Rightarrow$ باید Δ بزرگتر از صفر باشد همچنین

$x = -3$ ریشه‌ی این معادله نباشد:

$$\begin{cases} \Delta = 25 - 4(a - 3) > 0 \Rightarrow a < \frac{37}{4} \\ (-3)^2 + 5(-3) + a - 3 \neq 0 \Rightarrow a \neq 9 \end{cases} \xrightarrow{\cap} a < 9 \text{ گزینه ۱ صحیح است.}$$

۲۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{9x^2 - x^2 - 6x - 9}{2x - 3} - \frac{2}{x} = 1 \Rightarrow \frac{(2x - 3)(4x + 3)}{2x - 3} - \frac{2}{x} = 1$$

$$\xrightarrow{\times(x)} 4x^2 + 2x - 2 = 0 \Rightarrow 2x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow |x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{1+8}}{|2|} = \frac{3}{2}$$

۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{ax^3 + 2x}{x+1} = x^2 - x = x(x-1) \Rightarrow \text{طرفین وسطین: } x(ax^2 + 2) = x(x-1)(x+1)$$

$$\Rightarrow x((a-1)x^2 + 3) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ \text{یا} \\ (a-1)x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{3}{a-1} (*) \end{cases}$$

واضح است که $x = 0$ یک ریشه‌ی معادله است. از طرفی چون معادله‌ی داده شده دارای ۳ ریشه است، لذا می‌بایست معادله‌ی (*) دارای ۲ ریشه باشد همچنین هیچ کدام برابر ۱- نباشند (چون $x = -1$ ریشه‌ی مخرج است). یعنی:

$$\begin{cases} x^2 = -\frac{3}{a-1} > 0 \Rightarrow \frac{3}{a-1} < 0 \Rightarrow a - 1 < 0 \Rightarrow a < 1 \\ \frac{3}{a-1} \neq -1 \Rightarrow a - 1 \neq -3 \Rightarrow a \neq -2 \end{cases}$$

با توجه به گزینه‌ها کامل‌ترین پاسخ، گزینه ۱ است.

روش تستی: اگر $a = 1$ باشد، داریم:

$$\frac{x^3 + 2x}{x+1} = x^2 - x \Rightarrow \text{طرفین وسطین: } x^3 + 2x = x^3 - x \Rightarrow 3x = 0 \Rightarrow x = 0$$

یعنی معادله یک ریشه خواهد داشت که مطلوب ما نیست. بنابراین گزینه‌هایی که شامل $a = 1$ می‌باشند، رد می‌شود: (رد گزینه ۲ و ۳)

از طرفی اگر $a = -2$ آن‌گاه یکی از ریشه‌های معادله $x = -1$ خواهد بود که باز هم مطلوب ما نیست. (رد گزینه ۴)



۲۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{4x^2 - (2-x)^2}{x+2} - \frac{7}{x} = 2 \Rightarrow \frac{4x^2 - (x^2 - 4x + 4)}{x+2} - \frac{7}{x} = 2 \Rightarrow \frac{3x^2 + 4x - 4}{x+2} - \frac{7}{x} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{(x+2)(3x-2)}{x+2} - \frac{7}{x} = 2 \Rightarrow 3x - 2 - \frac{7}{x} = 2 \xrightarrow{\times x} 3x^2 - 4x - 7 = 0 \Rightarrow S = -\frac{b}{a} = \frac{4}{3}$$

۲۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ریشه مضاعف دارد یعنی $\Delta = 0$ است پس:

$$(k+3)^2 - 4(2)(2k) = 0 \Rightarrow k^2 + 6k = 4 - 16k = 0 \Rightarrow k^2 - 10k + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (k-1)(k-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k=1 \\ k=4 \end{cases}$$

۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

درآمد = $240x$
هزینه - درآمد = سود $P(x)$
 $240x - x^2 - 60x - 200 \Rightarrow P(x) = -x^2 + 180x - 200$

$$S \left| \begin{aligned} \frac{-b}{2a} &= \frac{-180}{2(-1)} = 90 \\ f\left(\frac{-b}{2a}\right) &= -(90)^2 + 180(90) - 200 \end{aligned} \right. \Rightarrow \underbrace{-90^2 + 2(90)^2}_{90^2 - 200} - 200$$

$$8100 - 200 = 7900$$

۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{x^2 - 4x + 3}{2(x-1)(x-3)} + \frac{x-4}{2(x-1)(x-4)} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2x^2 - 8x + 6 + x - 4}{2(x-1)(x-4)} = \frac{2}{3}$$

همسان

$$\frac{2x^2 - 7x + 2}{2(x-1)(x-4)} = \frac{2}{3} \Rightarrow 6x^2 - 21x + 6 = 4x^2 - 20x + 16 \Rightarrow 2x^2 - x - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2/5 \end{cases}$$

$$\frac{4}{5}$$

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{a} = \frac{\sqrt{(-1)^2 - 4(-10)(2)}}{2} = \frac{\sqrt{81}}{2} = \frac{9}{2} = 4/5$$



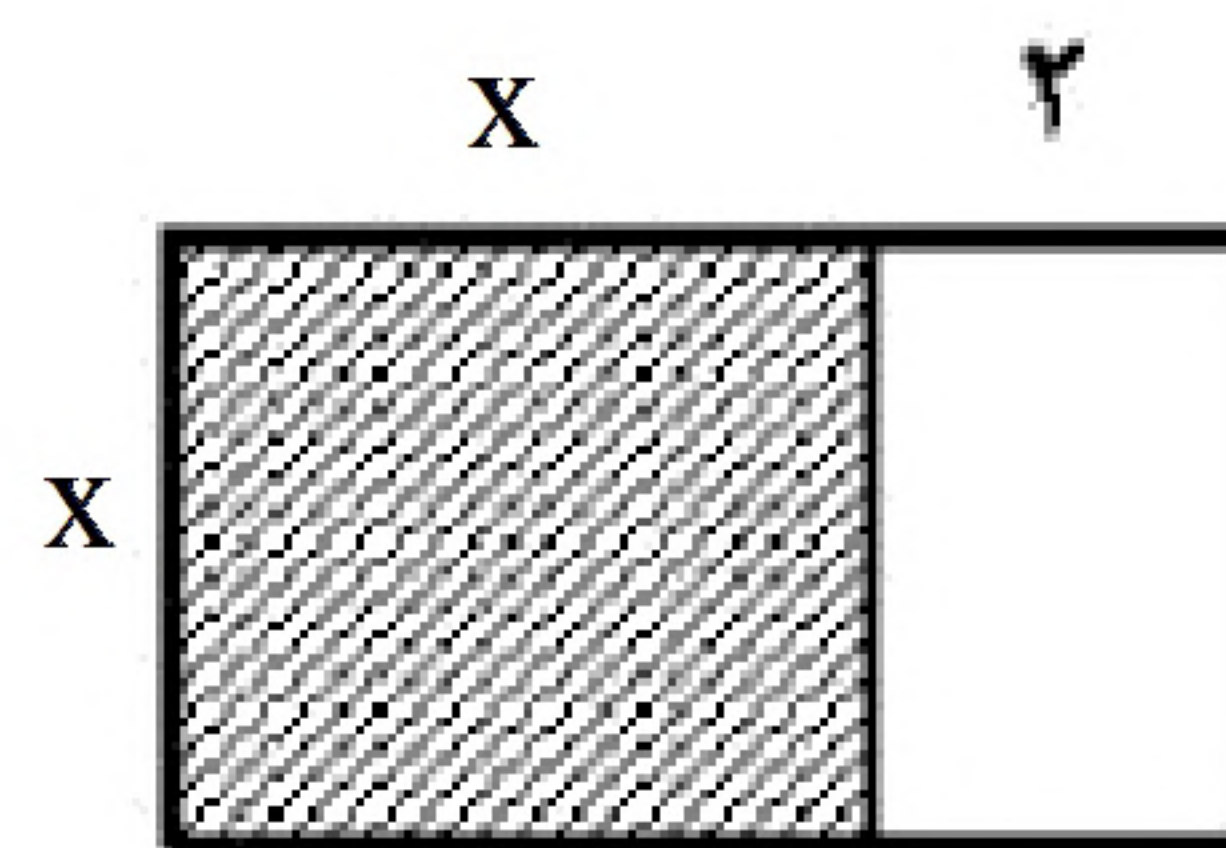
۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$S_{\square} = (S_{\square})^{\frac{3}{4}} + 18$$

$$x^{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4} \underbrace{(x+2)(x)}_{x^2 + 2x} + 18 \Rightarrow 4x^{\frac{3}{4}} = 3x^{\frac{3}{4}} + 6x + 72$$

$$x^{\frac{3}{4}} - 6x - 72 = 0 \Rightarrow (x+6)(x-12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -6 \\ x = 12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2(x+x+2) = 2(2(12) + 2) = 2(26) = 52$$



۳۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$p = \frac{c}{a} = \frac{k}{k+3} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2k = -k-3 \Rightarrow k = -1$$

۳۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{2x-1}{x+2} - \frac{x-3}{x-2} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2x^2 - 4x - x + 2 - x^2 - 2x + 3x + 6}{x^2 - 4} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 4x + 8}{x^2 - 4} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x^2 - 12x + 24 = 2x^2 - 8 \Rightarrow x^2 - 12x + 32 = 0$$

حاصل جمع ریشه های

$$\xrightarrow{\text{معادله } ax^2 + bx + c = 0} S = \frac{-b}{a} = \frac{12}{1} = 12$$

۳۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طول ضلع مربع را x فرض می کنیم. بنابراین:

$$\frac{1}{2} \times 10 \times x = \frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{3} \Rightarrow 5x = \frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{3} \rightarrow 15x = 2x^2 - 8 \Rightarrow 2x^2 - 15x - 8 = 0$$

$$\Delta = 225 - 4 \times 2 \times (-8) = 225 + 64 = 289$$

$$x_{1,2} = \frac{15 \pm \sqrt{289}}{2 \times 2} = \begin{cases} \frac{15+17}{4} = 8 \text{ ق ق} \\ \frac{15-17}{4} = -\frac{1}{2} \text{ غ ق} \end{cases} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 8 \times 10 = 40$$

۳۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

هزینه - درآمد = سود

$$\text{سود} = -\frac{1}{3}x^2 + 28x - 16x - 55 = -\frac{1}{3}x^2 + 12x - 55 \Rightarrow x = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{2(-\frac{1}{3})}$$

جایگذاری در تابع سود

$$x = 18 \text{ راس} \rightarrow -\frac{1}{3}(18)^2 + 12(18) - 55 = 53$$



۳۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا در معادله به جای x عدد ۱ را قرار می‌دهیم.

$$\frac{4}{a-2} + \frac{a}{2} = a$$

با امتحان کردن گزینه‌ها می‌بینیم که گزینه‌ی ۲ صحیح است. یعنی ۴ و ۲- صدق می‌کنند.

۳۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x + 2y = 56$$
$$\begin{cases} x = 28 \\ y = 14 \end{cases} \Rightarrow S = xy = 28 \times 14 = 392$$

۳۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{3a-5} = \frac{a+2}{2} - 1 = \frac{a}{2} \xrightarrow{\text{جایگذاری}} a=1 \rightarrow \frac{1}{-2} = \frac{1}{2} \quad \text{گزینه ۳ و ۴ حذف غ ق ق}$$
$$a=2 \rightarrow \frac{1}{1} = \frac{2}{2}$$