

گنجینه سوال رایگان
+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>



۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

ابتدا مقدار $x = 1$ را در معادله جایگزین می‌کنیم:

$$x = 1 \Rightarrow 1^2 + m \times 1 - 3m = 0 \Rightarrow -2m = -1 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

نکته: یادتان باشد ریشه یک معادله در آن معادله صدق می‌کند.

۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

برای این که معادله درجه دوم، دو ریشه متمایز داشته باشد، باید مبین $\Delta = b^2 - 4ac$ بزرگ‌تر از صفر باشد، بنابراین

در این معادله که $a = 1$ و $b = 2m - 1$ و $c = m^2 - m$ است، معادله مبین به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\Delta = b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow (2m - 1)^2 - 4(1)(m^2 - m) > 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 + 4m = 0 \Rightarrow 1 > 0$$

از آن جا که $\Delta > 0$ به دست آمد، پس به ازای همه مقادیر m ، معادله دو ریشه متمایز دارد.

۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ برای این که ریشه مضاعف داشته باشیم، مبین معادله یعنی

$\Delta = b^2 - 4ac$ باید صفر باشد، پس ابتدا معادله مسئله را مرتب می‌کنیم:

$$2x^2 - 3x - a = 0$$

با توجه به این رابطه، Δ را می‌نویسیم:

$$\Delta = (-3)^2 - 4(2)(-a) = 0 \Rightarrow 9 + 8a = 0 \Rightarrow a = -\frac{9}{8}$$

۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

ریشه معادله در معادله صدق و تساوی عددی ایجاد می‌کند:

$$x = -3 \Rightarrow (-3)^2 + a(-3) - 18 = 0$$

با حل معادله مقدار a به دست می‌آید:

$$\Rightarrow a = -3$$

با جایگذاری مقدار a در معادله $x^2 + ax - 18 = 0$ ، می‌توان با حل معادله جواب دیگر آن را به دست آورد (در صورت موجود بودن دو جواب):

$$a = -3 \Rightarrow x^2 - 3x - 18 = 0$$

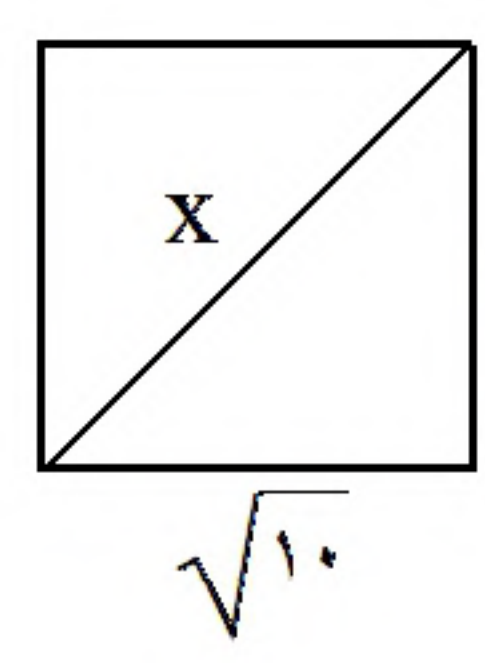
تجزیه به کمک اتحاد جمله مشترک:

$$\Rightarrow (x - 6)(x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -3 \end{cases}$$



۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اگر محیط مربع $4\sqrt{10}$ باشد، طول یک ضلع آن $\sqrt{10}$ خواهد بود. با توجه به شکل و با استفاده از قانون فیثاغورس داریم:



$$(\sqrt{10})^2 + (\sqrt{10})^2 = x^2 \Rightarrow 10 + 10 = x^2$$

$$\Rightarrow 20 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{20} \Rightarrow x = \sqrt{4} \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اگر x_1 و x_2 ریشه‌های این معادله باشد:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = -\frac{b}{c} = \frac{4}{-12} = -\frac{1}{3}$$

۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

طبق اتحاد $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$ داریم:

$$(2x + 1)(4x^2 - 2x + 1) = (2x)^3 + (1)^3 = 8x^3 + 1$$

$$x = \sqrt[3]{2} \rightarrow 8(\sqrt[3]{2})^3 + 1 = 8(2) + 1 = 17$$

۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

پاسخ‌های معادله درجه ۲ از رابطه $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ به دست می‌آیند. وقتی ریشه مضاعف باشد مقدار دلتا صفر است، بنابراین مقدار ریشه برابر است با:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

با توجه به معادله $7x^2 - 6x + k = 0$ ، مقدار b برابر ۶- و مقدار a برابر ۷ است (نیازی به پیدا کردن k نیست):

$$x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{-(-6)}{2(7)} = \frac{3}{7}$$



۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): تنها عددهای نامنفی زیر رادیکال با فرجه زوج می‌توانند باشند:

$$\{k \in \mathbb{R} | \sqrt{k} \leq 0\} = \{0\}$$

گزینه (۲): تمام عددهای حقیقی نامنفی را شامل می‌شود:

$$\{k \in \mathbb{R} | \sqrt{k} \geq 0\} = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

$$k^3 + 1 = 0 \Rightarrow k^3 = -1 \Rightarrow k = -1 \Rightarrow \{-1\}$$

گزینه (۳):

تنها عدد -۱ در این مجموعه قرار دارد.

گزینه (۴): تنها عضو این مجموعه عدد ۱ است.

$$\{k \in \mathbb{N} | k \leq 1\} = \{1\}$$

بنابراین گزینه (۳) اگر به جای k قرار داده شود، معادله به شکل $(x-2)^2 = -1$ بوده و بدون جواب است. با گزینه (۱) یک ریشه مضاعف و گزینه‌های (۲) و (۴) ریشه‌های متفاوت خواهند داشت.

۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱) ریشه مضاعف: $2(x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$

۲) دو ریشه مضاعف: $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$

۳) ریشه مضاعف: $x(x-2) - 2(x-2) = 0 \Rightarrow (x-2)(x-2) = 0 \Rightarrow x = 2$

۴) ریشه مضاعف: $x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$

۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} (x-1)^2 &= (4x-3)^2 \xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می‌گیریم}} (x-1) = \pm(4x-3) \\ \Rightarrow \begin{cases} x-1 = 4x-3 \Rightarrow -3x = -2 \Rightarrow x = \frac{2}{3} \\ x-1 = -(4x-3) \Rightarrow x-1 = -4x+3 \Rightarrow 5x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{5} \end{cases} \end{aligned}$$

$\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{5}$ را هم‌مخرج می‌کنیم تا بتوانیم مقایسه کنیم که $\frac{10}{15}$ و $\frac{12}{15}$ می‌شود که در نتیجه $\frac{4}{5}$ بزرگ‌تر است.

۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

معادله‌ای با دو ریشه α و β به صورت $x^2 - Sx + P = 0$ نوشته می‌شود.

$$S = \alpha + \beta = (1 - \sqrt{2}) + (1 + \sqrt{2}) = 2$$

$$P = \alpha\beta = (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) = 1 - 2 = -1$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$



۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

مجموع ریشه‌های معادله درجه ۲ از رابطه $\frac{-b}{a}$ به دست می‌آید:

$$\frac{-b}{a} = \frac{-7}{4}$$

۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

وقتی $A \times B = 0$ حداقل یکی از عامل‌های A و B صفر هستند، پس:

$$\begin{cases} x - 3 = 0 \\ x + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -5 \end{cases} \Rightarrow \{3, -5\}$$

۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

سن پسر = x

سن پدر = 3x + 5

سن پدر و پسر = 3x + 5 + x = 53 $\Rightarrow x = 12$

سن پدر = 3(12) + 5 = 41 } $\Rightarrow 41 \times 12 = 492$
سن پسر = 12

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

روش اول: اگر $a^2 = b^2$ ، آن‌گاه $a = \pm b$.

$$\begin{aligned} \Rightarrow (x-1)^2 &= (1-\sqrt{2})^2 \Rightarrow x-1 = \pm(1-\sqrt{2}) \\ \left. \begin{aligned} (1) \quad x-1 &= 1-\sqrt{2} \Rightarrow x = 2-\sqrt{2} \\ (2) \quad x-1 &= -1+\sqrt{2} \Rightarrow x = \sqrt{2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{مجموع جواب ها}} 2-\sqrt{2}+\sqrt{2} = 2 \end{aligned}$$

روش دوم:

$$\Rightarrow (x-1)^2 = (1-\sqrt{2})^2 \Rightarrow (x-1)^2 - (1-\sqrt{2})^2 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{مزدوج}} ((x-1) - (1-\sqrt{2}))((x-1) + (1-\sqrt{2})) = 0$$

$$\left. \begin{aligned} x-1-1+\sqrt{2} &= 0 \Rightarrow x = 2-\sqrt{2} \\ x-1 &= -1+\sqrt{2} \Rightarrow x = \sqrt{2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{مجموع جواب ها}} 2-\sqrt{2}+\sqrt{2} = 2$$



۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

تابع گویا به ازای $x = \sqrt{2}$ تعریف نشده است، بنابراین $\sqrt{2}$ ریشهٔ مخرج است و به ازای $x = \sqrt{2}$ ، مخرج کسر صفر است:

$$x = \sqrt{2} \Rightarrow x^2 + 2a = 0 \Rightarrow (\sqrt{2})^2 + 2a = 0 \Rightarrow a = -1$$

از طرفی در محل برخورد با محور عرض‌ها $y = -2$ است، بنابراین نمودار تابع از نقطهٔ $(0, -2)$ می‌گذرد. این نقطه باید در ضابطهٔ تابع صدق کند:

$$\left. \begin{array}{l} x = 0 \\ y = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow -2 = \frac{2 \times 0 + b}{0^2 + 2(-1)} \Rightarrow b = 4$$

$$a + b = 3$$

۱۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2x^2 - 6x - 1 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 6x = 1 \Rightarrow x^2 - 3x = \frac{1}{2}$$

عددی که در این مرحله باید به دو طرف معادله اضافه کنیم $\left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ است.

۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

برای نوشتن معادله درجه دوم با داشتن دو ریشه:

$$x^2 - (\text{مجموع دو ریشه})x + (\text{حاصلضرب دو ریشه}) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - (-2 + 1)x + (-2)(1) = 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

که با ضرب هر عدد ثابتی در کل معادله، شکل دیگری از معادله ایجاد می‌شود، اما گزینه (۱) پس از مرتب‌سازی به شکل $x^2 - x - 2 = 0$ بوده که اشتباه است.

۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{4}(10x - 6) = (6x - 5) \xrightarrow{\times 4} 10x - 6 = 4(6x - 5)$$

$$\Rightarrow 10x - 6 = 24x - 20 \Rightarrow 10x - 24x = -20 + 6$$

$$\Rightarrow -14x = -14 = x = 1$$



۲۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
معادله را حل می‌کنیم:

$$\frac{2x+1}{2x} = \frac{x+4}{x+6} \Rightarrow (2x+1)(x+6) = 2x(x+4)$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 13x + 6 = 2x^2 + 8x \Rightarrow 2x^2 + 13x + 6 - 2x^2 - 8x = 0$$

$$\Rightarrow 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{-6}{5}$$

$x = \frac{-6}{5}$ مخرج کسرها را صفر نمی‌کند و قابل قبول است.

۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

مساحت مربع به قطر x برابر مساحت لوزی با قطر x است:

$$S_1 = \frac{x^2}{2}$$

مساحت دایره به شعاع r از رابطه $S_2 = \pi r^2$ به دست می‌آید:

$$S_2 = \pi \left(\frac{x}{\sqrt{\pi}} \right)^2 = x^2$$

مجموع مساحت‌ها برابر ۶ است:

$$S_1 + S_2 = \frac{x^2}{2} + x^2 = \frac{3}{2}x^2 = 6$$

بنابراین $x = 2$.

$$\text{ضلع مربع} = \sqrt{\frac{x^2}{2}} \Rightarrow \text{ضلع مربع} = \sqrt{\frac{4}{2}} = \sqrt{2}$$

$$x = 2 \Rightarrow \text{ضلع مربع} = \sqrt{\frac{4}{2}} = \sqrt{2}$$

$$\text{محیط مربع} = 4 \sqrt{2}$$

۲۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$2x + 9 = 12x \Rightarrow 9 = 10x \Rightarrow x = \frac{9}{10} \Rightarrow \frac{\frac{9}{10}}{\frac{9}{10}} = \frac{100}{81}$$



۲۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اتحاد مربع کامل بوده و الگوی آن $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ است، بنابراین در جای خالی عبارت «دو برابر اولی در دومی» جایگزین می‌شود:

$$2(x) \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{8}{5}x$$

۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

از روش تغییر متغیر استفاده می‌کنیم: $x - 1 = t$ ، پس:

$$2(x - 1)^2 - 5(x - 1) + 3 = 0 \Rightarrow 2t^2 - 5t + 3 = 0$$

$$\frac{a + b + c = 0}{\text{طبق دکارت داریم}} \rightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = 1 \Rightarrow x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2 \\ t = \frac{3}{2} \Rightarrow x - 1 = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{تفاضل ریشه ها} = |x_2 - x_1| = \left| \frac{5}{2} - 2 \right| = \frac{1}{2}$$

۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل، S_2 مساوی S_3 است (مساحت دو مستطیل با هم برابر است) پس داریم:

$$S_1 - S_2 = 0 \Rightarrow (a - b)^2 - b^2 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 - b^2 = 0 \Rightarrow a^2 - 2ab = 0$$

$$\Rightarrow a(a - 2b) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{غیرقابل قبول} & a = 0 \\ a - 2b = 0 \Rightarrow a = 2b \end{cases}$$



۲۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

برای حل این معادله از روش مربع کامل کردن استفاده می‌کنیم. ابتدا قرینه‌ی عدد ثابت معادله را به دو طرف معادله اضافه می‌کنیم، کل جملات را بر ضریب x^2 یعنی a تقسیم می‌کنیم، سپس مربع نصف ضریب x را به دو طرف معادله اضافه می‌کنیم. اکنون با تشکیل اتحاد مربع دو جمله‌ای معادله را حل می‌کنیم:

$$ax^2 - bx = -c \Rightarrow x^2 - \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{b}{a}x + \left(-\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(-\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a} \Rightarrow \left(x - \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\overbrace{b^2 - 4ac}^{\Delta}}{4a^2}$$

$$\Rightarrow x - \frac{b}{2a} = \frac{\pm\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

۲۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

مساحت مربع، مستطیل و مثلث بریده شده را به دست می‌آوریم:

$$S_{\text{مربع}} = x \times x = x^2$$

$$S_{\text{مستطیل}} = x(2x) = 2x^2$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{(\sqrt{2}x)(\sqrt{2}x)}{2} = x^2$$

مجموع مساحت شکل‌های بریده شده از مربع بزرگ به مساحت $36 = 6 \times 6$ برابر است با:

$$x^2 + 2x^2 + x^2 = 4x^2$$

بنابراین مساحت باقی‌مانده برابر است با:

$$36 - 4x^2 = 24 \Rightarrow 4x^2 = 12 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

چون x طول ضلع است، $x = -\sqrt{3}$ قابل قبول نیست.

۲۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

می‌توانیم از امتحان گزینه‌ها استفاده کنیم و جواب تک‌تک آن‌ها را پیدا کرده و گزینه مناسب را انتخاب کنیم، به عنوان مثال در گزینه (۴) داریم:

$$-bx + a = 0 \Rightarrow -bx = -a \Rightarrow x = \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$

یا از جواب $x = \frac{a}{b}$ استفاده کنیم، به این صورت:

$$\frac{x}{1} = \frac{a}{b} \Rightarrow bx = a \Rightarrow bx - a = 0 \xrightarrow{x(-1)} -bx + a = 0$$



۳۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$a = \sqrt{2}, b = -(\sqrt{2} + 1), c = 1$$

$$\Rightarrow a + b + c = 0 \xrightarrow{\text{دکارت}} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

