

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>





۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مطابق تعریف ریشتر M و ارتباط آن با انرژی آزاد شده زلزله E در واحد ارگ (Erg):

$$\text{Log } E = 11/8 + 1/5 M \leftrightarrow E = 10^{11/8 + 1/5 M}$$

$$\begin{cases} \text{زلزله اصلی} \\ \text{پس لرزه} \end{cases} \begin{cases} E_1 = 10^{11/8 + 1/5 M_1} \\ E_2 = 10^{11/8 + 1/5 M_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = 10^{1/5 (M_1 - M_2)}$$

$$M_1 - M_2 = 0/8 \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = 10^{1/5 \times 0/8} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = 10^{1/2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = (10^{0/3})^4 = 2^4 = 16$$

$$\Rightarrow E_1 = 16 E_2$$

$$\left(\text{توجه: } 10^{0/3} = 2 \Rightarrow \text{Log } 2 = 0/3 \leftrightarrow 10^{0/3} = 2 \right)$$

۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می دانیم:

$$\text{Log } \frac{A}{a} \geq m \xrightarrow[\text{جهت نامعادله عوض می شود}]{0 < a < 1} A \leq a^m$$

$$\text{Log } \frac{2x+3}{0/5} \geq -1 \Rightarrow \frac{2x+3}{0/5} \leq (0/5)^{-1} \Rightarrow \frac{2x+3}{0/5} \leq 2$$

$$2x+3 \leq 10 \Rightarrow x \leq \frac{7}{2} \quad (1)$$

$$\frac{2x+3}{0/5} > 0 \Rightarrow 2x+3 > 0 \Rightarrow x > -\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\Rightarrow \text{مجموعه جواب} = \left(-\frac{3}{2}, \frac{7}{2}\right] \quad 1, 2$$

$$\begin{array}{ccc} a = -\frac{3}{2} & & b = \frac{7}{2} \\ & \searrow & \swarrow \\ & b - a = 5 & \end{array}$$



۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(m, 12) \xrightarrow{\text{روی نمودار } f} 12 = 2^m \Rightarrow \text{Log}_2 12 = \text{Log}_2 2^m$$

$$\text{Log}_2 12 \times 2 = m \times \boxed{\text{Log}_2 2} \Rightarrow m = 2 \text{Log}_2 12 + \text{Log}_2 2 \Rightarrow \boxed{m = 2 + \text{Log}_2 12}$$

$$(36, n) \xrightarrow{\text{روی نمودار } g^{-1}} (n, 36) \xrightarrow{\text{روی نمودار } g} 36 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-n}$$

$$\Rightarrow 36 = (3^{-1})^{-n} \Rightarrow 3^n = 36 \Rightarrow \text{Log}_3 3^n = \text{Log}_3 36 \Rightarrow$$

$$n \times \boxed{\text{Log}_3 3} = \text{Log}_3 36 \times 3 \Rightarrow \boxed{n = 2 \text{Log}_3 36 + 2}$$

$$(m-2)(n-2) = (2 + \text{Log}_2 12 - 2)(2 \text{Log}_2 12 + 2 - 2) = (\text{Log}_2 12)(2 \text{Log}_2 12) = 2$$

$$\left(\text{توجه: } \text{Log}_b^a = \frac{1}{\text{Log}_a^b} \right)$$



۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. حل معادلات جبری حاصل از ضابطه‌های دو تابع:

$$f(x) = g^{-1}(x)$$

$$\text{Log}_{10} x^2 + 1 = \text{Log}_{10} (x+1) \xrightarrow{x > -1} \text{Log}_{10} x^2 + \text{Log}_{10} 10 = \text{Log}_{10} (x+1) \Rightarrow \text{Log}_{10} 10x^2$$

$$= \text{Log}_{10} (x+1) \Rightarrow 10x^2 = x+1 \Rightarrow 10x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 41$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{20}$$

$$A \leftarrow x_1 = \frac{1 - \sqrt{41}}{20} > -1$$

$$B \leftarrow x_2 = \frac{1 + \sqrt{41}}{20}$$

۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$4^x \times 4^1 - 4^x - 11 \times 4^x \times \frac{1}{4} = (2^2)^{(\sqrt{2}-1)} \Rightarrow 4^x \left(4 - 1 - \frac{11}{4} \right) = 4^{(\sqrt{2}-1)}$$

$$\left(4^x \times \frac{1}{4} = 4^{(\sqrt{2}-1)} \right) \times 4 \Rightarrow 4^x = 4^{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$5^{x^2+1} + 5^{x^2} + 5^{x^2-1} = 5^3 + 5^2 + 5^1 = 155$$



۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

از طرفین، لگاریتم در مبنای ۳ می گیریم

$$3^x = 0.216 \Rightarrow 3^x = \frac{216}{1000} \Rightarrow 3^x = \frac{2^3 \times 3^3}{10^3} \rightarrow$$

$$\log_3 3^x = \log_3 \frac{2^3 \times 3^3}{10^3} \Rightarrow x = 3 \log_3 2 - 3 \log_3 10 + 3 \log_3 3$$

$$x = 3 + 3 \log_3 \frac{1}{10} \Rightarrow x = 3 - 3 \log_3 10 \Rightarrow \log_3 10 = \frac{3-x}{3} \Rightarrow \log_5 3 = \frac{-3}{x-3} \quad (1)$$

از طرفین، لگاریتم در مبنای ۵ می گیریم

$$5^{f(x)} = 675 \rightarrow \log_5 5^{f(x)} = \log_5 675 \Rightarrow f(x) = \log_5 5^2 \times 3^3$$

طبق (۱)

$$\Rightarrow f(x) = 2 + 3 \log_5 3 \xrightarrow{(1)} f(x) = 2 + 3 \left(\frac{-3}{x-3} \right) \Rightarrow f(x) = \frac{2x-15}{x-3}$$

$$f(2) - f(4) = 11 - (-7) = 18$$

۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

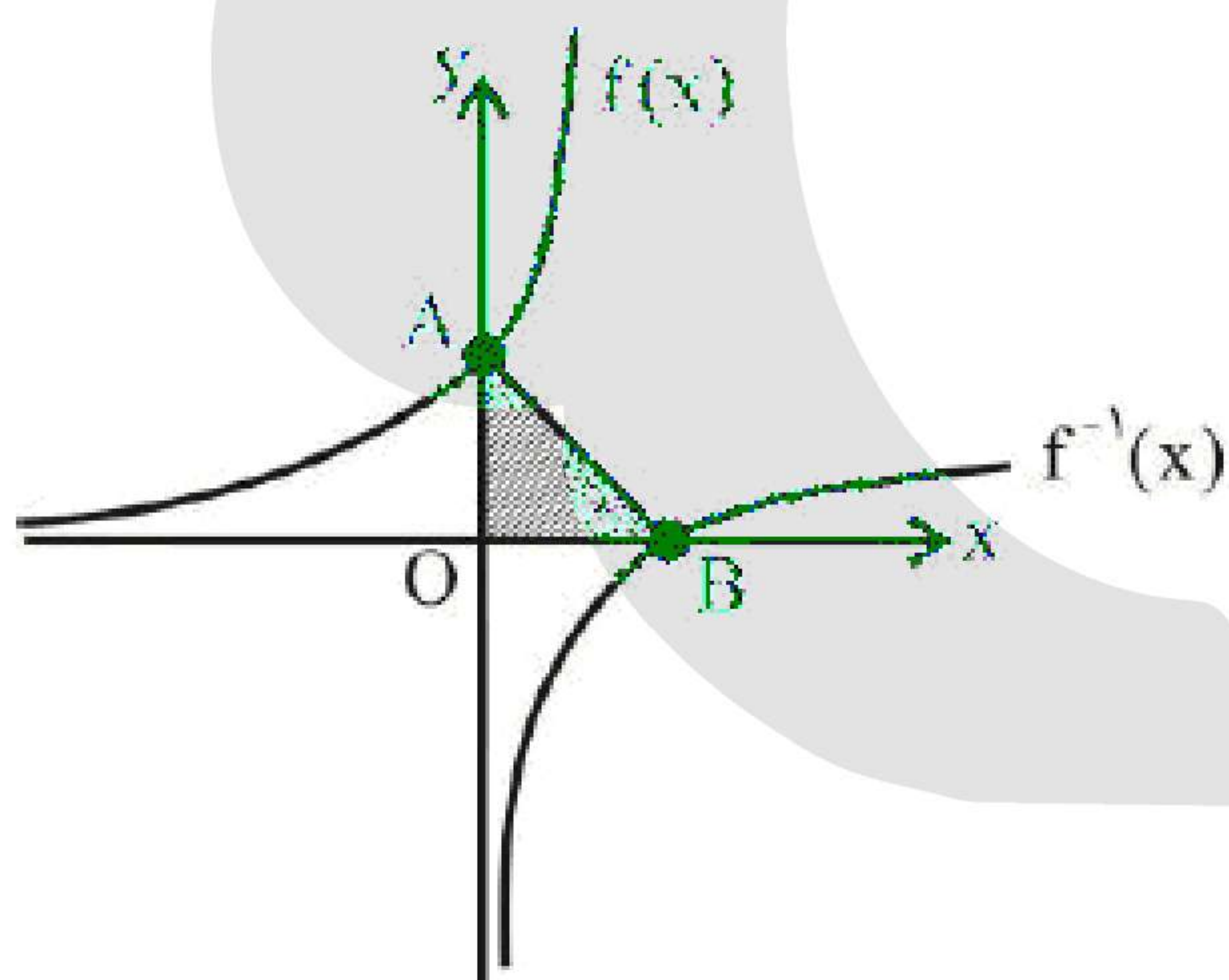
محل برخورد با محور y ها برای $f(x)$:

$$x = 0 \Rightarrow y = (\sqrt{6})^{0+4} = 36 \Rightarrow A(0, 36)$$

چون در تابع $f^{-1}(x)$ نسبت به $f(x)$ فقط جای x و y عوض می شود، بنابراین محل برخورد تابع وارون با محور x ها برای

$$B(36, 0) \quad f^{-1}(x) \text{ برابر است با:}$$

$$S_{\triangle AOB} = \frac{OA \times OB}{2} = \frac{36 \times 36}{2} = 648$$





۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هر تابع با ضابطه $f(x) = a^x$ که در آن a عددی مثبت و مخالف یک است را یک تابع نمایی می‌نامیم:

$$\begin{cases} \frac{2a-3}{a+2} > 0 \Rightarrow (-\infty, -2) \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty\right) \\ \frac{2a-3}{a+2} \neq 1 \Rightarrow a \neq 5 \end{cases}$$

$$f(x) \text{ برای } a \text{ مقادیر } (-\infty, -2) \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty\right) - \{5\} \text{ مجموعه مقادیر } a \text{ برای نمایی بودن } f(x)$$

این مجموعه شامل ۵ عدد صحیح ۲- و ۱- و ۰ و ۱ و ۵ نیست که به ازای آن‌ها $f(x)$ تابع نمایی نیست.





۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون $\text{Log}_b^a = \frac{1}{\text{Log}_a^b}$ بنابراین $\text{Log}_b^a \times \text{Log}_a^b = 1$.

برای حل معادله، دو طرف آن را در $\text{Log}_x^3 \cdot \text{Log}_x^{12}$ ضرب می‌کنیم:

$$\underbrace{\text{Log}_3^x \left(\text{Log}_x^3 \cdot \text{Log}_x^{12} \right)}_{=1} + \underbrace{\text{Log}_{12}^x \left(\text{Log}_x^3 \cdot \text{Log}_x^{12} \right)}_{=1} = 2 \underbrace{\text{Log}_3^x}_{=1} \cdot \underbrace{\text{Log}_x^3}_{=1} \cdot \underbrace{\text{Log}_{12}^x}_{=1} \cdot \underbrace{\text{Log}_x^{12}}_{=1}$$

$$\text{Log}_x^{12} + \text{Log}_x^3 = 2 \Rightarrow \text{Log}_x^{12 \times 3} = 2 \Rightarrow x^2 = 36 \begin{cases} x = 6 \Rightarrow \alpha = 6 \\ \text{غ ق ق غ} \\ x = -6 \end{cases}$$

$$\text{Log}_{\sqrt[3]{32}}^{2\alpha+4} = \text{Log}_{\frac{5}{2}}^{\frac{2(6)+4}{2}} = \text{Log}_{\frac{5}{2}}^{\frac{4}{2}} = \frac{\frac{4}{2}}{\frac{5}{2}} \text{Log}_2^2 = \frac{28}{5} = 5\frac{3}{5}$$



۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از طرفین رابطه فرض، لگاریتم در پایه ۴ می‌گیریم:

$$\text{Log}_4 a^2 b^3 = \text{Log}_4 256 \Rightarrow \text{Log}_4 a^2 + \text{Log}_4 b^3 = 4 \Rightarrow 2\text{Log}_4 a + 3\text{Log}_4 b = 4$$

حالا عبارت حکم را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\text{Log}_4 a^3 \times \text{Log}_4 b^2 = (3\text{Log}_4 a) \times (2\text{Log}_4 b) = 6\text{Log}_4 a \times \text{Log}_4 b$$

می‌خواهیم این عبارت ماکزیمم شود، به عبارتی می‌خواهیم $\text{Log}_4 a \times \text{Log}_4 b$ ماکزیمم شود، برای این منظور کافی

است در عبارت فرض، عدد ۴ را به طور مساوی بین $\text{Log}_4 a$ ، $\text{Log}_4 b$ توزیع کنیم:

$$\begin{cases} 2\text{Log}_4 a = 2 \Rightarrow \text{Log}_4 a = 1 \\ 3\text{Log}_4 b = 2 \Rightarrow \text{Log}_4 b = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$6\text{Log}_4 a \times \text{Log}_4 b = 6(1)\left(\frac{2}{3}\right) = 4$$

پس:



۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. معادله را به صورت ساده‌تری می‌نویسیم:

$$\left(\log_3(x^4)\right)^2 = \log_3(x^{20}) - \log_3^{\wedge 1} \Rightarrow \left(4\log_3^x\right)^2 = 20\log_3^x - 4$$

$$\Rightarrow 16\left(\log_3^x\right)^2 - 20\log_3^x + 4 = 0$$

با تغییر متغیر $\log_3^x = t$ داریم:

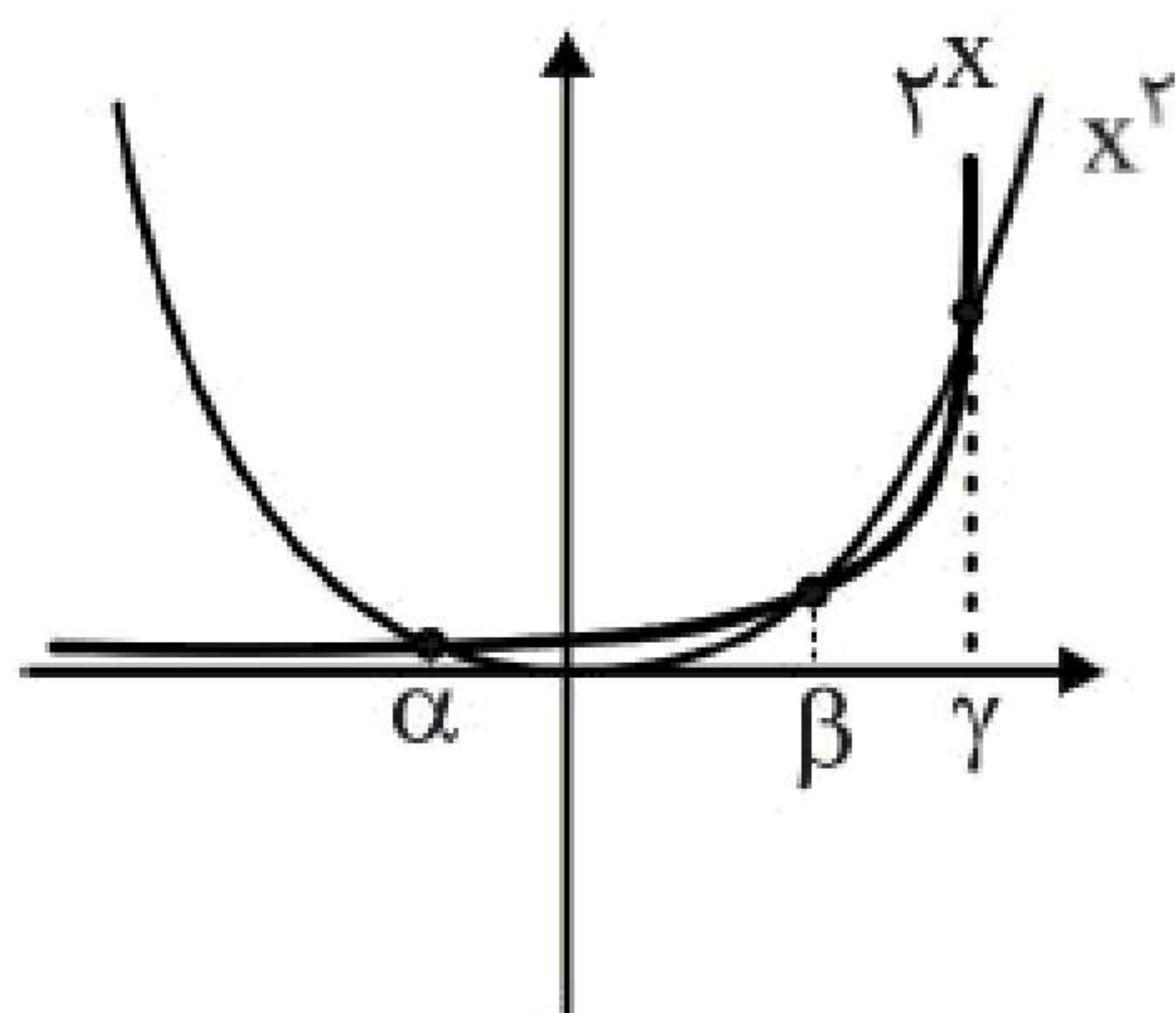
$$16t^2 - 20t + 4 = 0 \Rightarrow t = 1, \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} \log_3^x = 1 \Rightarrow x = 3 \\ \log_3^x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 3^{\frac{1}{4}} \end{cases}$$

هر دو جواب در دامنه لگاریتم‌ها قرار داشته و قابل قبول‌اند. پس حاصل ضرب جواب‌ها برابر است با:

$$3 \times 3^{\frac{1}{4}} = 3\sqrt[4]{3}$$



«بانک سوال موسسه یاوران دانش»



۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. منظور از صفرهای تابع f ، ریشه‌های معادله $f(x) = 0$ هستند. پس داریم:

$$2^x - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2^x$$

نمودار دو طرف معادله را رسم می‌کنیم:

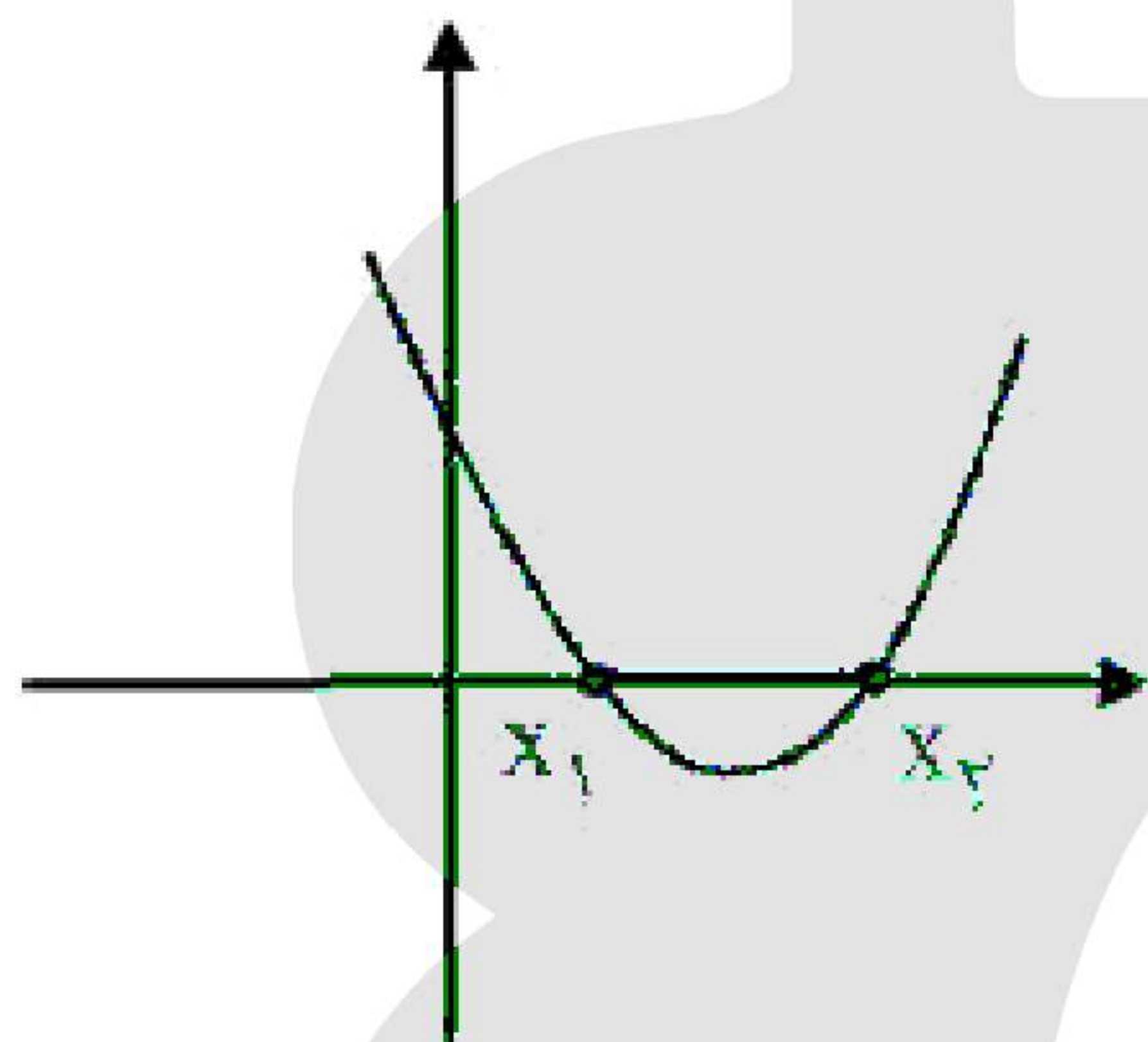
با توجه به نمودار، این معادله سه ریشه به صورت‌های زیر دارد:

$$\begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = 2 \\ \gamma = 4 \end{cases}$$

عددی بین صفر و ۱

پس $\left[\gamma + \frac{1}{\gamma}\right] = 4$ و $[\alpha] = -1$ است و $g(x) = 2x^2 - 4x + 1$

منظور از طول پاره‌خطی که نمودار $g(x)$ بر روی محور x ها جدا می‌کند، همان فاصله بین صفرهای این تابع یا در واقع همان تفاضل ریشه‌های معادله $g(x) = 0$ است:



$$\begin{aligned} x_2 - x_1 &= \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{(-4)^2 - 4(2)(1)}}{2} = \frac{\sqrt{8}}{2} \\ &= \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از آنجا که در $x > 0$ نمودار g بالاتر از نمودار f قرار گرفته، پس:

از طرفی نمودار h یک نمودار نمایی کاهشی است ($0 < b < 1$) و از آنجا که قرینه نمودار $f(x) = 5^x$ نسبت به

محور y ها است، $h(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ بوده و $b = \frac{1}{5}$ ، بنابراین:

$$a + b = a + \frac{1}{5} > 5 + \frac{1}{5}$$

تنها گزینه‌ای که در این شرط صدق می‌کند، گزینه ۴ است.



۱۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_a^4 = 8 \Rightarrow \text{Log}_4^a = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1}{2} \text{Log}_2^a = \frac{1}{8} \Rightarrow \text{Log}_2^a = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{\text{Log}_{\frac{1}{2}}(\text{Log}_2^a)} = \frac{1}{\text{Log}_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2 \text{Log}_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2}$$

۱۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \text{Log}_2^x \xrightarrow{\text{۲ واحد به چپ}} \text{Log}_2^{(x+2)} \xrightarrow{\text{قرینه به محور } x \text{ ها}} -\text{Log}_2^{(x+2)}$$

$$\xrightarrow{\text{۳ واحد به بالا}} 3 - \text{Log}_2^{(x+2)} \xrightarrow[\text{قرینه نسبت به محور } y \text{ ها}]{x \rightarrow (-x)} g(x) = 3 - \text{Log}_2^{(2-x)}$$

$$g(-62) = 3 - \text{Log}_2^{(2 - (-62))} = 3 - \text{Log}_2^{64} = 3 - 6 = -3$$

$$g^{-1}(-1) = k \Rightarrow g(k) = -1 \Rightarrow -1 = 3 - \text{Log}_2^{(2-k)}$$

$$\text{Log}_2^{(2-k)} = 4 \Rightarrow 2-k = 2^4 \Rightarrow 2-k = 16 \Rightarrow k = -14 \Rightarrow g^{-1}(-1) = -14$$

$$g(-62) + g^{-1}(-1) = -3 + (-14) = -17$$

۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{0.5}^{(2-x)} = (0.5)^{-1} = 2 \Rightarrow 2-x = (0.5)^2 \Rightarrow 2-x = 0.25 \Rightarrow x = 1.75$$

$$\text{Log}_{\sqrt[3]{3}}^{(100x-169)} = \text{Log}_{\sqrt[3]{3}}^{27} = \text{Log}_{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}^{\frac{27}{\sqrt[3]{3}}} = \frac{1}{3} \text{Log}_{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}^{\frac{27}{\sqrt[3]{3}}} = 9$$

۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمودار تابع $y = a^x$ یک واحد به بالا حرکت کرده است.

$$a - 1 = 1 \Rightarrow a = 2$$

$$(0, 2) \in f \Rightarrow 2 = 1 + 2^{b-0} \Rightarrow 2^b = 1 \Rightarrow b = 0$$

$$a + b = 2 + 0 = 2$$



۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$h(x) = g(x) \Rightarrow 4^x = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} + \frac{3}{2} \Rightarrow 2^{2x} = 2^{-2x} + \frac{3}{2}$$

با فرض:

$$2^{2x} = t \Rightarrow t = \frac{1}{t} + \frac{3}{2} \xrightarrow{\times 2t} 2t^2 - 3t - 2 = 0, \begin{cases} t = -\frac{1}{2} \text{ غ ق ق} \\ t = 2 \end{cases} \quad (2^{2x} > 0 \Rightarrow t > 0)$$

$$2^{2x} = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 4^x = 2 \Rightarrow A\left(\frac{1}{2}, 2\right) \xrightarrow{\text{محل برخورد دو منحنی } f(x) \text{ در } f(x)}$$

$$2 = \text{Log}_{10} (1 - 3a) - 1 \Rightarrow 3 = \text{Log}_{10} (1 - 3a) \Rightarrow 1 - 3a = 10^3 \Rightarrow -3a = 999 \Rightarrow a = -333$$

۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{\frac{a}{b}}^{-1} = \frac{-1}{2} \text{Log}_{\frac{a}{b}}^a = 4 \Rightarrow \text{Log}_{\frac{a}{b}}^a = -8 \Rightarrow \text{Log}_{\frac{b}{a}}^b = -\frac{1}{8}$$

$$\text{Log}_{a^{-2}}^b = \frac{-1}{2} \text{Log}_{\frac{b}{a}}^b = -\frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{16}$$

۲۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$3x + a > 0 \xrightarrow{D_f = \left(\frac{1}{3}, +\infty\right)} a = -1$$

$$(2, 0) \Rightarrow 0 = 1 - \text{Log}_b^{(3(2) - 1)} \Rightarrow 1 = \text{Log}_b^5 \Rightarrow b = 5$$

$$\text{محل برخورد} \begin{cases} y = 1 - \text{Log}_5^{(3x - 1)} \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow -2 = 1 - \text{Log}_5^{(3x - 1)} \Rightarrow \text{Log}_5^{(3x - 1)} = 3$$

$$\Rightarrow 3x - 1 = 5^3 \Rightarrow 3x - 1 = 125 \Rightarrow x = 42$$



$$S_{\triangle} = \frac{|f(2) + f(5)| \times (5-2)}{2} = 6$$

۲۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$|f(2) + f(5)| = 4 \xrightarrow{\text{مطابق نمودار}} f(2) + f(5) = -4$$

$f(5) < 0, f(2) < 0$

$$\log_a 2 + \log_a 5 = -4 \Rightarrow \log_a 10 = -4 \Rightarrow a^{-4} = 10$$

$$a = 10^{-\frac{1}{4}} \Rightarrow f(0.001) = \log_a 0.001 = \log_{10^{-\frac{1}{4}}} 10^{-3} = 12$$

۲۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با فرض $a > 0, a \neq 1$ ، دو تابع $g(x) = a^x$ و $f(x) = \log_a x$ وارون یکدیگر هستند و نمودار آنها نسبت به خط نیمساز ربع اول - سوم ($y = x$) قرینه هستند:

$$13 - 2m = m + 1 \Rightarrow m = 4$$

$$f(m^2 + 9) + g(\log_{m+1}^v) = f(25) + g(\log_5^v) = \log_5^{25} + 5^{\log_5^v} = 2 + v = 9$$

۲۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A(n) = A_0 (1 - 0.4)^n \rightarrow \text{تعداد شبانه روز}$$

\downarrow \downarrow
 باد روز n ام باد روز اول

$$\frac{1}{2} A_0 = A_0 \left(\frac{24}{25} \right)^n \Rightarrow \log \frac{1}{2} = \log \left(\frac{24}{25} \right)^n$$

$$-\log 2 = n \log \frac{24}{25} \Rightarrow n = \frac{-\log 2}{\log 24 \times 2^3 - \log 5^2} = \frac{-0.3}{0.47 + 3(0.3) - 2(0.7)}$$

$$n = \frac{-0.3}{-0.3} \Rightarrow n = 1$$

(توجه: $\log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2 = 1 - 0.3 = 0.7$)



$$2x - x^2 > 0 \Rightarrow x(2 - x) > 0 \Rightarrow 0 < x < 2$$

۲۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{2x - x^2}{2} \geq 0 \Rightarrow 0 < \frac{2x - x^2}{2} \leq 1$$

$$\begin{cases} 2x - x^2 - 1 \leq 0 \\ 2x - x^2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-1)^2 \geq 0 \\ x(2-x) > 0 \Rightarrow 0 < x < 2 \end{cases}$$

همواره برقرار

اشتراک جواب‌ها:

$$\log_a^M = M \quad (M > 0, a \neq 1, a > 0) \quad \text{می‌دانیم}$$

$$\log_3 \sqrt[3]{x} = x \Rightarrow \frac{1}{\log_3 \sqrt[3]{x}} = x \Rightarrow \left(\log_3 \sqrt[3]{x} \right)^{-1} = x \Rightarrow \log_3 \sqrt[3]{x} = \frac{1}{x}$$

$$\sqrt[3]{x} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = (x)^{-\frac{1}{3}}$$

$$128 < 222 < 256 \Rightarrow 2^7 < 222 < 2^8 \Rightarrow 7 < \log_2 222 < 8 \Rightarrow \left[\log_2 222 \right] = 7 \quad (1)$$

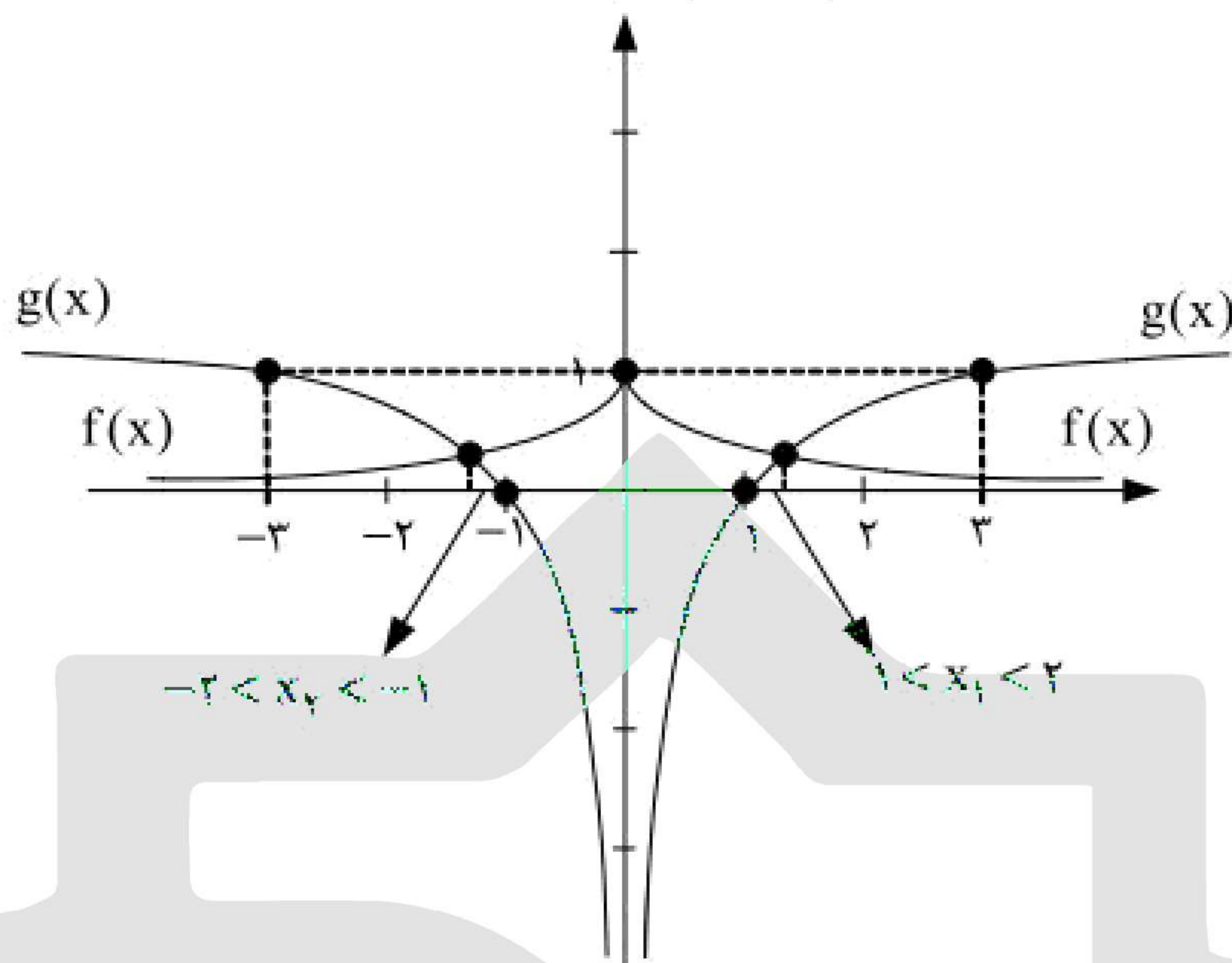
$$2^0 < 2^{0.5} < 2^1 \Rightarrow 1 < 2^{0.5} < 2 \Rightarrow \left[2^{0.5} \right] = 1 \quad (2)$$

$$1, 2 \Rightarrow y = 7 + 1 = 8$$

$$\log_x y = \log_{(8)}^{-\frac{1}{2}} = -2$$



۲۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
نمودار دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. با توجه به شکل این معادله ۲ ریشه حقیقی دارد.



$$f(x) = 3^{-|x|} = \begin{cases} 3^{-x} & ; x \geq 0 \\ 3^x & ; x < 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \log_3 |x| = \begin{cases} \log_3 x & ; x > 0 \\ \log_3 (-x) & ; x < 0 \end{cases}$$



۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(۱) (۱, ۱) \Rightarrow ۱ = \text{Log}_C (a + b)$$

$$(۲) (-۱, ۰) \Rightarrow ۰ = \text{Log}_C (-a + b) \quad c > ۰, c \neq ۱$$

$$(۳) ax + b > ۰ \xrightarrow{D_f = (-۲, +\infty)} x > -\frac{b}{a}, a > ۰ \Rightarrow \frac{-b}{a} = -۲ \Rightarrow b = ۲a$$

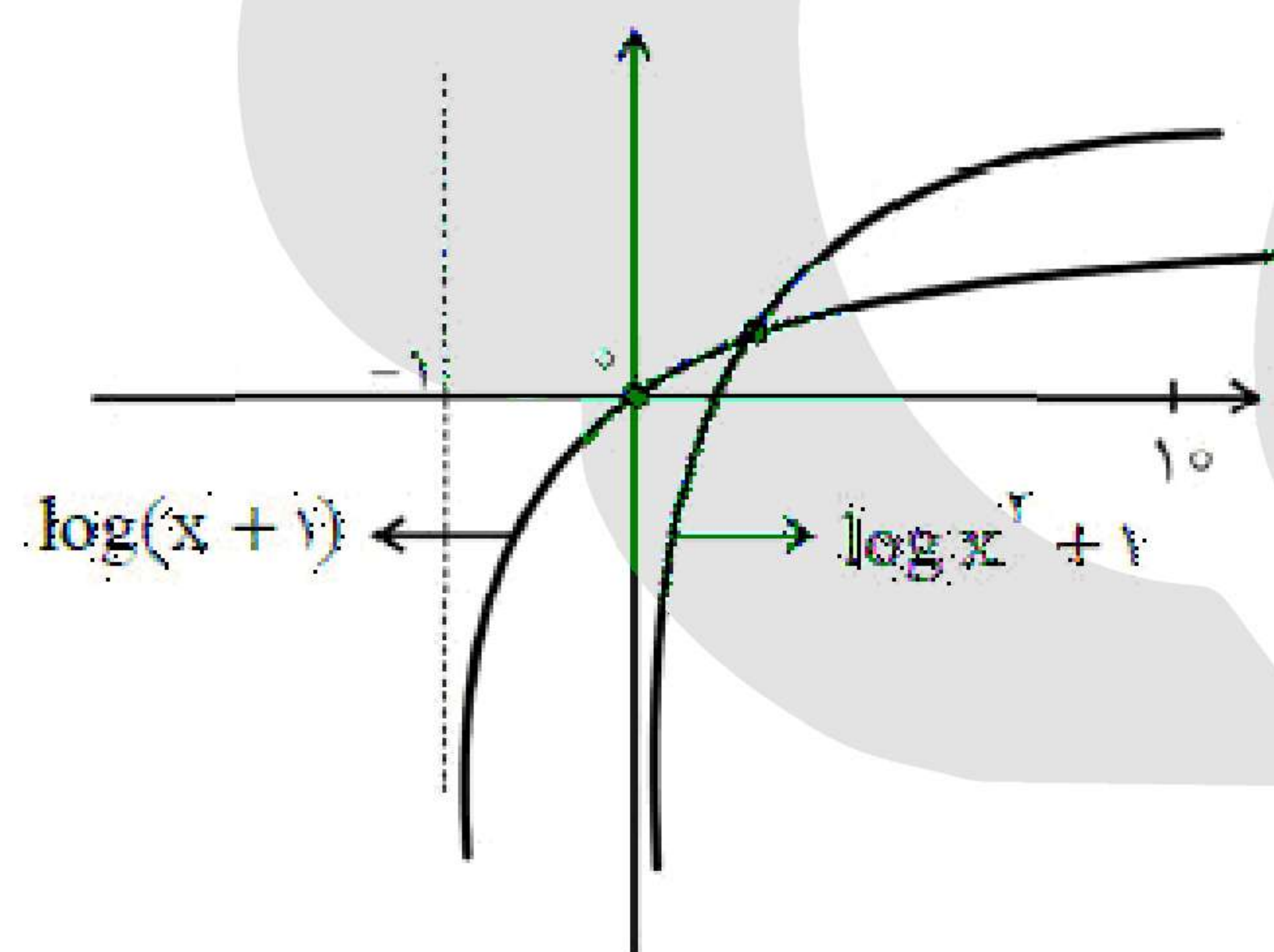
$$۱, ۳ \Rightarrow a + b = c \Rightarrow ۳a = c$$

$$۲, ۳ \Rightarrow -a + b = c \Rightarrow -a + ۲a = ۱ \Rightarrow a = ۱ \quad c = ۳ \quad b = ۲$$

$$f(x) = \text{Log}_3 (x + ۲)$$

$$f(۲۴۱) = \text{Log}_3 ۲۴۳ = ۵$$

۲۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$f(x) = ۲ \text{Log } x + ۱$$

$$y = ۱۰^x - ۱ \Rightarrow ۱۰^x = y + ۱$$

$$x = \text{Log}_{10} (y + ۱) \Rightarrow g^{-1}(x) = \text{Log}(x + ۱)$$



۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می دانیم:

$$-1 \leq \sin \frac{x}{2} \leq 1$$

$$\sin \frac{x}{2} = +1 \Rightarrow \text{Min}(g(x)) = 2 = f \quad \text{شیب (a)}$$

$$\sin \frac{x}{2} = -1 \Rightarrow \text{Max}(g(x)) = 32 = f \quad \text{(b) عرض از مبدأ از}$$

$$f(x) = ax + b \Rightarrow f(x) = 2x + 32 \quad \text{تابع خطی}$$

$$f(3) + g\left(-\frac{\pi}{3}\right) = (2(3) + 32) + \left(\frac{1}{2}\right)^{\left(2\sin\left(\frac{-\pi}{6}\right) - 3\right)} = 38 + 16 = 54$$

۳۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با یک درصد کاهش جمعیت در هر سال، جمعیت ۰/۹۹ مقدار قبلی می شود:

$$P(t) = P_0 \times (0.99)^t \Rightarrow \frac{1}{2}P_0 = P_0 (0.99)^t \quad \text{از طرفین در پایه ۰/۹۹ لگاریتم می گیریم:}$$

$$\log \frac{1}{2} = \log (0.99)^t \Rightarrow \frac{\log \left(\frac{1}{2}\right)}{\log 0.99} = t \Rightarrow t = \frac{-\log 2}{\log 99 - \log 100}$$

$$\Rightarrow t = \frac{-0.3}{1.995 - 2} \Rightarrow t = 60 \quad \text{سال}$$



«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

$$f(t) = c(1 + r)^t$$

۳۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$52020000 = 50000000 \times \left(1 + \frac{x}{100}\right)^2$$

$$(1 + x)^2 = \frac{52020000}{50000000} = 1.0404 = (1.02)^2$$

$$x = \frac{2}{100} = 2\%$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1)}}$$

۳۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - 1 > 0 \Rightarrow x^2 > 1 \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 1$$

$$x^2 - 1 \neq 1 \Rightarrow x^2 \neq 2 \Rightarrow x \neq \pm\sqrt{2}$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1) > 0 \Rightarrow 0 < x^2 - 1 < 1 \Rightarrow 1 < x^2 < 2$$

$$\begin{cases} x^2 < 2 \Rightarrow -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \\ x^2 > 1 \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 1 \end{cases}$$

$$D_f: (-\sqrt{2}, -1) \cup (1, \sqrt{2})$$



$$4 \times 4^x - 4^x - 11 \left(\frac{4^x}{4} \right) = (2^2)^{\sqrt{2}-1} = 4^{\sqrt{2}-1}$$

۳۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{16 \times 4^x - 4 \times 4^x - 11 \times 4^x}{4} = \frac{4^x}{4} = 4^{\sqrt{2}-1} \Rightarrow 4^x = 4 \times 4^{\sqrt{2}-1} = \frac{4 \times 4^{\sqrt{2}}}{4}$$

$$4^x = 4^{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$5^{x^2+1} + 5^{x^2} + 5^{x^2-1} = 5^3 + 5^2 + 5^1 = 155$$

$$\text{Log } E = 11/8 + 1/5M$$

$$\text{Log } E_1 = 11/8 + 1/5 \times 6, \text{Log } E_2 = 11/8 + 1/5 \times 4/8$$

$$\text{Log } E_1 - \text{Log } E_2 = 11/8 + 9 - (11/8 + 7/2) = 1/8$$

$$\text{Log } \frac{E_1}{E_2} = 1/8 \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = 10^{1/8}$$

۳۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} (0, 2) \in f &\Rightarrow 2 = a + 3^{b-0} \Rightarrow a + 3^b = 2 \\ (-1, 4) \in f &\Rightarrow 4 = a + 3^{b+1} \Rightarrow a + 3(3^b) = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2(3^b) = 2 \Rightarrow 3^b = 1 \Rightarrow b = 0$$

$$a = 2 - 1 = 1 \Rightarrow a + b = 1 + 0 = 1$$

۳۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



۳۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{محل برخورد با محور } y: (0, 3) \Rightarrow 3 = \text{Log}_2(0+1) + b \Rightarrow b = 3$$

$$x = -1 \Rightarrow f(-1) = g(-1) \Rightarrow \text{Log}_2(-a+1) + 3 = 5 \Rightarrow \text{Log}_2(-a+1) = 2$$

$$\Rightarrow -a+1 = 2^2 \Rightarrow \boxed{a = -3}$$

$$f(x) = \text{Log}_2(-3x+1) + 3$$

$$f^{-1}(9) = k$$

با فرض:

$$f(k) = 9 \Rightarrow 9 = \text{Log}_2(-3k+1) + 3 \Rightarrow 6 = \text{Log}_2(-3k+1) \Rightarrow 2^6 = -3k+1 \Rightarrow k = -21$$

۳۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

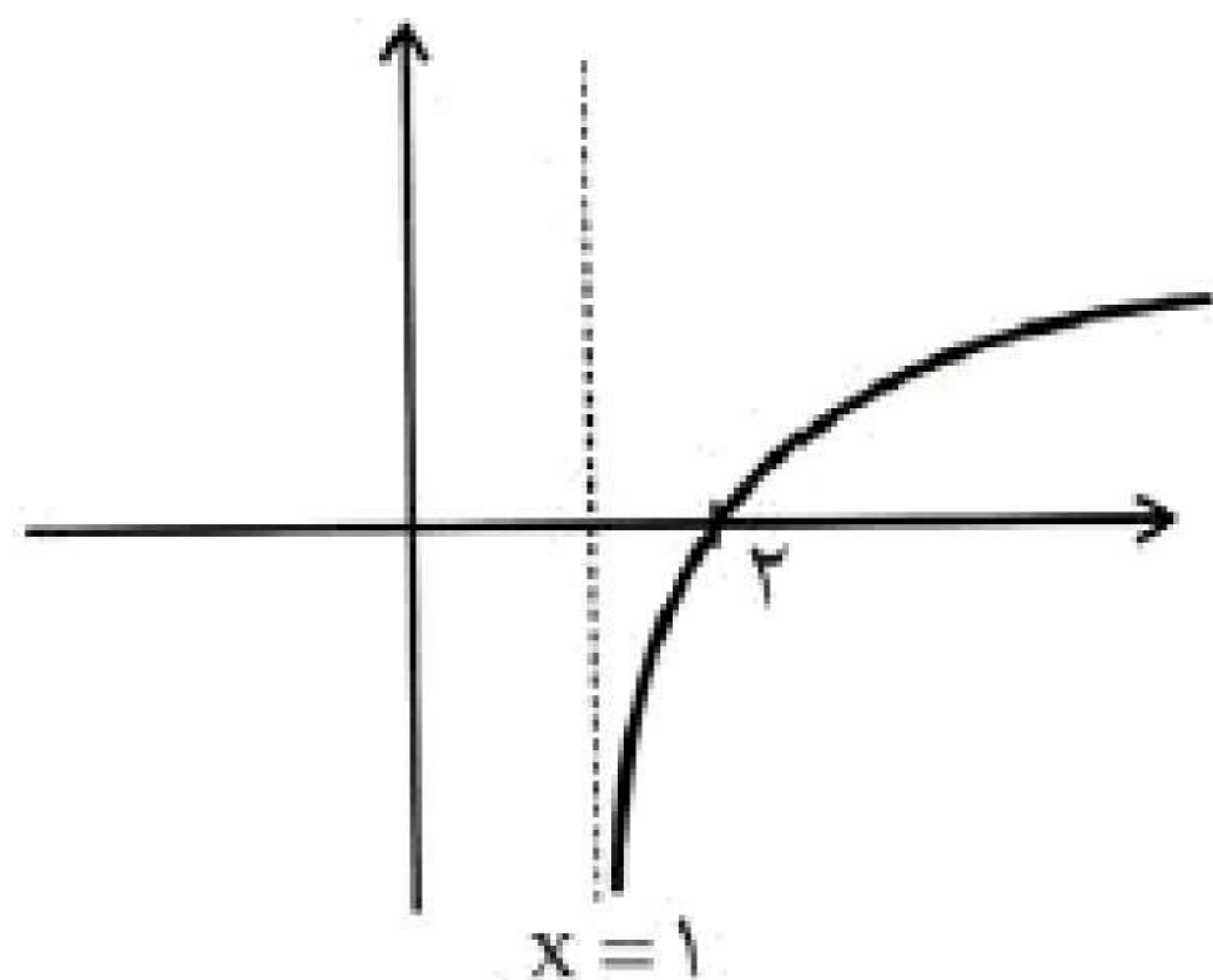
$$\text{Log}_x 3(2x+9) = 2 \Rightarrow x^2 = 6x + 27 \Rightarrow x^2 - 6x - 27 = 0$$

$$(x-9)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{x=9} \\ x=-3 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x=9} \log_{\frac{1}{2}}(15x-7) = \log_{\frac{1}{2}}(128) = \log_{\frac{1}{2}} 2^7 = \frac{7}{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = \frac{7}{\frac{1}{2}} = 14$$



۳۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$f(x) = -\text{Log}_{2^{-1}}(x-1) = \text{Log}_2(x-1) ; x > 1$$

$$3-x^2+4x = 3^{2x-3} \Rightarrow -x^2+2x+3 = 0 \Rightarrow x^2-2x-3 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-1 \end{cases}$$

$$\text{Log}_{\sqrt{3}x}^{4x-3} \xrightarrow{x=3} \text{Log}_3^9 \sqrt{3} = \text{Log}_{\frac{3^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}}}^{\frac{3^2}{3^{\frac{1}{2}}}} = \frac{2}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3}$$

$$x = -1 \Rightarrow \text{Log}_{\sqrt{3}x}^{4x-3} \text{ تعریف نشده است.}$$

۳۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



۴۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x^2 - 3x > 0 \Rightarrow (-\infty, 0) \cup (3, +\infty) & (1) \\ 1 - \log_{10}(x^2 - 3x) \geq 0 \Rightarrow \log_{10}(x^2 - 3x) \leq 1 \Rightarrow x^2 - 3x \leq 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 10 \leq 0 \Rightarrow [-2, 5] \quad (2)$$

این بازه شامل ۴ عدد صحیح -۲ و -۱ و ۴ و ۵ است. $\Rightarrow D_f = [-2, 0) \cup (3, 5]$ اشتراک ۱، ۲

